



HAL
open science

Penser avec les mathématiques

Armand Hatchuel, Anne-Françoise Schmid

► **To cite this version:**

Armand Hatchuel, Anne-Françoise Schmid. Penser avec les mathématiques. L'action collective peut-elle être créatrice? Autour des travaux d'Armand Hatchuel, Blanche Ségrestin, Jun 2023, Cerisy, France. halshs-04130271

HAL Id: halshs-04130271

<https://shs.hal.science/halshs-04130271>

Submitted on 15 Jun 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

8 juin 2013

Anne-Françoise Schmid

Une remarque sur la méthode C/K

Un aspect de la méthode a été utilisé indépendamment en philosophie des mathématiques anglo-saxonne des USA à l'Australie : la méthode du « sans ». Mais sans qu'il y ait de lien entre ces deux démarches.

Souvenez-vous : Qu'est-ce qu'une chaise « sans » pieds, qu'est-ce qu'un pneu « sans » caoutchouc, aspect de la méthode qui conduit à des recherches dans des disciplines encore non utilisées pour la conception des chaises et des pneus.

Ces philosophes des mathématiques cherchaient à mettre en évidence et à enrichir la représentation des mathématiques : Qu'est-ce qu'une mathématiques sans structure ? Sans démonstration ? Sans objet ?¹ Cela a permis d'étendre les mathématiques dans d'autres domaines (danse, musique), mais aussi à la vie quotidienne, comme l'a montré Ubiratan d'Ambrosio (Brésil), ce qui conduit à modifier l'enseignement des mathématiques. Ubiratan a reçu la médaille Klein pour cela.

¹ Par exemple : Putnam, H., 1967. Mathematics without Foundations, *Journal of Philosophy*, 64, 1, 5-22 ; Field, H., 1980. *Science without Numbers*, Oxford, Basil Blackwell ; Field, H., 1990. *Mathematics without Truth*, *Pacific Philosophical Quarterly*, 71, 3, 206-222 ; Hellman, G., 1989. *Mathematics without Numbers*, Oxford, Oxford University Press ; Hellman, G., 1996. *Structuralism without Structures*, *Philosophia Mathematica*, 4, 2, 100-123 ; Field, H., 2001. *Truth and the Absence of Fact*, Oxford, Oxford University Press ; Burgess, J.P., Rosen, G., 2005. *A Subject with no Object, Strategies for Nominalistic Interpretation of Mathematics*, Oxford, Clarendon Press ; Shapiro, S., 2000. *Foundations without Foundationalism*, Oxford, Oxford University Press, etc. Et en français : Cléro, J.-P., 2004. *Les Raisons de la fiction : Les Philosophes et les Mathématiques*, Paris, Armand Colin.

Penser « avec » les mathématiques est le retournement du « sans ». On peut partir de n'importe quel point du réel en demandant : comment le penser avec les mathématiques ?

Les mathématiques comme habitude de pensée (Pavel Florensky)

Titre de l'ouvrage de Renato Betti, traduit par Laurent Mazliak, Presses Universitaires de Besançon, 2022.

Une habitude de pensée qui habite toutes les disciplines. Cela tient à une conception religieuse partagée par plusieurs philosophes russes (par exemple Gustav G. Chpet), l'hésychasme. L'hésychasme est une prière du cœur qui dit le nom de Dieu jusqu'à ce qu'il soit présent. Le nom de Dieu est Dieu, mais Dieu n'est pas le nom. Cette asymétrie permet d'organiser les disciplines.

Les mathématiques sont la philosophie ; mais la philosophie n'est pas les mathématiques.

Les mathématiques sont la physique ; mais la physique n'est pas les mathématiques.

Cela coïncide avec une interdisciplinarité généralisée pratiquée à l'âge d'argent en Russie (début XXème siècle). On comprend que les travaux de Poincaré – qui passaient facilement d'une discipline à l'autre dans un espace ordonné – ait d'abord été compris et utilisé par les Russes. Par exemple l'analyse algébrique, qui n'a retrouvé sa fonction en France que dans les années 80 pour la robotique, grâce à la thèse de Pascal Guay à l'INSA de Lyon.

