

Images de combinatoire en France au XIXe siècle : le cas des Nouvelles annales de mathématiques (1842-1914)

Jenny Boucard

▶ **To cite this version:**

Jenny Boucard. Images de combinatoire en France au XIXe siècle : le cas des Nouvelles annales de mathématiques (1842-1914). Évelyne Barbin, Catherine Goldstein, Marc Moyon, Sylviane R. Schwer & Stéphane Vinatier. Les travaux combinatoires en France (1870-1914) et leur actualité, Presses universitaires de Limoges, pp.69-92, 2017. halshs-01636696

HAL Id: halshs-01636696
https://shs.hal.science/halshs-01636696

Submitted on 10 Apr 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Les travaux combinatoires en France (1870-1914) et leur actualité : un hommage à Henri Delannoy,
dir. É. Barbin, C. Goldstein, M. Moyon,
S. R. Schwer et S. Vinatier,
Limoges : PULIM, 2017

Images de combinatoire en France : les *Nouvelles Annales de mathématiques* (1842-1914)

Jenny Boucard[*]

Le journal mathématique considéré ici, les *Nouvelles Annales de mathématiques* (*NAM*)[1], est publié de 1842 à 1927 et fait partie d'une presse dite intermédiaire. Celle-ci, destinée à un lectorat composé d'enseignants et d'étudiants, prend son essor dans la seconde moitié du XIX[e] siècle. Les *NAM* sont explicitement dédiées à la préparation des concours d'admission aux Écoles polytechnique et normale, ainsi qu'aux aspirants à la licence et à l'agrégation à partir de 1888. Dans ce journal sont publiés des articles inédits, mais également des traductions, des comptes rendus bibliographiques, ou encore des questions auxquelles les lecteurs sont

* Centre François Viète d'épistémologie et d'histoire des sciences et des techniques, EA 1161, Univ. Nantes, Univ. Bretagne-Loire, F-44000 Nantes, Jenny.Boucard@univ-nantes.fr.

1. Pour une analyse générale du fonctionnement des *NAM* sur la durée de leur existence : Philippe Nabonnand et Laurent Rollet, « Un journal pour les mathématiques spéciales : les Nouvelles Annales de mathématiques (1842-1927) », *Bulletin de l'Union des professeurs de spéciales* 86 (2013), 5-18. Voir également la base de données consacrée aux *NAM*, http://nouvelles-annales-poincare.univ-lorraine.fr.

appelés à répondre. Si le contenu de ce périodique est *a priori* lié à l'enseignement, des textes éloignés des programmes d'enseignement y sont néanmoins régulièrement imprimés. En effet, selon un des fondateurs, Olry Terquem, les mathématiques qui y sont traitées, si elles peuvent ne pas coïncider avec les programmes des concours, doivent relever de l'élémentaire, être des « solutions claires, à la portée, et à la couleur des élèves[2] ».

Dans ce chapitre, je propose de montrer quelles images de la combinatoire transparaissent dans ce périodique, en analysant sous quelles formes ce qui relève de la combinatoire apparaît dans une « institution sans mur[3] » comme les *NAM*. À travers le prisme de la combinatoire, plusieurs caractéristiques de ce journal et de la communauté mathématique française de la période considérée seront également soulignées.

Afin de pouvoir situer les contenus des *NAM* par rapport aux pratiques combinatoires de la période considérée, arrêtons-nous sur plusieurs récits proposant une histoire de la combinatoire. Gottfried Wilhelm Leibniz, plaçant son *ars combinatoria* au cœur des mathématiques, Leonhard Euler, traversant ses ponts de Königsberg[4] ou encore Arthur Cayley, avec ses arbres chimiques, font partie des figures incontournables des histoires de la combinatoire. Dans celles-ci[5], des thématiques récurrentes sont traitées : les par-

2. Extrait d'une lettre de Terquem à Eugène Catalan, reproduit dans Norbert Verdier, « Le *Journal de Liouville* et la presse de son temps : une entreprise d'édition et de circulation des mathématiques au xix^{e} siècle (1824-1885) », Thèse de doctorat, Université de Paris-Sud, 2009, p. 252.

3. Philippe Nabonnand, Jeanne Peiffer et Hélène Gispert, « Circulations et échanges mathématiques (18^{e}-20^{e} siècles) », *Philosophia Scientiæ* 19.2 (2015), 7-16.

4. Il s'agit du mémoire d'Euler intitulé *Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis*, dans lequel il montre qu'il est impossible de traverser les sept ponts d'un fleuve dont les bras entourent une île de Königsberg, une et une seule fois et de revenir à son point de départ.

5. Je me réfère ici aux histoires générales, sur le temps long, de la combinatoire : Norman L. Biggs, E. Keith Lloyd et Robin James Wilson, « The History of Combinatorics », dans *Handbook of Combinatorics*, sous la dir. de Ronald Lewis Graham, Martin Grötschel et László Lovász, Amsterdam : Elsevier, 1995, p. 2163-2198 ; Robin James Wilson et John J. Watkins, dir., *Combinatorics : Ancient and Modern*, Oxford : Oxford University Press, 2013. Des travaux récents proposent aussi des études détaillées de certains épisodes : Philippe Séguin, « La recherche d'un fondement absolu des mathématiques par l'école combinatoire de C. F. Hindenburg (1741-1808) », *Philosophia scien-*

titions, la théorie des graphes, les carrés latins ou encore la combinatoire énumérative. La construction de ces récits s'appuie successivement sur des traces très anciennes, des origines dites modernes, c'est-à-dire datées des XVII^e^ et XVIII^e^ siècles et des développements théoriques, souvent dans le second XIX^e^ siècle. Des problèmes qualifiés parfois de récréations mathématiques reviennent également régulièrement pour jalonner ces récits : outre celui des ponts de Königsberg, évoqué précédemment, on peut mentionner le problème des 36 officiers[6], la marche du cavalier[7] ou le problème des quinze jeunes filles[8].

L'exposé « Analyse combinatoire et théorie des déterminants » publié dans la version française de l'*Encyclopédie des sciences mathématiques pures et appliquées*[9], publiée au début du XX^e^ siècle,

tiae CS 5 (2005), 61-79 ; Eduardo Noble, « L'analyse combinatoire allemande : un projet de fondation des mathématiques à la fin du XVIII^e^ siècle », Thèse de doctorat, Université Paris Diderot, 2011 ; Caroline Ehrhardt, « Tactics : in search of a long-term mathematical project (1844–1896) », *Historia Mathematica* 42.4 (2015), 436-467.

6. Voir la contribution d'Évelyne Barbin dans cet ouvrage.

7. Le problème de la marche du cavalier consiste à déplacer un cavalier sur un jeu d'échecs de sorte qu'il passe une et une seule fois sur chaque case. Euler en a proposé une première résolution mathématique fondée sur l'analyse à l'Académie de Berlin en 1759 (Leonhard Euler, « Solution d'une question curieuse que ne paroit soumise a aucune analyse », *Mémoires de l'Académie royale des sciences et belles lettres* 15 (1766), 310-337), voir Jacques Sesiano, *Euler et le parcours du cavalier*, Lausanne : Presses polytechniques et universitaires romandes, 2015. Le mémoire d'Euler fait rapidement l'objet de discussions dans différents journaux, dont le *Journal encyclopédique*, à un moment où le premier automate joueur d'échecs, construit par l'inventeur hongrois Farkas Kempelen, est exhibé dans de nombreuses villes européennes (Norbert Schappacher, « Der nahe und der ferne Euler », *Elemente der Mathematik* 62 (2007), 134-154).

