



**HAL**  
open science

## Villes, densité et fractalité

Nathalie François, Pierre Frankhauser, Denise Pumain

► **To cite this version:**

Nathalie François, Pierre Frankhauser, Denise Pumain. Villes, densité et fractalité. Les Annales de la Recherche Urbaine, 1995, 67, pp.54-63. halshs-01547360

**HAL Id: halshs-01547360**

**<https://shs.hal.science/halshs-01547360>**

Submitted on 26 Jun 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Villes, densité et fractalité

Nathalie François\*, Pierre Frankhauser\*\*, Denise Pumain\*

\* équipe P.A.R.I.S., URA 1243, CNRS et Université Paris I

\*\* IRADES, Université de Besançon

Les fractales sont à la mode, parce qu'elles produisent des images fascinantes, parce que des modèles les mettent en relation avec la dynamique des systèmes complexes. Il est bien naturel qu'elles inspirent la recherche urbaine, puisque les tissus urbains sont des formes irrégulières et fragmentées, puisque les réseaux d'infrastructures sont ramifiés, puisque les systèmes de villes sont hiérarchisés. L'auto-similarité, ou reproduction des mêmes structures à des échelles spatiales différentes, semble une caractéristique de l'organisation géographique des villes, que des théories comme celle des lieux centraux ont depuis longtemps essayé d'expliquer. Introduire la référence fractale dans les modèles urbains est peut être l'occasion de mieux prendre en compte les modalités spécifiques de l'organisation spatiale des villes et d'en trouver des expressions nouvelles, en particulier dynamiques.

Dans cette exploration de ce que les fractales peuvent apporter à l'analyse des densités urbaines, et au risque de paraître bien naïfs ou triviaux aux mathématiciens, nous nous intéressons surtout aux modalités du transfert de cette notion au domaine de la ville et tentons de situer l'information nouvelle par rapport aux méthodes antérieures.

### 1 Densité urbaine et dimension fractale

La densité est un instrument de mesure très ancien et très utilisé dans les analyses et les modèles des villes ou des systèmes urbains. Elle est une mesure de l'intensité d'occupation du sol. C'est un indicateur synthétique, et à bien des égards révélateur puisque de nombreuses caractéristiques urbaines lui sont corrélées. C'est le descripteur par excellence de l'état du peuplement d'un territoire. Des liens systématiques ont pu être établis entre densités, distance au centre des villes, taille des villes, position des villes dans la hiérarchie urbaine et dimension du système des villes (ou "temps démographique" selon Bussière et Stovall, 1981). Cependant, l'utilisation de cette mesure pose la question des modèles de répartition spatiale auxquels elle renvoie implicitement. La géométrie fractale constitue-t-elle un référentiel plus adapté? Les mesures et les modèles réalisés dans ce cadre sont-ils des outils de description de l'espace urbain plus pertinents que ceux qui s'inspirent de la notion de densité?

#### 1.1 Les insuffisances de la notion de densité

##### *Du rendement du sol à l'appropriation de l'espace*

Du point de vue de la théorie urbaine, la notion de densité appelle quelques critiques fondamentales. En fait, il s'agit d'une mesure analogue dans sa construction à des indices de rendement : comme des quintaux de blé à l'hectare, on dénombre des personnes par kilomètre carré. A ce titre, son efficacité conceptuelle est limitée aux seules situations où existe une relation écologique effective entre une surface et la population qui met en valeur les ressources, entre le sol et la masse humaine qu'il peut supporter. Cette relation a du sens pour caractériser et comparer des économies agraires, mais puisque les villes exercent par définition des activités non agricoles, la connotation de rendement que véhicule l'indicateur de densité ne s'y applique pas.

Un indicateur d'occupation de l'espace urbain qui serait construit sur le modèle des autres indicateurs sociaux devrait comporter la population au dénominateur et non plus au numérateur et serait par exemple une mesure de la surface disponible par habitant. Plus satisfaisant de ce point de vue, cet indicateur n'en soulèverait pas moins de problèmes de définition et d'interprétation : faut-il mesurer l'espace approprié par chaque habitant ? ou encore l'espace loué de façon privative, c'est-à-dire celui du logement ? Entre qui et de quelle façon répartir l'espace public de la ville ? Comment approcher l'espace réellement utilisé par les citoyens, celui qu'ils parcourent, régulièrement ou occasionnellement, celui qu'ils connaissent ? Entre le jour et la nuit, les périodes de travail et celles des vacances, la répartition de la population change, de même qu'au cours du temps et selon ses itinéraires dans la ville l'espace-temps de l'habitant se déforme (Hägerstrand). La signification de l'indicateur se précise au fur et à mesure que les possibilités de sa mesure se diluent dans la diversité et le flou des pratiques urbaines.