Avec Florensky, les mathématiques se retrouvent partout, mais sans être un code donné, mais comme un aspect plus profond, qui concerne aussi bien la pratique des sciences que la théorie. Florensky était un philosophe, mais aussi un savant. Il a en particulier travaillé dans le domaine de l'électricité. Il a été fusillé sur l'ordre de Staline en 1937, comme Chpet.

Quand introduire les mathématiques dans une autre discipline ?

En physique :

L'extraordinaire *Manuel de physique* en cinq volumes de Richard Feynman (celui des fameux diagrammes de Feynman en quantique).

Feynman exprime la physique en langage naturel, afin de faire voir quand les mathématiques et quelles mathématiques sont nécessaires à la physique. Ce n'est pas une critique de l'usage des mathématiques en physique, mais la volonté de montrer les différences entre physique et mathématiques. Les mathématiques alors ne sont plus un simple code, mais deviennent une nécessité pour penser la physique.

En mécanique classique, il y a alternance entre langage naturel et équations mathématiques. Quant à la quantique, elle est tout entière mathématique. Dans un cours de quantique, on entend juste : « Tout se passe comme si », et vient une nouvelle équation. Si bien que les physiciens quantiques ont dû inventer un langage naturel pour parler de leur science, langage qui a été emprunté aussi bien dans les sciences humaines qu'en philosophie.

Cela a fait bouger les limites de ce que l'on considère comme vulgarisation. Un physicien du CERN m'a montré un colloque de Moriond rédigé en pures mathématiques, qui pour lui était de la vulgarisation.

La précaution de Feynman se retrouve aussi en philosophie non standard, sous la forme de « principe de mathématique suffisante » : « l'un des deux principes de précaution ou prévention théorique (...), elle implique le suspens de l'usage « suffisant » ou englobant de la mathématique dans la quantique (et semi englobant dans la philosophie), c'est le principe de la limitation générique de l'Idéal mathématique dans ces disciplines » (*Philosophie non-standard*, 2010, p. 49). Ce n'est pas une condamnation des mathématiques, mais bien une critique de ses usages codés.

En biologie :

La biologie est une gamme de disciplines assez hétérogènes. Les mathématiques peuvent y être utilisées de plusieurs manières, souvent sous la forme de modèles mathématiques à articuler avec des modèles biologiques. Cela est très visible dans la discipline : biologie de synthèse. A cause de ces articulations, elle est souvent traitée comme une technique, mais elle aussi une science – souvent niée parce qu'elle articule des éléments inhabituellement hétérogènes et qu'elle permet la fabrication automatique de molécules. Ne pas voir son aspect de science est le refus en sciences de cette hétérogénéité ou la volonté plus ou moins implicite de vouloir traiter l'épistémologie de la biologie comme celle de la physique, dans un rêve d'unité.

En philosophie :

Les mathématiques sont souvent considérées comme sœur de la philosophie. La philosophie raisonne par principes, les mathématiques par hypothèses. Leibniz a apporté une nuance, traitant la philosophie de fabrique des hypothèses du monde imaginaire des philosophes :

« Il est vrai que rien ne coûte à Dieu, bien moins qu'à un philosophe qui fait des hypothèses pour la fabrique de son monde imaginaire... » *Leibniz, Fragments et Opuscules* extraits des manuscrits de la bibliothèque royale de Hanovre par Louis Couturat, Paris, Félix Alcan, 1903, V, p. 32.

Mais il restait chez Leibniz un rapport très fort aux mathématiques. En cas de désaccord entre philosophes, il suffisait de s'en remettre à l'abaque. « Calculemus » disait-il. Comme si le désaccord en philosophie supposait une faute mathématique.

Mais l'hypothèse s'est imposée aussi en philosophie, grâce à Leibniz et Russell principalement. Et les mathématiques sont intervenues en philosophie de façon plus intime que la sororité, *dans* la philosophie elle-même.