8. Ce problème, énoncé par Thomas Penyngton Kirkman dans le *Lady's and Gentleman's Diary* en 1850, consiste à trouver une disposition quotidienne pour quinze écolières qui se promènent trois par trois pendant sept jours consécutifs, de manière à ce que deux d'entre elles ne se retrouvent pas côte à côte plus d'une fois. Ce problème est l'objet de réflexions de Cayley et de Kirkman dans le domaine de la tactique (Ehrhardt, « Tactics », *op. cit.*).

9. Eugen Netto et Henri Vogt, « Analyse combinatoire et théorie des déterminants », dans *Encyclopédie des sciences mathématiques pures et appliquées*, vol. I. 1, Paris : Gauthier-Villars, 1904, p. 63-132. Les travaux de plusieurs auteurs français sont d'ailleurs introduits dans la version française de l'*Encyclopédie* alors qu'ils ne figurent pas dans la version originale allemande. Plus généralement, sur les deux versions de l'*Encyclopédie*, voir par exemple :

donne à voir une autre présentation de l'histoire de la combinatoire. Ainsi, la fin du XVIII^e siècle et le début du XIX^e siècle sont une « brillante période » (p. 64) pour cette thématique, avec les travaux de Carl Friedrich Hindenburg, Heinrich August Rothe, Christian Kramp ou encore Joseph Gergonne, puis :

> *l'Analyse combinatoire fut un peu délaissée, sauf peut-être en ces dernières années où* D. André, T. Muir, P. A. Mac Mahon, *entre autres, firent d'intéressantes recherches. Ce sont plutôt les applications de cette science aux autres parties des mathématiques qui offrent habituellement de l'intérêt*[10].

Différents résultats d'analyse combinatoire relevant des permutations, arrangements, combinaisons précèdent ensuite des exemples d'applications de l'analyse combinatoire à la théorie des nombres – avec les partitions – ou encore à la théorie des groupes de substitutions.

Dans ces deux cas, ce qui touche à la combinatoire ne constitue pas un domaine mathématique circonscrit, autonome, mais apparaît ponctuellement dans différents champs, comme l'algèbre, la théorie des nombres, les probabilités ou encore dans le cadre de la résolution de problèmes relevant des récréations mathématiques. Par contre, si dans les premiers récits considérés ici, les mathématiques récréatives occupent une place non négligeable, elles sont complètement absentes de l'*Encyclopédie mathématique*. Par exemple, les travaux de Kirkman sont mentionnés, mais sans aucune référence au problème des quinze jeunes filles.

Dans la suite, après avoir brièvement présenté différentes pratiques combinatoires développées en France pendant la période de création des *NAM* et explicité ma méthode de travail, j'esquisserai un panorama des différents travaux relevant de la combinatoire publiés dans les *NAM* avant de développer deux exemples.

Hélène Gispert, « The German and French Editions of the Klein-Molk Encyclopedia : Contrasted Images », dans *Changing Images in Mathematics : From the French Revolution to the New Millennium*, sous la dir. d'Umberto Bottazzini et Amy Dahan Dalmedico, New York : Routledge, 2001, p. 93-112.

10. Netto et Vogt, « Analyse combinatoire et théorie des déterminants », *op. cit.*, ici p. 64.

Facettes multiples de la combinatoire dans les *Nouvelles Annales de mathématiques*

Prélude : quelques pratiques combinatoires en France de 1830 à 1850

Les *NAM* paraissent à partir de 1842, à une période où la combinatoire est convoquée sous plusieurs formes en France[11]. Ainsi, dès le début des années 1830, plusieurs manuels d'algèbre contiennent des chapitres consacrés à la combinatoire[12]. Par exemple, le onzième chapitre du *Traité d'algèbre élémentaire* de Charles Choquet et Mathias Mayer (1832) est intitulé « Combinaisons, arrangements et permutations. Binôme de Newton. Racines des polynômes. Nombres figurés et sommation des piles de boulets ». Ici, les combinaisons, arrangements et permutations, s'ils sont introduits indépendamment de la théorie des équations, ont le « statut d'outil », de « procédé calculatoire[13] ». Ce contenu se retrouve partiellement dans des programmes d'enseignement à partir de 1843 : la théorie des combinaisons et le binôme de Newton font partie de la section « Équations » du programme de mathématiques spéciales de 1843, les « Combinaisons, arrangements, permutations » apparaissent à côté de la théorie des équations dans la partie « Algèbre » à partir de 1849, et le thème « sommation des piles de boulets » est ajouté en 1853. De même, du côté des pratiques de recherche, plusieurs articles de combinatoire, centrés sur des questions de dénombrement, sont publiés à la fin des années 1830, notamment dans le *Journal de mathématiques pures et appliquées*[14]. Par exemple, plusieurs auteurs – dont Terquem, Gabriel Lamé ou encore Catalan – s'intéressent à la question du partage d'un po-

11. Bruno Belhoste, *Les sciences dans l'enseignement secondaire français. Textes officiels.* Tome 1 *: 1789-1914*, Paris : INRP, 1995 ; Caroline Ehrhardt, *Itinéraire d'un texte mathématique : les réélaborations des écrits d'Evariste Galois au* XIX^{e} *siècle*, Paris : Hermann, 2012 ; Verdier, « Le *Journal de Liouville* et la presse de son temps », *op. cit.*

12. Charles Choquet et Mathias Mayer, *Traité élémentaire d'algèbre*, Paris : Bachelier, 1832 ; Louis-Benjamin Francoeur, *Algèbre supérieure*, Bruxelles : Meline, Cans, 1838.

13. Ehrhardt, *Itinéraire d'un texte mathématique*, *op. cit.*, ici p. 52.

14. Ce réseau d'articles est notamment étudié dans Verdier, « Le *Journal de Liouville* et la presse de son temps », *op. cit.*

lygone donné en triangles avec ses diagonales et au nombre de manières de le faire.

L'importance de la théorie des combinaisons pour les mathématiques est par ailleurs soulignée par Antoine Augustin Cournot dans son travail sur les probabilités ou encore par Louis Poinsot, qui a publié plusieurs mémoires laissant une bonne place à la théorie des permutations depuis le début du siècle. Ainsi, Cournot écrit :

> *Au fond, toute synthèse scientifique s'opère par une suite de combinaisons de certains principes ou faits primordiaux. Sous ce point de vue, la logique, la grammaire générale, la chimie relèvent de la syntactique aussi bien que l'algèbre*[15].

Ici, Cournot identifie syntactique et théorie des combinaisons. Pour Poinsot[16], l'« algèbre supérieure [...] repose toute entière sur la théorie de l'ordre et des combinaisons[17] ». Enfin, Augustin-Louis Cauchy consacre également un long mémoire[18] ainsi que 27 notes publiées aux *Comptes rendus* de l'Académie des sciences entre 1844 et 1846, dans lesquels les substitutions sont étudiées comme des objets mathématiques à part entière.

Second prélude : repérer la combinatoire dans les NAM

Une analyse systématique du contenu combinatoire d'un journal nécessite de définir des critères de sélection de ce qui relève ou non de cette thématique. Chaque volume des *NAM* s'achevant sur une table des matières thématique, une solution pourrait être de s'appuyer sur cette classification locale pour construire le corpus d'étude. Mais, la classification utilisée dans les *NAM* est très instable sur la période considérée, et, avant 1892, une catégorie

15. Antoine Augustin Cournot, *Exposition de la théorie des chances et des probabilités*, Paris : Hachette, 1843, p. 2.

16. Sur les travaux de Poinsot et Cournot, voir notamment Jenny Boucard et Christophe Eckes, « La théorie de l'ordre de Poinsot à Bourgoin : mathématiques, philosophie, art ornemental », *Revue de synthèse*, 6e sér. 136 (2015), 403-447.

17. Louis Poinsot, « Réflexions sur les principes fondamentaux de la théorie des nombres », *Journal de mathématiques pures et appliquées* 10 (1845), 1-101, ici p. 5.