A cet égard, H. Le Bras (1993) dénonce à juste titre les prétendues mesures de l'intensité d'occupation de l'espace, du type : "80 % de la population vit sur 20 % du territoire", qui ne précisent pas le niveau d'agrégation des observations (ici par exemple il faudrait dire que le cinquième du nombre des communes françaises, les plus peuplées, rassemblent les quatre cinquièmes de la population totale). R. Brunet pousse l'image jusqu'à l'absurde pour souligner l'arbitraire et la difficulté de cette notion d'espace de référence en indiquant "qu'aux normes du métro parisien, toute la population du monde tiendrait dans le territoire de Belfort".

Que l'on rapporte le nombre des personnes à une unité de surface, ou que l'on calcule le nombre de mètres carrés accessibles au résident ou au passant, ces indicateurs de l'intensité de la présence humaine dans les villes partagent le même défaut qui est leur référence implicite, en tant que moyennes, à la notion d'homogénéité. En physique-chimie, la densité est une mesure caractéristique d'une répartition homogène de particules pour les corps à l'équilibre, dans des systèmes clos. Une telle référence convient mal à l'étude de systèmes urbains qui sont toujours largement ouverts, et où l'hétérogénéité est la règle.

### *Des densités toujours hétérogènes*

Quelle que soit l'échelle d'observation du phénomène urbain, les mesures ont établi une hétérogénéité fondamentale de la répartition spatiale des indicateurs mesurant la masse urbaine: personnes, surface bâtie, activités ou flux, dans les surfaces considérées. A l'échelle d'une ville, C. Clark a depuis longtemps fait observer que la distribution des densités de population résidente s'organise avec un fort gradient décroissant du centre vers la périphérie, selon un modèle de fonction exponentielle ou puissance négative de la distance au centre. Ce modèle garde de son pouvoir descriptif, même si la concurrence exercée par les emplois tertiaires pour les localisations centrales les plus accessibles entraîne la formation d'un "cratère" central dans la surface qui représente en trois dimensions les densités. Le modèle n'est pas non plus complètement remis en cause par l'évolution récente qui, du fait du desserrement résidentiel des centres d'une part, et de la densification des banlieues et de l'étalement des zones périurbaines d'autre part, a considérablement réduit les gradients des distributions de densité, dans la plupart des grandes villes du monde et en Europe même dans des petites villes de quelque 20 000 habitants.

A l'échelle des réseaux urbains, le territoire est occupé de façon très inégale par la trame extrêmement hiérarchisée des villes. Là encore, les modèles utilisés pour l'analyse ne sont pas les plus adaptés, car ils se réfèrent à la notion d'uniformité. Ainsi, les mesures visant à tester la forme de la répartition du semis des villes dans un territoire ont utilisé comme

référence une distribution de Poisson (Dacey, 1967), qui suppose une égale probabilité d'occupation des lieux par les villes et ne tient donc pas compte des effets d'amas caractéristiques des trames urbaines. De même, les tentatives d'utilisation de l'analyse spectrale pour caractériser les composantes d'échelle exprimant l'organisation hiérarchique des réseaux urbains (Dacey, 1967, Cauvin, Reymond, 1985) se sont heurtés aux importantes irrégularités de cette organisation. Les essais de repérage des modèles christalleriens, ou d'une combinaison éventuelle des trois principes, de marché, de transport et d'administration, dans un même réseau urbain, ne se sont pas révélés plus probants.

### *Pas de proportionnalité entre population et surface*

A l'échelle d'une ville comme à celle du système des villes, c'est l'hypothèse d'homogénéité sous-jacente qui amène à récuser l'emploi des références usuelles pour l'analyse de ces structures. La densité suppose implicitement une relation de type linéaire, de proportionnalité entre population et surface. Cette relation n'est le plus souvent pas vérifiée. Lorsqu'on la détermine empiriquement, la relation entre la population et la surface des unités de certains découpages administratifs prend souvent la forme d'une fonction puissance dont l'exposant est inférieur à un, en général de l'ordre de deux-tiers (Haggett, 1973). En d'autres termes, les unités les plus peuplées sont de plus petites superficies que les grandes, ou encore la densité faiblit avec la taille des unités administratives considérées. Selon H. Reymond (1981), cette règle s'explique intuitivement par l'obligation pour la population, qui est comme un volume, de s'ajuster à une surface, elle résulte des modalités d'un processus nécessaire d'espacement de l'habitat et des activités humaines.

C'est en raison de ces variations systématiques que les mesures de la concentration donnent des résultats différents selon l'échelle géographique à laquelle elles sont calculées (Isard, 1960, Le Bras, 1993).

### *Intérêt intuitif de la référence au modèle fractal*

Toutes les méthodes d'analyse et les modèles évoqués ci-dessus situent la population ou les activités urbaines par rapport à un espace support, qui les contient, et dont les propriétés sont celles de la géométrie euclidienne. David Harvey a cependant invoqué depuis longtemps (1969) la fécondité de la conception d'un espace relatif, qui soit défini par la pratique historique et sociale: "ce sont les activités et les objets eux-mêmes qui définissent leur champ spatial d'intervention" (1969, p. 209). Plusieurs auteurs, que ce soit dans des analyses de perception de l'espace (Hägerstrand, Cauvin, Muller), dans la recherche de représentations cartographiques plus adaptées (Tobler, 1974, Rimbart, 1986) ou dans des recherches de géographie théorique sur les propriétés de l'espace géographique (Reymond, 1981, Brunet, 1990) en ont souligné le caractère non euclidien, délibérément hétérogène et anisotrope.