Et l'on pourrait faire le même parcours qu'Armand : les fractales, le forcing, les topoi.

Que je vais dans la suite traiter en philosophie.

Les Fractales

C'est le mathématicien italien Giuseppe Peano qui est à l'origine des fractales par sa « ligne qui remplit tout une aire ». C'est un travail qu'admirait Poincaré, alors qu'il n'aimait pas du tout son formalisme – repris et augmenté par Russell – pour les mathématiques.

Cette idée a été rendue célèbre surtout par les travaux plus tardifs de Mandelbrot, et dont vous parle Armand.

Le sous-titre de la *Théorie des Identités* de François Laruelle (PUF, 1992) est : « Fractalité généralisée et philosophie artificielle » _ qui n'a rien à voir avec une philosophie « des » fractales ! Il s'agit de se servir des fractales de type géométrique et physique comme d'un simple matériau indicatif pour l'élaboration du concept généralisé des fractales qui reposera sur une mutation de sa base théorique. C'est lui qui nous mettra ensuite directement sur la voie d'une Philosophie artificielle, c'est-à-dire d'une science de la philosophie procédant par synthèse « fractale », non philosophique, de ses énoncés. » (p. 42-43).

Pour comprendre cela, il faut savoir que, selon Laruelle, la philosophie ne peut à elle seule rendre compte d'elle-même. Vouloir le faire, donne lieu à une nouvelle philosophie, et non à une théorisation de la philosophie. En 1992, Laruelle utilise les fractales, géométriques et physiques, pour théoriser la philosophie et la transformer en non-philosophie. Plus tard, à partir d'un exposé fait au Petit Collège organisé par Nicole Mathieu et moi, il s'appuiera sur la quantique, parce qu'elle ne porte pas sur des objets du monde quotidien, mais sur des états et des opérateurs, et qu'elle est très éloignée de la philosophie et n'a aucun rapport de sororité avec celle-ci.

Il y a là un lien indirect avec ce que fait Armand : de même qu'un concept et ses modifications peuvent être mis en relation avec des connaissances de disciplines variées, une philosophie peut être mise en relation avec une science, de telle sorte qu'elle se combine avec elle, mais sans réciprocité, cette combinaison étant garantie sous la science et non pas sous la suffisance philosophique.

Cela conduit à une modification du langage, affecté par la fractalité, puis par la quantique dans le *Tétralogos. Un opéra de philosophies* (Cerf, 2021, en cours de traduction pour Bloomsbury)

L'important est qu'une telle démarche permet de faire une description de la philosophie indépendamment de ses objets pour mettre en évidence sa syntaxe de décision (p. 289).

Le Forcing

Deux philosophes contemporains ont fait usage du concept de forcing, Alain Badiou et François Laruelle.

Chez Badiou, les mathématiques concernent principalement l'ontologie, d'où l'importance de la théorie des ensembles. Le forcing, inventé pour démontrer l'indépendance de l'hypothèse du continu par rapport à l'axiomatique de Zermelo-Fränkel, est un outil fondamental pour mettre en évidence des indépendances et créer des objets mathématiques, de nouveaux ensembles.

Badiou présente le forcing dans *l'Être et l'événement* (Seuil, 1988) non pas tant comme créant de nouveaux ensembles, mais comme permettant de conserver la vérité :

« C'est le résultat le plus important de la technique du forçage, et il formalise dans l'ontologie une propriété cruciale des effets de sujet : une vérité, quelque nouveauté véridique qu'elle supporte, reste homogène aux caractéristiques majeures de la situation dont elle est vérité. » (p. 455) Et il en donne les prolongements mathématiques, avec lesquels il est tout à fait familier, sa première épouse ayant été mathématicienne et grâce aussi à la collaboration avec le mathématicien et artiste Maurice Matieu, qui avait écrit les parties mathématiques du *Concept de Modèle* (1969).