18. Augustin-Louis Cauchy, « Mémoire sur les arrangements que l'on peut former avec des lettres données, et sur les permutations ou substitutions à l'aide desquelles on passe d'un arrangement à un autre », *Exercices d'analyse et de physique mathématique* 3 (1844), 151-252.

« Analyse combinatoire et calcul des probabilités » n'est insérée qu'en 1872. Après 1892, c'est la classification du *Répertoire bibliographique des sciences mathématiques* (*RBSM)* qui est utilisée[19].

Avec l'essor des revues – et des journaux mathématiques en particulier – et plus généralement l'augmentation de la production d'imprimés dans le second XIX^e^ siècle, le besoin de répertoires bibliographiques est régulièrement souligné et des catalogues bibliographiques mathématiques sont créés. C'est par exemple le cas du *RBSM* ou encore du *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik* à partir de 1868. La comparaison des tables des matières des *NAM* et des rubriques appliquées dans le *Jahrbuch* et le *RBSM* est un bon indicateur des difficultés inhérentes au classement d'un texte mathématique en général, et des travaux combinatoires en particulier, mais aussi des multiples points de vue sur les mathématiques coexistant pour une période donnée[20].

Par exemple, un même texte peut être classé dans des catégories dont l'intitulé comporte le terme de combinatoire ou non selon la classification considérée : un mémoire de Désiré André sur les combinaisons[21] relève de la classe *Arithmétique et théorie des nombres* dans les *NAM* mais est rangé dans la rubrique « Théorie des probabilités et Théorie des combinaisons » (*Wahrscheinlichkeitsrechnung und Combinationslehre*) dans le *Jahrbuch*. De même, le travail d'André Deltour sur les continuants[22] se trouve

19. La classification du *RBSM* est publiée en 1889 et des comptes rendus de mémoires sous forme de fiches paraissent à partir de 1894 (voir Philippe Nabonnand et Laurent Rollet, « Une bibliographie mathématique idéale ? Le Répertoire bibliographique des sciences mathématiques », *Gazette des mathématiciens* 92 (2002), 11-25).

20. Sur cette question dans le cas de la théorie des nombres, voir Catherine Goldstein et Norbert Schappacher, « Several Disciplines and a Book (1860-1901) », dans *The Shaping of Arithmetic after C. F. Gauss's Disquisitiones Arithmeticae*, sous la dir. de Catherine Goldstein, Norbert Schappacher et Joachim Schwermer, Berlin : Springer, 2007, p. 67-103.

21. Désiré André, « Théorèmes sur les combinaisons », *Nouvelles Annales de mathématiques*, 2^e^ sér. 12 (1873), 84-89.

22. André Deltour, « Continuants : applications à la théorie des nombres », *Nouvelles Annales de mathématiques*, 4^e^ sér. 8 (1908), 49-69, 172-188, 264-282, 481-500. En notations actuelles, les continuants sont les déterminants des matrices de la forme $(a_{i,j})_{1\leq i,j\leq n}$ tels que les coefficients sont tous nuls sauf les $a_{i,i}$, $a_{i,i-1}$, $a_{i-1,i}$, avec $1 \leq i \leq n$. Ces déterminants sont notamment utilisés dans le cadre de la théorie des fractions continues.

dans la rubrique « Algèbre » (*Algebra*) du *Jahrbuch*, mais apparaît dans « Arithmétique et théorie des nombres » dans le *RBSM*. Par ailleurs, plusieurs articles, traitant de problèmes circulant notamment dans les récréations mathématiques, sont rangés dans la section combinatoire du *Jahrbuch* mais sont regroupés dans une sous-section « Géométrie de situation » dans le *RBSM*, intitulé inexistant dans le *Jahrbuch*[23].

Ici, j'ai donc choisi de m'appuyer sur ces différentes classifications ainsi que sur une recherche par mots-clés – combinaisons, permutations, substitutions – afin d'obtenir un panorama le plus large possible de ce qui relève de la combinatoire.

Premiers exemples centrés sur les combinaisons et les permutations

Si deux articles sur la sommation des piles de boulets[24] sont publiés en 1844 et 1845, et donc en lien direct avec le contenu des manuels d'algèbre cités précédemment puis avec les programmes d'enseignement ultérieurs, c'est particulièrement entre 1869 et 1883 – soit la période où le contenu des *NAM* est recentré sur les programmes d'enseignement[25] – qu'est publié un ensemble d'articles centrés sur la théorie des combinaisons et des permutations, principalement par des enseignants de lycée.

Le premier est une courte note publiée par A.-G. Melon[26] sur le dénombrement des combinaisons complètes de m lettres, prises n à n. Suivent ensuite des séries d'articles publiés par trois auteurs différents.

Justin Bourget, rédacteur des *NAM* de 1868 à 1871, créateur du *Journal de mathématiques élémentaires* en 1877 et auteur de plusieurs manuels[27], intervient à trois reprises dans les *NAM* en lien avec la combinatoire, entre 1871 et 1883. Dans ses deux ar-

23. Cette géométrie de situation est d'ailleurs l'objet de la dernière section de ce chapitre.

24. D'autres articles et questions sur ce thème sont publiés dans les *NAM* dans les années 1870, notamment par Henri Brocard et Édouard Lucas.

25. Nabonnand et Rollet, « Un journal pour les mathématiques spéciales », *op. cit.*

26. A.-G. Melon, « Sur les combinaisons complètes », *Nouvelles Annales de mathématiques*, 2^{e} sér. 8 (1869), 168-173.

27. Nabonnand et Rollet, « Un journal pour les mathématiques spéciales », *op. cit.*

ticles[28], il propose deux méthodes de classification des permutations, fondées sur la considération des permutations circulaires, le second étant d'ailleurs partiellement reproduit dans les *Comptes rendus* de l'Académie des sciences. En 1881, il répond également à une question posée dès 1852 par Eugène Lionnet sur le problème dit des huit reines, qui consiste à placer huit reines sur un échiquier sans qu'elles puissent s'attaquer mutuellement. Bourget justifie cet intérêt par son étude générale des permutations :

> *En m'occupant du problème des permutations, j'ai été naturellement amené à réfléchir au problème de Lionnet. Après l'avoir transformé en un problème d'Analyse indéterminée, j'ai pu trouver un procédé graphique conduisant sûrement à toutes les solutions du problème*[29].

Notons par ailleurs que Bourget publie également à la même période dans le *Journal de mathématiques pures et appliquées* un mémoire sur le « battement de Monge[30] ». Le « battement de Monge », en termes combinatoires, est une substitution de $2n$ objets, qui fait passer de $(1\ 2\ 3\ ...\ 2n)$ à $(2n\ \ (2n-2)\ ...\ 2\ 1\ ...\ (2n-3)\ \ (2n-1))$. Bourget y présente un historique du problème, dont la version la plus ancienne qu'il connaît est insérée dans les *Problèmes présents et délectables* de Claude-Gaspard Bachet et consiste en un tour de cartes[31]. Il rappelle également que cette question a circulé dans plusieurs périodiques entre 1857 et 1865, notamment sous la forme

28. Justin Bourget, « Des permutations », *Nouvelles Annales de mathématiques*, 2e sér. 10 (1871), 254-268 ; Justin Bourget, « Note sur les permutations de n objets et sur leur classement », *Nouvelles Annales de mathématiques*, 3e sér. 2 (1883), 433-450.

29. Justin Bourget, « Solutions de questions proposées dans les *Nouvelles annales* ; Question 251 », *Nouvelles Annales de mathématiques*, 2e sér. 20 (1881), 473-480, ici p. 474.

30. Justin Bourget, « Sur un problème de permutations successives nommé Battement de Monge », *Journal de mathématiques pures et appliquées*, 3e sér. 8 (1882), 413-434.