A propos de l'espace intra-urbain, la référence à un espace homogène cadre peu avec des distributions extrêmement contrastées, qui ont de très forts gradients, qui expriment et induisent des champs centre-périphérie, simples ou multiples, très polarisés. De même, à l'échelon des systèmes de villes, on a observé que les modèles géométriques issus de la théorie des lieux centraux semblent incompatibles, dans leur référence à un peuplement homogène, avec les formes de champ définies par les modalités de l'occupation de l'espace par les villes (Frankhauser, 1993). L'auto-similarité (le caractère auto-scalant) de l'espace géographique a été interprété, par exemple par Philbrick (1957), comme résultant d'une alternance quasi-systématique des effets de polarisation, qui différencient un centre et sa périphérie, et des effets de similitude, qui définissent des régions homogènes, et cela à toutes les échelles

géographiques: des parcelles d'une exploitation, homogènes, sont polarisées par une ferme, la réunion de plusieurs exploitations forme une petite région agricole homogène polarisée par un bourg-marché, plusieurs régions agricoles forment elles-mêmes la périphérie d'une petite capitale régionale, laquelle entre à son tour avec d'autres de ses semblables dans une région polarisée par une métropole, etc...

Cette interprétation fonctionnaliste et statique, enrichie par la prise en considération de la vitesse des déplacements entre les lieux aux différentes échelles et de leur évolution historiquement différenciée, devrait permettre un véritable transfert de la notion de fractale aux espaces intra- et interurbains (Pumain, 1993). En outre, on a depuis longtemps remarqué que les distributions des hiérarchies urbaines étaient beaucoup mieux décrites par des modèles statistiques (de Pareto, dit encore "loi rang-taille" par Zipf, ou distribution lognormale étudiée par Gibrat), qui, eux, paraissent compatibles avec une géométrie fractale. Ainsi, les générateurs de multifractales utilisés par H. Le Bras (1993) pour simuler la répartition spatiale des croissances démographiques, qui ne sont pas été reliés explicitement dans son livre à des processus territoriaux, présentent en fait une analogie avec un processus stochastique de répartition de la croissance, dont on sait qu'il engendre des distributions lognormales.

Puisque la répartition des densités urbaines, quelle que soit l'échelle considérée, n'est jamais homogène, il peut être intéressant de remplacer le modèle de la densité par une référence fractale, qui contient d'emblée cette information triviale. Non seulement il sera possible de comparer directement des niveaux d'hétérogénéité, ou d'intégrer cette propriété dans les modèles urbains, mais encore, on peut espérer découvrir quelque chose de nouveau: au lieu de traiter les phénomènes de hiérarchisation comme le résidu par rapport à un modèle homogène, les écarts au modèle seront débarrassés de cette composante essentielle déjà connue et feront apparaître des caractéristiques jusque là non décelées. Si l'occupation de l'espace par les villes ressemble aux images produites par des modèles de référence utilisant la géométrie fractale, on pourrait alors essayer de comprendre pourquoi il en est ainsi, en imaginant des processus plausibles qui simulent la genèse de telles configurations. Plausible signifie compatible avec la théorie urbaine, ou plutôt les théories, soit urbanistiques, soit socio-économiques, de la formation et de la croissance des villes. La référence au modèle fractal a en effet l'avantage, par rapport à celui de la densité, de renvoyer plus directement à une conception dynamique, voire évolutive, des réseaux de villes (Pumain, 1994).

Cette révolution conceptuelle déplace le centre d'intérêt, par rapport aux densités : ce n'est plus tellement l'intensité de l'occupation de l'espace qui va être considérée, mais sa structure, faite d'un ordre sous-jacent, qui s'exprime à différentes échelles géographiques, et qui concerne l'articulation de ces échelles. Cet ordre implicite s'accompagne de hasard et implique que les degrés d'irrégularité rencontrés aux différentes échelles soient sensiblement égaux : "dans les objets fractals, le hasard doit avoir la même importance à toutes les échelles, ce qui implique qu'il n'y a plus aucun sens à parler de niveaux microscopiques et macroscopiques". Cette observation de Mandelbrot (1989, p. 44), qu'il faut discuter, invite à se pencher très sérieusement sur la fractalité des villes. Dans l'organisation des systèmes de villes, l'absence de discontinuité entre des niveaux dimensionnels ou fonctionnels semble plutôt la règle, contrairement à ce que prédit la théorie des lieux centraux. Cependant, au moins en ce qui concerne les surfaces bâties, une discontinuité semble persister entre l'espace construit des villes et sa périphérie (Frankhauser, 1993). Cette observation pourrait donner une justification théorique à l'utilisation des multifractales, en invoquant des processus génétiques différents, entre la ville et le système des villes.