Les sources de la vérité sont les quatre procédures génériques : artistiques, scientifique, politique et amoureuse.

Le forçage est une loi fondamentale du sujet :

« Si un énoncé de la langue-sujet (+) est tel qu'il aura été véridique (+) pour une situation où est advenue une vérité (+), c'est qu'il existe un terme de la situation qui appartient à cette vérité et qui soutient, avec les noms mis en jeu dans l'énoncé, une relation fixe vérifiable par le savoir (+), donc inscrite dans l'encyclopédie(+). C'est cette relation qui s'appelle le forçage. On dit que le terme force la décision de véridicité pour l'énoncé de la langue-sujet. » (p. 544).

Chez Laruelle, le forcing permet à la fois de passer d'un stade à un autre et en même temps d'assurer leur indépendance. Le forcing est un concept majeur du *Tétralogos, un opéra de philosophies* (Le Cerf, 2018). En effet, la question est de construire une « machine » qui permette de passer d'un ordre à un autre, de la

caverne aux étoiles. Le forcing est nécessaire, parce qu'il ne s'agit plus de faire une philosophie « de », une philosophie « de » la technique, « de » la musique, etc. Seul un opérateur peut remplacer le « de », car l'opérateur ne dépend pas d'une discipline particulière.

Dès le début, Laruelle parle d'une philosophie « forcée », celle qui ne croit plus à sa suffisance. Il y faut, nous l'avons dit, une science pour comprendre la philosophie, ici la quantique, parce qu'elle n'a plus rien à voir avec les « objets » du monde. Et il y faut le générique, ce qui engendre, le « forcing » de Paul J. Cohen, pour créer de nouvelles étapes dans la montée de la Terre, du Monde, à l'Univers, où philosophes et scientifiques se conjuguent de façon différente à chaque étape. Il faut donc générique, philosophie et quantique pour que la philosophie devienne la « belle insonore » dont rêvait Socrate. La philosophie devient composition paramusicale comme vécu des sujets humains.

Laruelle distingue trois états de la philosophie : la philosophie comme tradition, comme non-philosophie (extension par le « non »), et philosophie forcée, celle qui inclut non seulement le monde et la terre, mais aussi l'Univers –« L'univers était dans le monde, mais le monde ne le voyait pas » (*Du noir Univers dans les fondations humaines de la couleur*).

Le forcing permet donc de mettre en évidence les limites de la philosophie traditionnelle, et sous condition de conjuguer celle-ci avec des éléments hétérogènes, de lui manifester d'autres ordres de grandeur et une esthétique élargie.

Laruelle tient compte de la métaphore, et parle parfois de « phorcing » avec « ph ».

Les Topoi

Chose curieuse, c'est dans sa thèse d'Etat, *Economie générale des effets d'être* en cours de publication (Chisokudo, Temple University, Japon), tout au début de sa production philosophique, que Laruelle fait usage des topoi.

Ils servent à défaire les autorités philosophiques communes, celles qui restent dans la phénoménologie. C'est la philosophie de Husserl transformée en topoi et processus, avec l'aide de Nietzsche, Deleuze et Derrida. C'est le premier mouvement d'affaiblissement, non pas de la philosophie, mais de sa supériorité sur les autres disciplines.

« Le Topos est la limite (*peras*) sans localisation, ce qui délimite et détermine, ce qui donne leur lieu et leur être aux effets noématiques mais en dehors de toute organisation représentative. En lui tout étant vient à lui-même à partir de lui-même, et reçoit son être, Mais ce n'est pas pour constituer les "biens-fonds" (ousial) ou la - "propriété de tout étant. C'est le capital de l'être, si l'on veut, mais le capital le plus mince et le plus nécessaire, une propriété à même la réalité du désir et fluctuant avec lui, et qui ne connaît ni plus-value ni manque. Mais c'est aussi dans le troisième caractère que le Topos. comme désirant puise des déterminations essentielles. La métabole, l'intensive, l'irruption jaillissante de la production désirante sur le Topos, sont ontologiquement antérieures au mouvement et, au repos et forment la production comme supplément à toute détermination représentative de l'être. Le procès n'est pas le mouvement d'un corps susceptible de repos, le désir ne connaît ni inertie ni arrêt brutal. C'est celui de l'auto-production du désir herméneutique. Par son essence, il ne dépend

que de soi, et fonctionne dans son ab-solution à l'égard des modes représentatifs du mouvement, de la causalité, de la motivation, etc. L I I 1, - I »

(Economie générale des effets d'être, p. 86).