31. La première édition de l'ouvrage de Bachet, qui date de 1612, est bien accueillie et une seconde édition, augmentée, est publiée par Bachet dès 1624. Une troisième édition est éditée par un professeur de mathématiques, A. Labosne, en 1874, et le *battement de Monge* constitue en fait le quinzième problème d'un supplément composé de nombreuses additions faites à l'ouvrage de Bachet (Claude Gaspard Bachet, *Problèmes plaisants et délectables, qui se font par les nombres*, 3e éd. rév. et augm. par A. Labosne, Paris : Gauthier-Villars, 1874, p. 214). Bourget, à la suite de Gaspard Monge, s'intéresse à une variante des problèmes de cartes proposés par Bachet.

d'un résumé fait par Terquem d'un travail de Viktor Yakovlevič Bunyakovski dans les *NAM*. Ce problème, énoncé sous la forme d'un tour de carte par Monge en 1773 et d'abord étudié comme tel par Bunyakovski par exemple, est traité de manière purement combinatoire par Bourget.

Adolphe Vachette, licencié *es* sciences en 1843 puis enseignant, intervient dans les *NAM* de 1842 à 1876. Dans les années 1840, plusieurs courtes notes de Vachette ayant trait à des problèmes de dénombrement combinatoires paraissent. Entre 1874 et 1876, la forme de ses textes change : il publie quatre mémoires sur les permutations rectilignes sur plusieurs dizaines de pages. Dans chaque cas, à l'instar de Bourget, Vachette propose une classification des permutations rectilignes ayant un format donné, en empruntant les termes d'*espèce* et de *variété* à la botanique[32].

Enfin, Désiré André[33], normalien (1860), agrégé (1863), impliqué dans la Société mathématique de France dès sa création en 1873, publie dix-sept articles dans les *NAM* entre 1869 et 1877. Ce sont ses premières publications, alors qu'il enseigne à l'École préparatoire de Sainte-Barbe. Parmi ces textes, neuf relèvent de l'arithmétique ou de la combinatoire. À partir de 1877, alors qu'il a obtenu son doctorat *es* sciences sur les fonctions elliptiques sous la direction de Charles Hermite et de Joseph Bertrand, ses travaux paraissent dans d'autres périodiques, dont le lectorat cible est différent, comme les *Comptes rendus* de l'Académie ou encore le *Journal de mathématiques pures et appliquées*. Il est d'ailleurs reconnu pour ses apports combinatoires[34]. Dans les *NAM*, ses neuf articles sont liés aux programmes d'enseignement – binôme de Newton, dénombrement combinatoire – ou à la théorie des nombres élémentaire. Dans trois d'entre eux, et dans un autre publié dans le

32. Sur l'utilisation des classifications en mathématiques, nous renvoyons notamment à François Lê et Anne-Sandrine Paumier, dir., *La classification comme pratique scientifique*, *Cahiers François Viète*, 3e sér. 1 (2016).

33. Roland Brasseur, « Quelques scientifiques ayant enseigné en classe préparatoire aux grandes écoles », *Bulletin de l'Union des professeurs de spéciales* 83.230 (2010), 11-22 ; Verdier, « Le *Journal de Liouville* et la presse de son temps », *op. cit.*

34. Ainsi, Émile Picard insiste sur la qualité des travaux d'analyse combinatoire d'André dans un rapport sur ses travaux qu'il présente à l'Académie en 1910, voir Brasseur, « Quelques scientifiques ayant enseigné en classe préparatoire aux grandes écoles », *op. cit.*

Bulletin de la société mathématique de France, André insiste sur l'importance de la formule arithmétique donnant le nombre de fois où un nombre premier p est facteur dans le produit des n premiers nombres, car elle permet de multiples applications :

> *Elle est d'ailleurs, selon nous, fort importante. Nous nous en sommes servi maintes fois, notamment pour la démonstration de certains théorèmes sur les nombres, sur les combinaisons, sur les factorielles. Afin de montrer combien elle est d'un emploi commode, nous allons en faire une application à une question bien simple du cours de Mathématiques spéciales*[35].

Ces premiers exemples, qui donnent à voir une série de productions en partie centrées sur les combinaisons et les permutations, témoignent également de thématiques régulièrement mises en lien avec les questionnements combinatoires, dont la théorie des nombres et des problèmes traditionnellement associés aux récréations mathématiques.

Combinatoire, théorie des nombres et récréations mathématiques

Le cas de Bourget développé ci-dessus donne le premier exemple de la résolution d'un problème relevant des récréations mathématiques – le problème des huit reines – fondée sur la théorie des permutations.

De même, Charles Henry, éditeur scientifique, publie un texte intitulé « Sur le calcul des dérangements » en 1881 parmi ses quatre articles parus dans les *NAM*. Il y détermine par deux méthodes – dont une extraite d'un traité de Bertrand – le nombre de dérangements[36] existant dans l'ensemble des permutations des n premiers nombres entiers. Ici, Henry justifie doublement l'intérêt de cette

35. Désiré André, « Sur une formule d'arithmétique », *Nouvelles Annales de mathématiques*, 2e sér. 13 (1874), 185-189, ici p. 188. Les articles mentionnés par André sont respectivement Désiré André, « Théorème d'arithmétique », *Nouvelles Annales de mathématiques*, 2e sér. 11 (1872), 314-319 et *idem*, « Théorèmes sur les combinaisons », *op. cit.*

36. Voici comment Henry définit un dérangement : « Lorsque, dans une permutation rectiligne des n premiers nombres, un nombre quelconque précède un autre nombre plus petit que lui, on dit qu'il y a dérangement » (Charles Henry, « Sur le calcul des dérangements », *Nouvelles Annales de mathématiques*, 2e sér. 20 (1881), 5-9, ici p. 5). Plusieurs auteurs utilisent le terme d'« inversion ».

question : tout d'abord, elle est « importante dans la théorie des déterminants » ; ensuite, elle « vient de trouver une nouvelle source d'actualité dans le jeu du Taquin[37] ». Henry renvoie d'ailleurs à un article[38] qu'il a publié précédemment dans la *Gazette anecdotique, littéraire, artistique et bibliographique* le 15 août 1880, dans lequel il présente aux lecteurs le jeu du taquin ainsi que sa solution, en se référant notamment aux *Récréations mathématiques* de Lucas et en introduisant des notions élémentaires sur les permutations. Ici, la publication de l'ouvrage de Lucas et l'intervention d'Henry dans la *Gazette anecdotique* constituent une occasion de développer une question combinatoire dans les *NAM*.

D'autres questions de ce type sont proposées voire résolues dans les *NAM*, pas nécessairement explicitement en lien direct avec la théorie des permutations, que ce soit comme application comme dans le cas de Bourget ou comme motif d'un travail sur une question combinatoire comme dans le cas d'Henry. Ainsi, les carrés magiques et problèmes associés, le problème des huit reines et sa généralisation, la marche du cavalier ou encore des problèmes de labyrinthes font l'objet de plusieurs articles et questions proposées, notamment de la part de Gaston Tarry (quatre textes en tout)[39]. Plusieurs ouvrages de récréations et jeux mathématiques sont également annoncés dans la rubrique bibliographique.

Plusieurs questions liant théorie des nombres et combinatoire sont également étudiées de manière récurrente dans les *NAM*, sur toute la période de leur existence[40]. Sur cette thématique sont publiés des démonstrations de propriétés de divisibilité de formules combinatoires, des articles sur les nombres parfaits et la partition des nombres. Ainsi, la question de la somme des puissances des n premiers entiers naturels fait l'objet de plusieurs textes entre 1851 et 1875. Des démonstrations combinatoires de théorèmes d'arith-

37. *Ibid.* Sur le jeu de taquin, voir la contribution de René Guitart dans cet ouvrage.