## 1. 2 Dimension fractale et densité intra-urbaine

La géométrie fractale a déjà été utilisée par plusieurs auteurs (Frankhauser, 1993, Batty, Longley, 1994, pour ne mentionner que les principaux ouvrages) pour décrire la morphologie des villes, ou plus généralement l'organisation du peuplement sur un territoire (Arlinghaus, 1985, Le Bras, 1993).

Ces travaux ont déjà largement présenté la notion mathématique de fractale, que nous ne reprendrons pas ici. La caractéristique des objets fractals qui a été le plus employée est la dimension fractale. Diverses définitions de la dimension fractale ont été proposées. Ces définitions mathématiques sont parfois un peu formelles et pas toujours très parlantes. Pour une structure fractale donnée, elles fournissent la plupart du temps la même valeur, mais ce n'est pas toujours le cas.

Une méthode très utilisée pour évaluer la dimension fractale consiste à calculer la masse de la structure fractale incluse à l'intérieur d'une zone, un carré ou un cercle que l'on agrandit graduellement. M, la masse de la structure incluse dans la zone, est équivalente au côté ou au rayon R de la zone élevé à la puissance D, D étant la dimension fractale. D se détermine donc par la relation :

$$D = \log (M) / \log (R) \quad (1)$$

La mesure, appelée masse, peut être une surface bâtie, ou toute autre grandeur scalaire attachée au support, c'est-à-dire à la surface disponible. Dans les applications à des données urbaines, il faudra vérifier quels problèmes analytiques sont posés par la pondération de la masse par une quantité comme la hauteur des immeubles ou le nombre d'habitants.

Dans la pratique, on représente sur un graphique à deux coordonnées logarithmiques le rayon ou le côté de la zone en abscisse et la mesure de masse (par exemple le nombre des éléments de la structure) en ordonnée, et la dimension fractale est la pente de la droite qui ajuste le nuage de points représentant la relation masse-rayon à une échelle donnée:

$$\log (M) = \log \text{ constante} - D \log (R) \quad (2)$$

Les différentes méthodes employées pour mesurer la dimension fractale ne sont pas équivalentes. L'analyse radiale est un outil pertinent pour étudier le comportement fractal à partir d'un centre défini au préalable, il s'agit donc d'une analyse locale, tandis que la méthode du quadrillage ou celle de la dilatation qui mesurent la fractalité sur l'ensemble des lieux d'une zone donnent une information globale (Frankhauser, 1993).

Les mesures de dimension fractale étant effectuées à partir de la pente d'un ajustement entre masses et surface, ne sont évidemment pas indépendantes des modèles exprimant les variations de densité. L'une des expressions de la densité  $\rho$  (R) à une distance R du centre d'une ville est une fonction puissance négative de la distance R au centre. Sur un graphique à deux coordonnées logarithmiques, les observations sont ajustées par une droite décroissante de pente  $\alpha$ ,  $\alpha$  représentant le gradient de densité:

$$\log \rho (R) = \log \text{ const} - \alpha \log R \quad (3)$$

M. Batty et K.S. Kim (1992) ont démontré la relation suivante entre la dimension fractale  $D$  et le gradient de densité  $\alpha$

$$D + \alpha = 2 \quad (4)$$

Selon ces auteurs, la fonction puissance négative de la distance au centre est d'ailleurs un meilleur modèle que la fonction exponentielle. Elle possède la propriété de ne pas être modifiée par un changement d'échelle, et elle peut se déduire tout aussi "naturellement" d'un processus de maximisation de l'entropie (ou d'information minimum), il suffit alors de stipuler que la "contrainte" sur les déplacements est fonction du logarithme de la distance -ce qui paraît plus conforme aux observations relatives à la perception de l'espace que l'hypothèse d'un effet linéaire employée par A. Wilson pour déduire le modèle exponentiel.

Ainsi, on peut interpréter la valeur de la dimension fractale comme une expression d'un gradient de densité, qui se maintiendrait plus ou moins constant sur une surface donnée. Par exemple, on va déterminer une dimension fractale par analyse radiale en dénombrant le nombre  $M(R)$  de lieux occupés à une distance  $R$  d'un centre, en estimant la pente de la droite qui ajuste les observations selon l'équation suivante:

$$\log M(R) = \log \text{const} - D \log R \quad (5)$$

## 2 Fractalité et morphologie urbaine

Puisque l'analyse fractale concerne des phénomènes multiscalaires, il convient d'apporter une grande attention à l'échelle cartographique des documents représentant les zones urbanisées. Le nombre des pixels de la carte numérisée soumise à l'analyse, le niveau de résolution de la carte d'origine, et la dimension minimale des éléments de la structure étudiée doivent être compatibles. Les premières mesures de dimension fractale du bâti urbain (Frankhauser, 1993, Batty, Longley, 1994) ont porté plutôt sur des grandes villes, et sur des représentations comparables, mais à petite échelle cartographique, c'est-à-dire avec une forte généralisation des tissus urbains. On a donc décidé d'employer des documents apportant la plus fine résolution possible, c'est-à-dire susceptibles de montrer la texture du bâti à l'intérieur des îlots urbains. On a pu en outre vérifier que la mesure des dimensions fractales était, pour une même ville, sensible à l'échelle du document cartographique analysé.