Le topos relance le processus, il est métabole plutôt que métaphore. C'est ainsi qu'il défait les autorités, comme le « moi » de Husserl.

La mutation et/ou conversion du langage liée au forcing

L'usage des mathématique (forcing, fractales, topoi) et de la physique (fractales, quantique) conduit à une mutation du langage. On sait que les physiciens quantiques ont dû inventer un langage pour parler de leur science. Il s'agit ici d'autre chose :

La philosophie se présente comme un discours. Le projet de François Laruelle demande donc une transformation du langage qui le sous-tend et le compose, ce que François Laruelle appelle une « conversion » des rapports intriqués du concept et de l'art (de la musique) aussi troublante qu'une conversion religieuse, une mutation de type quantique des rapports du sens et de l'entente du signifiant, en quelque sorte une téléportation quantique du langage par le monde imaginaire dans une autre entente destinée à briser sa suffisance linguistique » (132). Cette conversion est permise par la sur- et sous-détermination par la quantique. Plutôt qu'un discours ou un langage, nous avons un télé-forçage, ou télé-phorçage de ce discours qui le met en rapport avec le réel quantique. Ce n'est plus un simple langage, il est intriqué avec le vécu-sans-vie des sujets. Plutôt qu'une suite linéaire, nous avons une scène interprétable en peinture, en musique, en architecture, dont «le metteur en scène et en musique comme architecte d'une œuvre qui est, comme toute œuvre, la répétition d'un fragment du Monde

capable de produire des effets d'Univers inattendus ou quantiques (133)». On peut donc construire une preuve ontologique « qui valide le passage de la pensée ou de l'écoute musicale à l'être musicien ou compositeur (81)», ce qui permet un « cogito aux mille étoiles (186) : « Ce cogito fondé sur la réversibilité philo-musicale ne peut se retourner ou s'inverser et repasser sur lui-même pour devenir musico-logique que parce qu'il est entendu comme processus et démultiplié (86) ».

Dans les dictionnaires et encyclopédies relativement récents :

Dans la *Philosophical Encyclopedia of Standford* (en ligne), il n'y a aucun article propre à ces trois notions, mais chacune d'elles est développée dans de multiples autres articles, qu'ils concernent les logique, les mathématique ou la philosophie. Mais ils ne font pas converger sur un auteur qui aurait fait usage des trois ensemble.

Dans le *Cambridge Dictionary of Philosophy* (1995, en papier), aucun article sur fractal, un petit article sur forcing, résumant le travaux de Paul J. Cohen, mais souligne qu'on en trouve partout l'usage en mathématiques. Et rien sur Topoi. Même pas dans les articles traitant de catégories (mais pas au sens mathématique).N

Dans le *Dictionnaire de philosophie et d'histoire des sciences* édité par Dominique Lecourt aux PUF (1999), rien sur fractal, Rien sur Forcing. Rien sur Topoi – un peu juste à la fin de l'article « topologie », écrit par Frédéric Patras, mais sans que le terme y figure. Par contre il figure dans l'article « catégories » du même auteur.

Dans *l'Encyclopédie philosophique universelle* des PUF, le volume : *L'Univers philosophique* (1989), aucun article ne semble à lui-même traiter de ces trois thèmes. Peut-être existent-ils par allusion dans un article portant sur une autre notion, mais c'est très difficile à vérifier. Ils ne figurent pas non plus dans l'index fourni avec le volume.