38. Charles Henry, « Encore le taquin », *Gazette anecdotique* 5.2 (1880), 87-92.

39. Sur ces travaux, voir la contribution d'Évelyne Barbin dans cet ouvrage.

40. Sur la théorie des nombres dans les *NAM*, voir Jenny Boucard, « Number Theory in Teaching Mathematical Journals : the Case of *Nouvelles Annales de Mathématiques* (1842-1927) », Fourth International Conference on the History of Mathematics Education (Turin, 24 septembre 2015), prépublication disponible à l'url https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01422055, 2016.

métique supérieure, comme sur la décomposition des nombres en carrés[41] ou la loi de réciprocité quadratique[42] sont également insérées. Enfin, nous retrouvons plusieurs textes situés entre arithmétique, géométrie et combinatoire – et recoupant parfois les récréations mathématiques –, relevant de ce que plusieurs auteurs des *NAM* nomment la géométrie de situation, tout particulièrement entre 1849 et 1859 par Terquem (quatre textes), dans les années 1870 par Lucas (deux textes), et au tournant du XX^{e} siècle par Tarry (trois textes) et Raoul Bricard (deux textes). Dans la suite, deux cas d'étude sont développés : la démonstration de la loi de réciprocité quadratique par Egor Ivanovič Zolotarev et une démonstration d'un théorème de Fermat par Bricard. Le premier exemple donne à voir un énoncé mathématique et sa démonstration qui ne rentrent pas *a priori* dans le champ couvert par les *NAM* – les mathématiques pour les candidats aux concours d'admission aux Écoles polytechnique et normale – tandis que le deuxième fait partie de publications d'auteurs des *NAM* promouvant la théorie des nombres *via* des méthodes fondées sur des liens entre arithmétique, géométrie et combinatoire, à travers la *géométrie de situation* en particulier.

Une démonstration combinatoire de la loi de réciprocité quadratique par Zolotarev (1872)

La loi de réciprocité quadratique, énoncée par Adrien-Marie Legendre en 1785 et démontrée une première fois par Carl Friedrich Gauss en 1801 – il en propose six démonstrations différentes entre 1801 et 1818 – établit des liens entre les résidus quadratiques de deux nombres premiers[43]. Si p est un nombre premier et k un entier premier à p, notons suivant Legendre $\left(\frac{k}{p}\right)$ le symbole qui vaut $+1$ si k est un résidu quadratique modulo p (c'est-à-dire si

41. André Deltour, « Continuants : applications à la théorie des nombres », *Nouvelles Annales de mathématiques*, 4^{e} sér. 11 (1911), 116-129.

42. Egor Ivanovič Zolotarev, « Nouvelle démonstration de la loi de réciprocité de Legendre », *Nouvelles Annales de mathématiques*, 2^{e} sér. 11 (1872), 354-362.

43. Sur les différentes démonstrations des lois de réciprocité, voir Franz Lemmermeyer, *Reciprocity Laws : from Euler to Eisenstein*, Berlin : Springer, 2000.

k est congru à un carré modulo p) et -1 sinon. Pour p et q deux nombres premiers impairs distincts, la loi de réciprocité dit que

$$\left(\frac{q}{p}\right)\left(\frac{p}{q}\right) = (-1)^{\frac{p-1}{2}\frac{q-1}{2}}.$$

Ce résultat est considéré comme central au XIX^e siècle. Ainsi, Gauss écrit :

> *Comme presque tout ce qu'on peut dire sur les résidus quadratiques est une suite de ce théorème, la dénomination de* théorème fondamental *dont nous nous servirons dorénavant, ne sera pas déplacée*[44].

Pas moins de trente démonstrations différentes de ce résultat sont publiées avant 1872, fondées sur des arguments divers : utilisation des formes quadratiques, de la cyclotomie, de la géométrie... Gauss, et d'autres à sa suite, soulignent l'intérêt d'obtenir différentes preuves d'un même théorème, car cela donne à voir des liens entre différents résultats arithmétiques et domaines mathématiques. Plus généralement, la production de nouvelles preuves de résultats fondamentaux en théorie des nombres est valorisée au XIX^e siècle[45]. En 1872, une preuve de la loi de réciprocité quadratique fondée sur des arguments combinatoires est publiée par Zolotarev dans les *NAM*.

Zolotarev est un mathématicien russe, né en 1847 à Saint-Pétersbourg. Diplômé en 1863 d'un *gymnasium* de la ville, il suit déjà des cours à l'université. En 1867, après avoir notamment suivi les leçons de Pafnuti Čebyšev et Aleksandr Nikolaevič Korkin, il obtient le diplôme de *kandidat*. À l'âge de 21 ans, il commence à dispenser des enseignements en tant que *Privatdozent*[46] à l'uni-

44. Carl Friedrich Gauss, *Disquisitiones Arithmeticae*, Traduction française par Antoine Charles Marcelin Poullet-Delisle, *Recherches arithmétiques*, Paris : Courcier, 1807, Leipzig : Fleischer, 1801, art. 131.

45. Catherine Goldstein et Norbert Schappacher, « A Book in Search of a Discipline (1801-1860) », dans *The Shaping of Arithmetic after C. F. Gauss's Disquisitiones Arithmeticae*, sous la dir. de Catherine Goldstein, Norbert Schappacher et Joachim Schwermer, Berlin : Springer, 2007, p. 3-65.

46. Le diplôme de *kandidat* est semblable à une thèse. Depuis le début du XIX^e siècle, le terme de *Privatdozent* désigne un enseignant universitaire non titulaire en Allemagne et est également utilisé en Russie, dont les universités ont été créées selon le modèle universitaire allemand. Voir notamment : Christophe Charle et Jacques Verger, *Histoire des universités :* XII^e - XXI^e *siècle*, Paris : Presses universitaires de France, 2012.

versité de Saint-Pétersbourg. Lors de ses études, Zolotarev a pu voyager à Berlin, Heidelberg et Paris, en 1872 et 1876. Il a ainsi pu suivre des enseignements dispensés par Ernst Eduard Kummer à Berlin et rencontrer Hermite à Paris. Il devient professeur et intègre l'Académie des sciences de Saint-Petersbourg en 1876. Ses écrits montrent qu'il est familier des travaux de Gauss, Peter Gustav Lejeune Dirichlet, Kummer, Hermite, Leopold Kronecker, Gotthold Eisenstein, Joseph-Alfred Serret, ou encore Carl Gustav Jacobi. Il est notamment reconnu pour avoir proposé une généralisation de la théorie des nombres idéaux de Kummer[47] dans les années 1870.

Parmi ses toutes premières publications, Zolotarev publie deux articles de théorie des nombres[48] dans les *NAM* en 1872, dont son texte sur la loi de réciprocité quadratique. Dans cet article, Zolotarev propose une démonstration en trois étapes fondée sur la théorie des permutations, la notion de signature et la considération de racines primitives. L'originalité de la démarche de Zolotarev est qu'elle fait le lien entre la théorie des permutations et celle des résidus quadratiques, en s'appuyant sur le fait que la suite $k, 2k, ..., (p-1)k$ considérée modulo p, où p est un nombre premier et k un entier premier à p, définit une permutation sur la suite $1, 2, ..., p-1$, dont la signature – ou le « caractère de la suite » selon les termes de Zolotarev – est égale à $\left(\frac{k}{p}\right)$.

Zolotarev ne fait cependant aucun commentaire sur ce lien et sa démonstration ne semble pas être commentée par d'autres auteurs dans les *NAM*. Par contre, elle fait l'objet d'un compte rendu dès 1872 dans le *Jahrbuch über die Fortschritte der Mathematik* par Ferdinand Georg Frobenius, jeune docteur de l'université de Berlin depuis 1870. Frobenius, professeur à l'École polytechnique de

47. Paola Piazza, « Zolotarev's Theory of Algebraic Numbers », dans *The Shaping of Arithmetic after C. F. Gauss's Disquisitiones Arithmeticae*, sous la dir. de Catherine Goldstein, Norbert Schappacher et Joachim Schwermer, Berlin : Springer, 2007, p. 453-462 ; Boris Nikolaevich Delone, *The St. Petersburg School of Number Theory*, Providence, R. I. : American Mathematical Society, 2005.