Les cartes à moyenne échelle (1/50 000e, expériences réalisées sur la région de Lons-le-Saunier) se sont avérées peu utilisables pour une étude fine, dans la mesure où elles comportent une généralisation importante de la voirie (exagération de la largeur des voies) et introduisent une hétérogénéité dans la représentation de l'habitat (simplifications et homogénéisation des tissus urbains centraux les plus denses). On a donc effectué des analyses comparatives, avec plusieurs méthodes de mesure, à partir de cartes IGN au 1/25 000e, pour les villes de Besançon (à quatre dates, 1958, 1973, 1980 et 1990), le district urbain de Montbéliard (en 1913, 1954 et 1986), et la région de Dole. En outre, la municipalité de Besançon a mis à notre disposition un SIG combinant les données du cadastre et des photographies aériennes pour 1993 (figure 1).

*la pente moyenne: une mesure de la dilution du bâti*

En dépit de la taille des villes étudiées, nettement plus faible que celle des métropoles comparées jusqu'ici dans la littérature (Batty, Longley, 1994, Frankhauser, 1993) on observe que toutes présentent un même type de comportement scalant de la structure bâtie dans son ensemble. Comme la précision des cartes au 1/25 000e est plus grande, les valeurs des dimensions fractales sont un peu plus basses (au voisinage de 1,80 pour les tous les centres villes étudiés) que celles calculées d'après les cartes à plus petite échelle, qui étaient souvent supérieures à 1,9.

Le bon ajustement des courbes implique une organisation hiérarchique de la répartition du bâti, telle que dans la zone périphérique la part de la surface restée vide est toujours plus importante que dans le centre.

### *inflexions des courbes et segmentation du bâti*

Dans nombre d'agglomérations de tailles très variées, on observe deux comportements fractals différents à partir du centre vers l'extérieur de la zone urbanisée. Une première rupture est en général assez nette entre le centre-ville et sa couronne périphérique, une seconde apparaît entre la première couronne périphérique et les zones rurales en péri-urbanisation. Par exemple, sur la figure 2 représentant l'analyse radiale de Besançon, on distingue nettement un infléchissement de la courbe à une distance d'environ 400 mètres du centre de comptage. En deçà, la dimension fractale correspondant au tissu urbain bâti à l'intérieur de la boucle du Doubs (carré en grisé sur la figure 1) est de 1,8; au-delà, entre 400 mètres et <sup>4900 m</sup> du centre, la dimension fractale du bâti des faubourgs n'est que d'environ 1,6.

On pourrait aussi sur cette courbe donner une interprétation à un premier infléchissement très léger qui intervient à une centaine de mètres du centre. Le fléchissement de la courbe fractale à proximité du centre reflète alors la dilution du bâti observée à l'intérieur des îlots urbains.

Au cours du temps, la dimension fractale des tissu bâtis urbains périphériques tend à augmenter et à se rapprocher des valeurs observées au centre ville. Celles-ci varient peu et restent toujours inférieures à 2 car il n'y a pas une densification totale à l'intérieur de la zone urbanisée. Ainsi à Besançon, la dimension radiale du centre de la ville est passée de 1,68 en 1958 à 1,70 en 1973 et 1990.

Afin de situer plus précisément les points d'inflexion des courbes, on a calculé systématiquement les variations de leur pente, qui représentent l'effet de la texture fine de la configuration étudiée sur le calcul de la dimension (figure 3). Un lissage par convolution gaussienne de cette courbe des pentes conduit à identifier précisément les inflexions, et donc laisse envisager la possibilité d'une segmentation automatique des données en fonction de leur dimension fractale. Par exemple, la courbe lissée des pentes calculées sur le tissu bâti de Moscou (figure 4) permet bien d'identifier la transition entre la ville et sa périphérie.

### *fluctuations des valeurs des pentes*

Pour interpréter correctement les variations éventuelles des pentes des courbes empiriques utilisées pour estimer des dimensions fractales, un certain nombre de tests ont été effectués quant aux fluctuations de ces pentes mesurées sur des fractales théoriques.

Il est important de noter toutefois que l'ampleur des fluctuations locales est plus faible dans les mesures réalisées sur des villes concrètes que dans celles effectuées sur des fractales



régulières construites. Les modèles utilisables comme référence pour analyser les structures urbaines observées seraient donc plutôt des fractales stochastiques. Le problème consiste alors à déterminer dans quelle mesure les fluctuations locales sont le signe d'une modification significative, interprétable, de la structure observée. Les fluctuations sont plus importantes dans les petites villes que dans les grandes, dont la structure est plus régulière, l'organisation plus forte. Cette observation est cohérente avec l'hypothèse d'une auto-organisation de ces structures.

On dispose avec ces mesures d'un outil d'évaluation de l'homogénéité d'organisation des tissus urbains ou de régularité des gradients de la densité. On se propose de confronter la sensibilité de cette mesure à celles d'outils plus classiques comme le variogramme ou d'autres méthodes de la morphologie mathématique (Voiron-Canicio, 1993, Guérin-Pace, 1993).

### 3 Fractalité et réseaux urbains

Les résultats qui suivent sont donnés à titre indicatif. L'application des mesures de dimension fractale à l'échelle des semis de peuplement pose en effet nombre de problèmes encore mal résolus. L'objectif n'est plus d'analyser la répartition fine du bâti, mais de caractériser le degré de dilution d'un semis d'habitat ou de hiérarchisation d'une trame urbaine.

Comme il s'agit d'ensembles de points très dilués dans l'espace, à la différence du tissu bâti bien plus compact d'une ville, une méthode d'analyse globale comme l'analyse de la dilatation pourrait se révéler plus adaptée qu'une analyse locale dont la courbe montre de fortes fluctuations.

A titre d'exemple, nous présentons les indications apportées par deux études préliminaires (François, 1995), effectuées à deux échelles différentes: la première porte sur des représentations à petite échelle du réseau urbain de la France entière, avec d'une part une carte du simple semis des villes, et d'autre part des analyses où le point représentant chaque ville est pondéré par la population de la ville à une date donnée; la seconde analyse a été effectuée sur des cartes à plus grande échelle, au 1/25000e et au 1/50 000e, des formes de répartition de l'habitat dans de petites régions.

#### 3.1 Analyse du semis des villes

La dimension fractale du semis (figure 5) a été calculée par analyse radiale, en considérant que chaque ville représente une unité de masse et en dénombrant la masse totale présente dans un cercle dont le rayon croît, de 20 en 20 km, à partir d'un centre. On a utilisé différents centres comme points de départ du comptage, afin de tester la sensibilité de la mesure à ce choix et de détecter une éventuelle multifractalité du réseau. Enfin, on a fait varier le seuil minimal de taille des villes sélectionnées. (Il s'agit des unités urbaines, entités pertinentes pour analyser le réseau urbain à cette échelle.)

**Tableau 1 Dimension radiale du semis des villes (1990)**

Position du centre de comptage	villes de plus de 10 000 habitants	villes de plus de 50 000 habitants	villes de plus de 100 000 habitants
Paris	1,34	1,30	1,32
Lyon	1,50	1,49	1,47

Marseille	1,33	1,30	1,21
Centre de la France	1,70	1,62	1,92

Les résultats rassemblés dans le tableau 3.1 montrent une tendance à la fractalité, puisque la dimension estimée diffère sensiblement de la valeur 2 qui correspondrait à un semis homogène. Cependant, le réseau urbain français dans son ensemble peut difficilement être caractérisé comme un objet fractal unique dans la mesure où la dimension varie sensiblement en fonction de centre de comptage. On peut noter que le degré de dilution, ou gradient centre/périphérie de la densité du semis, qu'exprime ce paramètre, est plus élevé (c'est-à-dire que la valeur de la dimension fractale est plus faible) lorsqu'on fait la mesure à partir d'une localisation excentrée comme Paris ou Marseille, tandis que les localisations plus centrales comme Lyon et surtout au barycentre du territoire donnent une image qui tend davantage vers l'homogénéité.

Lorsqu'on pondère chaque point représentant une ville par la quantité de sa population, on considère chacun des individus comme une unité de masse. Il n'est pas trop abusif de les considérer tous rassemblés en un même point, dans la mesure où le comptage s'effectue par cercles de 20 km de rayon, ce qui excède rarement le diamètre occupé par une agglomération. Les résultats sont alors très différents.

**Tableau 2 Dimension radiale de la population urbaine**  
(distribution centrée sur Paris)

date	villes de plus de 10 000 habitants	villes de plus de 50 000 habitants	villes de plus de 100 000 habitants
1831	0,63	0,50	0,44
1911	0,42	0,36	0,32
1954	0,40	0,35	0,30
1990	0,46	0,40	0,36

Les dimensions calculées reflètent les particularités du peuplement du territoire français, qui se dilue avec un gradient très fort depuis le centre parisien vers les périphéries du territoire (figure 6). Le fait que près du cinquième de la population française soit concentré dans le premier cercle, et que ce nombre continue à peser tout au long du mode de calcul cumulatif, explique que la dimension soit inférieure à un, et exprime donc un très fort effet de dilution périphérique. On peut noter que l'évolution des valeurs de la dimension est cohérente avec ce que l'on sait des variations du peuplement urbain au cours du temps (Pumain, 1987, Guérin-Pace, 1993), qui témoignent d'une tendance à l'accroissement des inégalités de la répartition spatiale jusqu'après la deuxième guerre mondiale (diminution de la dimension radiale de 1831 à 1954), suivie d'une phase plus récente de déconcentration (remontée des valeurs en 1990).