48. Zolotarev, « Nouvelle démonstration de la loi de réciprocité de Legendre », *op. cit.* ; Egor Ivanovič Zolotarev, « Sur l'équation $Y^2 - (-1)^{\frac{p-1}{2}} pZ^2 = 4X$ », *Nouvelles Annales de mathématiques*, 2^{e} sér. 11 (1872), 539-549.

Zürich de 1875 à 1892, revient ensuite à Berlin, où il a une grande influence jusqu'à sa mort en 1917, notamment avec ses travaux sur la théorie des groupes et la notion de caractère[49]. Des années plus tard, Frobenius présente la démonstration de Zolotarev de la loi de réciprocité, en y ajoutant des interprétations géométriques d'autres preuves du même résultat[50].

Ce texte de Zolotarev est un exemple de publication dans les *NAM* éloigné des programmes d'enseignement – la théorie des nombres en est quasiment absente – mais qui est de nature élémentaire au sens de Terquem. Plus généralement, des textes de théorie des nombres – alors parfois qualifiée d'*arithmétique supérieure* – sont régulièrement insérés dans les *NAM*, et ce, tout particulièrement sous la direction de Terquem avant 1862 ou à partir des années 1890, lorsque le journal s'ouvre de plus en plus à un lectorat lié à l'université et lorsque Charles-Ange Laisant, puis Bricard deviennent rédacteurs.

Ces productions ne sont d'ailleurs pas toujours élémentaires. Ainsi, en 1856, la traduction d'un mémoire de Jacobi sur la cyclotomie et les formes quadratiques, d'abord paru dans les *Comptes rendus* de l'Académie de Berlin puis dans le *Journal für die reine und angewandte Mathematik* est publiée[51] et, au début du XX^e^ siècle, de plus en plus de références aux nombres idéaux de Kummer sont insérées. Plus généralement, plusieurs auteurs, et tout particulièrement Terquem, Laisant et Bricard, interviennent régulièrement dans le journal pour encourager la diffusion de la théorie des nombres[52]. C'est dans ce cadre notamment que Bricard propose une démonstration graphique du théorème de Fermat en 1903.

49. Ralf Haubrich, « Frobenius, Schur, and the Berlin Algebraic Tradition », dans *Mathematics in Berlin*, sous la dir. d'Heinrich G. W. Begehr et al., Berlin, Basel, Boston : Birkhaüser, 1998, p. 83-96.

50. Ferdinand Georg Frobenius, « Über das quadratische Reziprozitätsgesetz », *Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin* (1914), 335-349, 484-488.

51. Jenny Boucard et Norbert Verdier, « Circulations mathématiques et congruences dans les périodiques de la première moitié du XIX^e^ siècle », *Philosophia Scientiæ* 19.2 (2015), 57-77.

52. Boucard, « Number Theory in Teaching Mathematical Journals », *op. cit.*

Vers une arithmétique graphique : Combinatoire, théorie des nombres et géométrie de situation

Une démonstration du théorème de Fermat par Bricard

Raoul Bricard, né en 1870 à Paris, intègre la promotion polytechnicienne de 1888 puis est nommé élève-ingénieur des Manufactures de l'État en 1890. Par la suite, il enseigne notamment à l'École polytechnique comme répétiteur à partir de 1897, en classe de mathématiques spéciales au Lycée Rollin en 1899 puis au Conservatoire national des arts et des métiers à partir de 1908 (chaire de Géométrie appliquée aux arts). De ses deux fonctions d'ingénieur et d'enseignant, c'est pour la seconde qu'il est reconnu. Auteur de manuels et de nombreux articles mathématiques, il se distingue également par ses recherches géométriques, portant sur les systèmes articulés et les déplacements à trajectoires sphériques. Membre de la Société mathématique de France depuis 1897, il est également un des représentants du mouvement espérantiste. Sur ses 150 interventions dans les *NAM*, seules 16 relèvent de la théorie des nombres ou de la combinatoire. Néanmoins, comme signalé ci-dessus, Bricard manifeste son intérêt pour l'arithmétique supérieure et encourage les lecteurs des *NAM* à s'y initier à travers ses différents comptes rendus bibliographiques.

L'article « Pruvo simpla de la Fermat's teoremo. Démonstration simple du théorème de Fermat[53] » est intéressant à plusieurs titres. D'une part, il illustre l'engagement de plusieurs contributeurs des *NAM* dans le mouvement esperantiste, avec Carlo Bourlet et Laisant notamment, qui sont tous trois rédacteurs du périodique au début du XX^{e} siècle[54]. Ce texte suit en effet la publication d'un avertissement intitulé « L'esperanto et les mathématiques », signé par la rédaction, soulignant la nécessité pour les mathématiciens – et surtout les mathématiciens purs « dont les sujets d'étude sont internationaux par excellence » – de se familiariser avec cette

53. Raoul Bricard, « Pruvo simpla de la Fermat'a teoremo. Démonstration simple du théorème de Fermat », *Nouvelles Annales de mathématiques*, 4^{e} sér. 3 (1903), 340-342.

54. Jérôme Auvinet, « Charles-Ange Laisant : itinéraires et engagements d'un mathématicien, d'un siècle à l'autre (1841-1920) », Thèse de doctorat, Université de Nantes, 2011.

langue internationale[55] et annonçant la publication de textes en esperanto dans les prochains volumes du journal. La fin de l'avertissement introduit la note de Bricard, qui doit permettre d'initier les débutants à l'esperanto.

D'autre part, sa démonstration du théorème de Fermat rejoint les caractéristiques de plusieurs écrits arithmétiques du XIX^e siècle : variété des démonstrations pour un même théorème, proposition d'une preuve élémentaire dans le cadre des *NAM*, preuve fondée sur des arguments combinatoires et graphiques, s'appuyant sur la considération de polygones réguliers.

Ainsi, pour démontrer que pour tous nombres p premier et m entier quelconque, le nombre $m^p - m$ est un multiple de p, Bricard commence par se placer dans le système de numération en base m, dont il observe qu'il permet d'écrire m^p nombres à p chiffres dont m sont constitués du même chiffre répété p fois. Il considère le nombre $A_1 = (ab...l)$, l'un des $m^p - m$ nombres à p chiffres composés d'au moins deux chiffres distincts, et les $p - 1$ nombres $A_2, \ldots, A_p$ obtenus par permutations circulaires des chiffres a, b, ..., l de A_1. Il montre que ces nombres sont tous distincts, d'où il déduit que les $m^p - m$ nombres à p chiffres ayant au moins deux chiffres distincts peuvent être répartis en p groupes de nombres, ce qui permet de conclure.

Il suppose pour cela que $A_h = A_1$ et introduit une configuration graphique qui lui permet d' « exprimer géométriquement[56] » sa démonstration arithmétique : « divisons un cercle en p parties égales, et, à côté des points de division α_1, α_2, ..., α_p, écrivons les chiffres de A_1, comme sur la figure suivante[57] ». Il remarque ensuite que par définition et par égalité, le premier chiffre de A_h est à la fois le premier chiffre – soit a – et le $h^{\text{ième}}$ chiffre de A_1. Il affirme ensuite que, de la même façon, le $h^{\text{ième}}$ chiffre de A_h est le $2h^{\text{ième}}$ chiffre de A_1, et ainsi de suite. C'est à ce moment que

55. La question des langues internationales en mathématiques à cette époque est discutée dans Jeremy Gray, « Languages for Mathematics and the Language of Mathematics in a World of Nations », dans *Mathematics Unbound : The Evolution of an International Mathematical Research Community, 1800-1945*, sous la dir. de Karen Hunger Parshall et Adrian Rice, Providence : American Mathematical Society, 2002, p. 201-228.

56. Bricard, « Pruvo simpla de la Fermat'a teoremo. Démonstration simple du théorème de Fermat », *op. cit.*, ici p. 342.

57. *Ibid.*, ici p. 341. Voir Fig. 1.

Supozinte efektive ke (ekzemple) A_1 identas A_h, ni p-onigu cirklon, kaj je la dividpunktoj $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_p$, ni apudigu la ciferojn de A_1, kiel montras la jena figuro.

Supposons en effet que, par exemple, A_1 soit identique à A_h; divisons un cercle en p parties égales, et, à côté des points de division $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_p$, écrivons les chiffres de A_1, comme sur la figure suivante.

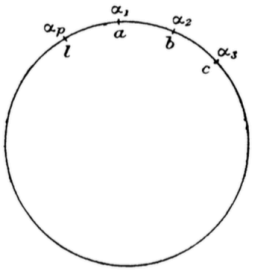


FIG. 1 – *Une présentation graphique du théorème de Fermat.* Extrait de Raoul BRICARD, « Pruvo simpla de la Fermat'a teoremo. Démonstration simple du théorème de Fermat », *Nouvelles Annales de mathématiques*, 4e sér. 3 (1903), p. 341.

Bricard introduit des considérations sur les polygones :

> *Joignons par des droites le point α_1 au point α_h, le point α_h au point α_{2h}, etc. : les chiffres, inscrits à côté des sommets du polygone régulier ainsi formé, sont identiques. Mais comme p est un nombre premier, ce polygone a nécessairement p sommets*[58].

Il peut alors conclure : le nombre A_1 est donc composé de p chiffres a, ce qui contredit l'hypothèse. Néanmoins, notons qu'une partie du raisonnement de Bricard s'avère erronée. En effet, pour passer de A_1 à A_h, chaque chiffre est décalé de $h-1$ et non de h rangs. Ainsi, le $h^{\text{ième}}$ chiffre de A_h est le $(2h-1)^{\text{ième}}$ chiffre de A_1, et le polygone obtenu est alors composé successivement des sommets α_1, α_h, α_{2h-1}, α_{3h-2}..., où les indices sont toujours considérés modulo p. Toutefois, cette erreur n'invalide pas la méthode de Bricard car $h-1$ est premier à p donc les différents multiples de $h-1$ pris modulo p donnent tous les entiers de 1 à $p-1$.

58. *Ibid.*, ici p. 342.

Bricard obtient ainsi une démonstration graphique, à partir de considérations sur les polygones réguliers étoilés, du petit théorème de Fermat. Notons qu'il ne commente absolument pas sa démonstration. Elle est par contre traduite en espagnol et publiée dans la revue *Revista de ciencias*, de Lima[59]. De plus, cette preuve d'un théorème fondamental de l'arithmétique par un procédé graphique fait écho à d'autres articles publiés dans les *NAM*, et plus généralement à des pratiques mathématiques liant théorie des nombres, combinatoire et géométrie. Remarquons de plus qu'à la même période, Bricard publie un autre article arithmétique dans les *NAM*, s'appuyant sur l'utilisation d'un échiquier triangulaire[60] et Arthur André François Bienaymé est l'auteur d'un texte sur les battements de Monge, dans lequel il s'appuie sur une représentation géométrique des permutations circulaires, à la manière de Bricard. Bienaymé se réfère à une discussion avec Ernest Duporcq en présentant sa démarche. Or, ces différents acteurs appartiennent à des réseaux communs : ainsi, Duporcq et Bricard sont tous deux secrétaires de la Société mathématique de France, Duporcq est rédacteur aux *NAM* avec Laisant depuis 1902, après avoir été son élève à l'École Monge. Laisant est justement un des mathématiciens soulignant l'importance des représentations graphiques en théorie des nombres[61].

La géométrie de situation, dans les Nouvelles annales de mathématiques *et ailleurs*

Des questions situées entre arithmétique, géométrie et combinatoire sont régulièrement insérées dans les *NAM*, dès les années 1840. Le rôle de Terquem – en tant que promoteur de la théorie des nombres, mais aussi de la géométrie de situation – est ici fondamental. Ainsi, dès 1845, Terquem ajoute une note à la fin d'un article de Vachette portant sur les polygones réguliers pour souligner les liens existant entre théorie des nombres et géométrie :

59. Raoul Bricard, « Demostración simple del teorema de Fermat », *Revista de Ciencias* 7.5 (1903), 101. Cette traduction est peut-être liée à Federico Villarreal, alors doyen de la Faculté des sciences de Lima, et prenant part au mouvement esperantiste.

60. Raoul Bricard, « Sur l'extension à l'espace du théorème de Poncelet », *Nouvelles Annales de mathématiques*, 4^{e} sér. 4 (1904), 554-558.

61. Auvinet, « Charles-Ange Laisant », *op. cit.*

> *On voit donc que la possibilité de diviser la circonférence en parties égales tient encore à ce qu'on peut toujours satisfaire en nombres entiers à l'équation* $ax - by = 1$*, lorsque* a *et* b *sont premiers entre eux ; il existe une liaison singulière qu'on rencontre partout, entre les propriétés des nombres premiers et celles de la circonférence*[62].

En 1849, Terquem résume les écrits de Poinsot sur les polygones et polyèdres étoilés[63], propose une bibliographie sur le sujet et insiste sur l'intérêt des polyèdres réguliers étoilés pour les « démonstrations cristallographiques[64] ». Ce dernier, dans son mémoire de 1810, présente une définition de la géométrie de situation, correspondant à celle suivie par les auteurs considérés ici : c'est une géométrie où l'on « considère moins la grandeur et la proportion des figures, que l'ordre et la situation des divers élémens [sic] qui les composent[65] ». La même année, Terquem publié également un texte intitulé « Théorèmes sur la géométrie de situation, d'après M. Cayley », qui est en fait une version synthétique d'un article de Cayley paru en français en 1846 dans le *Journal für die reine und angewandte Mathematik* sous le titre « Sur quelques théorèmes de la géométrie de position ». Ici, le changement de vocabulaire instauré par Terquem ne me semble pas anodin. En 1854, il ajoute de nouveau une note à un mémoire « Sur le problème du cavalier au jeu des échecs » dans laquelle il rattache cette question à la géométrie de situation :

> *C'est Euler qui, le premier, a ramené ce problème de situation à un* tâtonnement rationnel [...] *; à l'aide d'une notation ingénieuse, Vandermonde a appliqué ce procédé à un échiquier quelconque de* mn *cases* [...] *C'est que les principes de la géométrie de situation désirés par Leibnitz sont toujours inconnus ; principes intimement liés à la théorie combinatoire des nombres et au calcul des différences partielles finies*[66].

62. Adolphe Vachette, « Note sur les polygones réguliers inscriptibles », *Nouvelles Annales de mathématiques*, 1re sér. 4 (1845), 175-177, ici p. 77.

63. Louis Poinsot, « Mémoire sur les polygones et les polyèdres », *Journal de l'École polytechnique* 4.10e cahier (1810), 16-49.

64. Olry Terquem, « Sur les polygones et les polyèdres étoilés, d'après M. Poinsot », *Nouvelles Annales de mathématiques*, 1re sér. 8 (1849), 68-74, 132-139, ici p. 135.

65. Poinsot, « Mémoire sur les polygones et les polyèdres », *op. cit.*, p. 16.

66. Olry Terquem, « Sur le problème du cavalier au jeu d'échec », *Nouvelles Annales de mathématiques*, 1re sér. 13 (1854), 181-188.