Les mesures de dimension effectuées à partir d'autres centres de comptage que Paris n'ont plus du tout le même ordre de grandeur.

**Tableau 3 Dimension radiale de la population**  
(villes de plus de 10 000 habitants)

Centre de comptage	Lyon	Marseille	Centre de la France
Dates			
1831	1,49	1,09	1,77
1911	1,47	1,07	1,87
1954	1,32	1,10	1,90
1990	1,25	1,04	1,92

Les dimensions, encore inférieures à 2, traduisent toutes une forme de remplissage de l'espace qui diffère sensiblement de l'homogénéité. Le degré de dilution périphérique est cependant moins marqué (donc la dimension fractale est plus élevée) puisque une partie importante des effectifs de population (dont Paris) se trouve à une plus grande distance du centre de comptage. Les variations temporelles des dimensions peuvent aussi refléter des évolutions contradictoires selon le point d'observation choisi. L'interprétation de la dimension radiale ne peut pas être dissociée de la localisation du centre de comptage.

A plus grande échelle, on a analysé des cartes numérisées de la répartition de la surface bâtie, dans la région de Lons-le-Saunier. Les résultats vont dans le même sens que ceux notés ci-dessus.

## Conclusion

Ce serait une mystification de prétendre que les fractales apportent d'ores et déjà des solutions à l'analyse des densités urbaines. Cette formalisation nouvelle en est encore au stade où les potentialités d'application sont plus riches que les réalisations effectives.

A propos des organisations hiérarchiques urbaines, qu'il s'agisse des tissus bâtis, des densités intra-urbaines, ou des réseaux urbains régionaux, il convient d'ailleurs de parler de comportement scalant, comme en physique, plutôt que de fractales, comme en mathématique.

Une grande partie de la recherche concernant la simulation de croissances fractales a été orientée par le souci de (re)produire des images plausibles. Entre autres, Batty et Longley (1994) ont construit plusieurs modèles utilisant des générateurs fractals différents et montré qu'ils donnaient lieu à des images plus ou moins vraisemblables. Mais l'étude des fractales est généralement encore trop séparée de la théorie urbaine. P. Frankhauser (1993) a proposé quelques modèles de croissance du bâti urbain simulant des mécanismes concrets comme le développement alterné des constructions et d'un réseau de communications, ou l'intégration dans le tissu d'une zone urbaine en expansion de villages satellites, ou encore le blocage de la construction sur certaines parcelles gardées libres: tous peuvent conduire à des structures fractales.

Outre son apport à la recherche théorique, la simulation de tissus fractals construits, équivalents au niveau de leur organisation interne, pourrait servir à développer des modèles de référence en matière d'urbanisme et à en déduire des mesures utiles pour l'aménagement. En effet, les structures fractales, lorsqu'elles se rapprochent davantage des structures réelles, sont a priori plus "viables", que des structures planifiées selon des règles de la géométrie classique.

## References

Arlinghaus S.L. 1985, Fractals take a central place. *Geografiska Annaler*, 67B, 83-88.

Arlinghaus S.L. Arlinghaus W.C. 1989, The fractal theory of central place geometry: a diophantine analysis of fractal generators for arbitrary Löschian numbers. *Geographical Analysis*, 21, 2.

Batty M. Longley P. 1986, The fractal simulation of urban structure. *Environment and Planning A*, 18, 1143-1179.

Batty M. Longley P. Fotheringham 1989, Urban growth and form: scaling, fractal geometry, and diffusion-limited aggregation. *Environment and Planning A*, 21, 1447-1472.

Batty M. Longley P. 1994, *Fractal Cities*. London, Academic Press.

Benguigui L. Daoud M. 1991, Is the suburban railway system a fractal? *Geographical Analysis*, 23, 4.

Brunet R. 1990, Le développement du monde - Géographie Universelle, Paris, Hachette RECLUS, tome 1.

Bussière R. Stovall T. 1981, *Systèmes urbains et régionaux à l'état d'équilibre*. Paris, C.R.U.

Cauvin C. Reymond H. Hirsch J. 1985, *L'espace des villes*. Paris, CNRS, Mémoires et Documents de Géographie.

Dacey M.F. 1967, A family of density functions for Lösch's measurements on town distribution, Berry B.J.L. Marble J. (eds), *Spatial analysis*, 479-485.

Dauphiné A. 1995, *Chaos, fractals et dynamiques en géographie*. Montpellier, GIP RECLUS.

François N. 1995, Analyse fractale des réseaux urbains. Thèse de doctorat en cours.

Frankhauser P. 1991, Aspects fractals des structures urbaines. *L'Espace Géographique*, 1.

Frankhauser P. 1993, *La fractalité des structures urbaines*. Paris, Anthropos, coll. Villes.

Guérin-Pace F. 1993, Deux siècles de croissance urbaine. Paris, Anthropos.

Haggett P. 1973, *L'analyse spatiale en géographie humaine*. Paris, A. Colin.