Notons également une traduction de l'article d'Euler sur le problème des ponts de Königsberg faite par Émile Coupy, enseignant à l'École militaire de la Flèche[67]. Enfin, Terquem publie en 1859 une courte note[68], dans laquelle il liste dix types de géométrie dont deux pour lesquelles, selon lui, manquent encore les principes. Parmi ces deux géométries figure la géométrie de situation. Terquem conclut par un appel : « Chacune de ces géométries réclame un Euclide ». Ainsi, sur une dizaine d'années, un ensemble d'articles relevant de la géométrie de situation est piloté par Terquem.

Nous retrouvons des travaux proches de la géométrie de situation et intégrés dans les *NAM* après la mort de Terquem en 1862. Nous avons déjà évoqué les articles de Tarry publiés au tournant du XX^e^ siècle et classés comme appartenant au domaine de la géométrie de situation. D'autres articles, s'ils ne sont pas explicitement rattachés par leurs auteurs ou par les rédacteurs du journal à la géométrie de situation, s'en rapprochent néanmoins. C'est le cas de plusieurs articles traitant de questions arithmétiques par des méthodes graphiques[69].

Au-delà des *NAM*, la géométrie de situation apparaît dans plusieurs travaux du XIX^e^ siècle. Ainsi, dans la première moitié du siècle, après avoir défini la géométrie de situation en 1810, Poinsot la présente comme une branche de sa *théorie de l'ordre*[70]. Ses travaux sont d'ailleurs cités de manière récurrente par les auteurs de la seconde moitié du XIX^e^ siècle qui se réclament de la géométrie de situation. Parmi ceux-ci, citons en particulier Lucas, dont la *Théo-*

67. Émile Coupy, « Solution d'un problème appartenant à la géométrie de situation, par Euler », *Nouvelles Annales de mathématiques*, 1^re^ sér. 10 (1851), 106-119.

68. Olry Terquem, « Sur diverses géométries », *Nouvelles Annales de mathématiques*, 1^re^ sér. 18 (1859), 445-446.

69. Outre les textes de Bricard cités précédemment : Édouard Lucas, « Note sur les sommes des puissances semblables des n premiers nombres entiers », *Nouvelles Annales de mathématiques*, 2^e^ sér. 9 (1870), 49-53 ; Édouard Amigues, « Note sur les sommes des puissances semblables des n premiers nombres entiers », *Nouvelles Annales de mathématiques*, 2^e^ sér. 10 (1871), 79-82 ; Édouard Lucas, « Théorème sur la géométrie des quinconces », *Nouvelles Annales de mathématiques*, 2^e^ sér. 17 (1878), 129-130 ; Charles-Ange Laisant, « Remarque sur certaines questions de réciprocité », *Nouvelles Annales de mathématiques*, 3^e^ sér. 3 (1884), 383-386.

70. Poinsot, « Réflexions sur les principes », *op. cit.*

rie des nombres[71] comporte un chapitre consacré à la géométrie de situation et dont les *Récréations mathématiques* relèvent de la géométrie de situation et de l'arithmétique supérieure, et Laisant, qui la décrit comme une « sorte de Protée affectant des formes diverses[72] ». Lucas et Laisant sont ainsi deux acteurs importants de la communauté dite des « mathématiques discrètes ». Notons également que si, chez Poinsot et Laisant par exemple, la géométrie de situation permet de souligner des liens entre plusieurs domaines mathématiques – théorie des nombres, géométrie, combinatoire, algèbre –, d'autres auteurs insistent également sur sa transversalité en dehors des sciences mathématiques pures. C'est par exemple le cas de Lucas :

> *Nous ne développerons pas davantage, pour le moment, ces études sur la Géométrie de situation ; cependant il y a lieu de rappeler les travaux de Poinsot, Cauchy et Bertrand sur les* Polyèdres étoilés *; ceux de M. Catalan, sur les* Polyèdres semi-réguliers, *considérés d'abord par Archimède ; ceux de Bravais, sur la* Cristallographie *et sur la* Phyllotaxie *; ceux de M. Cayley sur les* Arbres géométriques *et leur emploi dans la théorie des combinaisons chimiques*[73].

Pour finir, citons un lecteur des *NAM*, qui reprendra à son compte certains développements de la *théorie de l'ordre* de Poinsot et de la géométrie de situation de Terquem ou de Lucas : Jules Bourgoin, ornemaniste du second XIX^e^ siècle, s'appuie en effet pour construire une théorie de l'ornement sur les notions d'ordre et de combinaisons[74]. Ses notes de lecture témoignent d'une culture scientifique[75] construite à travers le prisme de ces deux notions ainsi que sur les notions de forme ou de classification. Bourgoin

71. Édouard Lucas, *Théorie des Nombres*, Paris : Gauthier-Villars, 1891.

72. Charles-Ange Laisant, *La mathématique : philosophie-enseignement*, Paris : G. Carré et C. Naud, 1898, p. 105. Cet extrait, ainsi qu'une analyse du travail de Laisant sur la géométrie de situation, sont présentés dans Auvinet, « Charles-Ange Laisant », *op. cit.*

73. Lucas, *Théorie des Nombres*, *op. cit.*, p. 119.

74. Jules Bourgoin, *Théorie de l'ornement*, Paris : A. Lévy, 1873. Sur Bourgoin et la théorie de l'ordre : Boucard et Eckes, « La théorie de l'ordre de Poinsot à Bourgoin », *op. cit.*

75. Jenny Boucard et Christophe Eckes, « Les sources scientifiques de Jules Bourgoin : cristaux, polygones et polyèdres », dans *De l'Orient à la mathématique de l'ornement : Jules Bourgoin (1838-1908)*, sous la dir. de Maryse Bideault, Estelle Thibault et Mercedes Volait, Paris : Picard, 2015, p. 299-313.

a notamment lu des écrits de Poinsot, Cournot, Lucas et a recopié la liste incluse dans l'article « Sur les diverses géométries » de Terquem. Cet exemple, reposant sur des sources archivistiques exceptionnelles, me semble particulièrement intéressant car il permet de comprendre les pratiques de lecture d'un acteur *a priori* extérieur au lectorat cible des *NAM*.

Conclusion

Ce rapide tour d'horizon des *NAM* montre la combinatoire sous différentes formes : parfois liée à des questions précises des programmes d'enseignement, objet de longs développements sur ses objets comme les combinaisons ou les permutations, appliquée pour obtenir des résultats de théorie des nombres et réciproquement, ou encore introduite dans le cadre de récréations mathématiques. Vis-à-vis du lectorat cible des *NAM*, les objectifs semblent ainsi être divers : un entraînement direct au programme des classes de mathématiques spéciales, une initiation à des questions, voire des domaines, extérieurs aux programmes *via* des présentations élémentaires. Plusieurs problèmes de récréations mathématiques et textes liés à la géométrie de situation sont également publiés dans ce journal. L'étude d'un journal comme les *NAM* constitue ainsi un point d'entrée pour analyser la circulation de contenus dans des supports variés, allant de journaux mathématiques comme le *Journal de mathématiques pures et appliquées* à des périodiques plus généralistes comme la *Gazette anecdotique* par exemple. Ainsi, les *NAM* font partie d'un paysage éditorial mathématique varié, constitué de manuels et traités, de journaux mathématiques académiques et privés, de journaux généralistes ou encore de récréations mathématiques. Nous retrouvons ainsi les acteurs, comme Laisant ou Lucas, de la communauté dite des mathématiques discrètes, ainsi que d'autres géomètres, comme Terquem ou encore Bricard. Notons d'ailleurs le rôle de ces deux derniers personnages qui, s'ils ne font pas la part belle à la combinatoire dans leurs propres travaux, jouent un rôle remarquable dans sa promotion et sa diffusion, *via* leur fonction de rédacteur. Ainsi, l'exemple de la combinatoire permet également d'appréhender certains aspects du fonctionnement de cette « institution sans mur » que sont les *Nouvelles Annales de mathématiques*.