Harvey D. 1963, *Expansion in Geography* - London, Arnold.

Isard W. 1960, *Méthodes d'analyse régionale*. Paris, Gauthier-Villars.

Le Bras H. 1993, *La planète au village*. Paris, Editions de l'Aube.

Mandelbrot B. 1977, *The fractal geometry of nature*. San Francisco, Freeman.

Philbrick A.K. 1957, Principles of areal functional organisation in regional human geography. *Economic Geography*, 229-336.

Pumain D. 1993, L'espace, le temps et la matérialité des villes, in Lepetit B. Pumain D; (eds), *Temporalités urbaines*. Paris, Anthropos, 135-157.

Pumain D. 1994, La dynamique des systèmes de villes. *Le Courrier du CNRS*, La Ville.

Reymond H. 1981, Pour une problématique théorique, in Isnard H. Racine J.B. Reymond H. *Problématiques de la géographie*, Paris, P.U.F.

Rimbert S. 1986, *Carto-graphies*. Paris, Hermès.

Tabler W. 1976, The geometry of mental maps, in Colledge R. Rushton G. (eds) *Spatial Behaviour and Spatial Choice*, Columbia, Univ. Press, 69-81

Voiron-Canicio C. 1993, Espace, structures et dynamiques régionales: l'arc méditerranéen. *Analyse spatiale quantitative et appliquée*, n°33-34, 306 p.

### **Titres et légendes des figures**

Figure 1 La surface bâtie de Besançon d'après le SIG de la Ville

Figure 2 L'analyse radiale du centre de Besançon

Figure 3 Fluctuations de la pente de la courbe de l'analyse radiale de Besançon

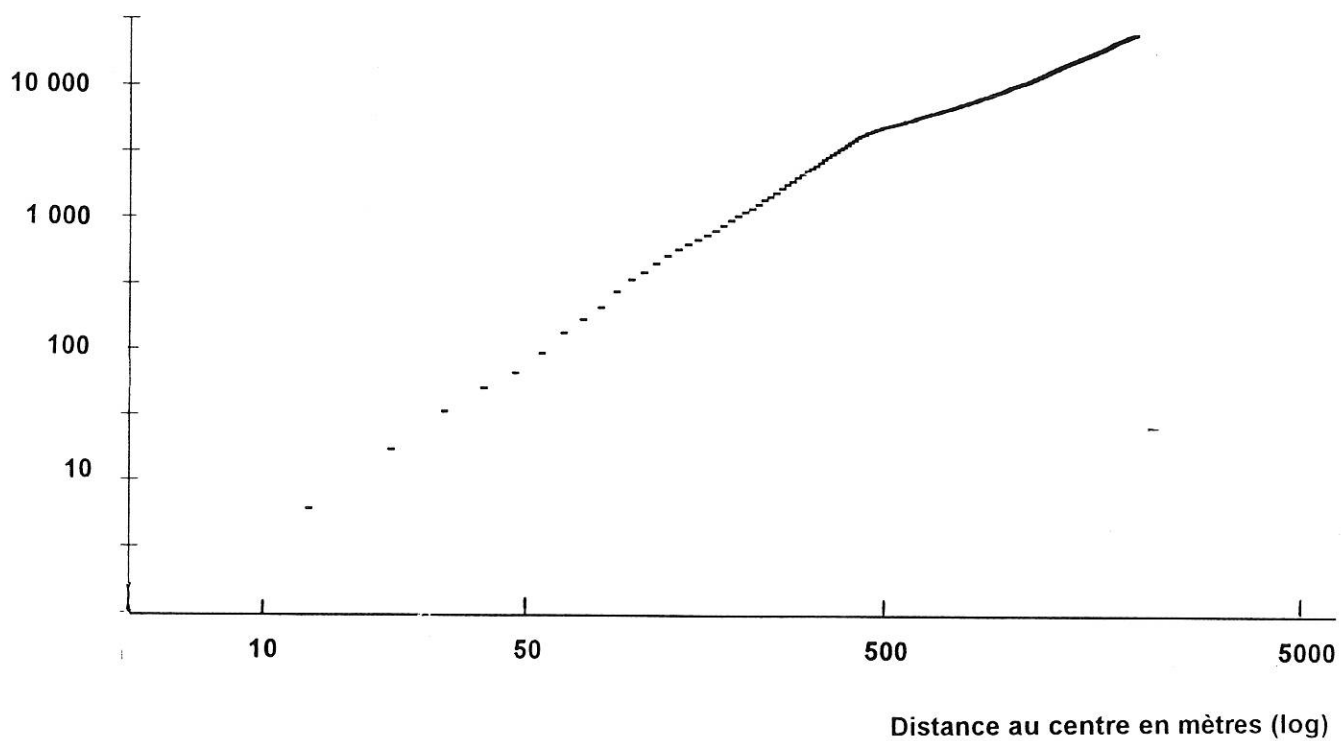
Figure 4 Courbe lissée des pentes de l'analyse radiale de Moscou



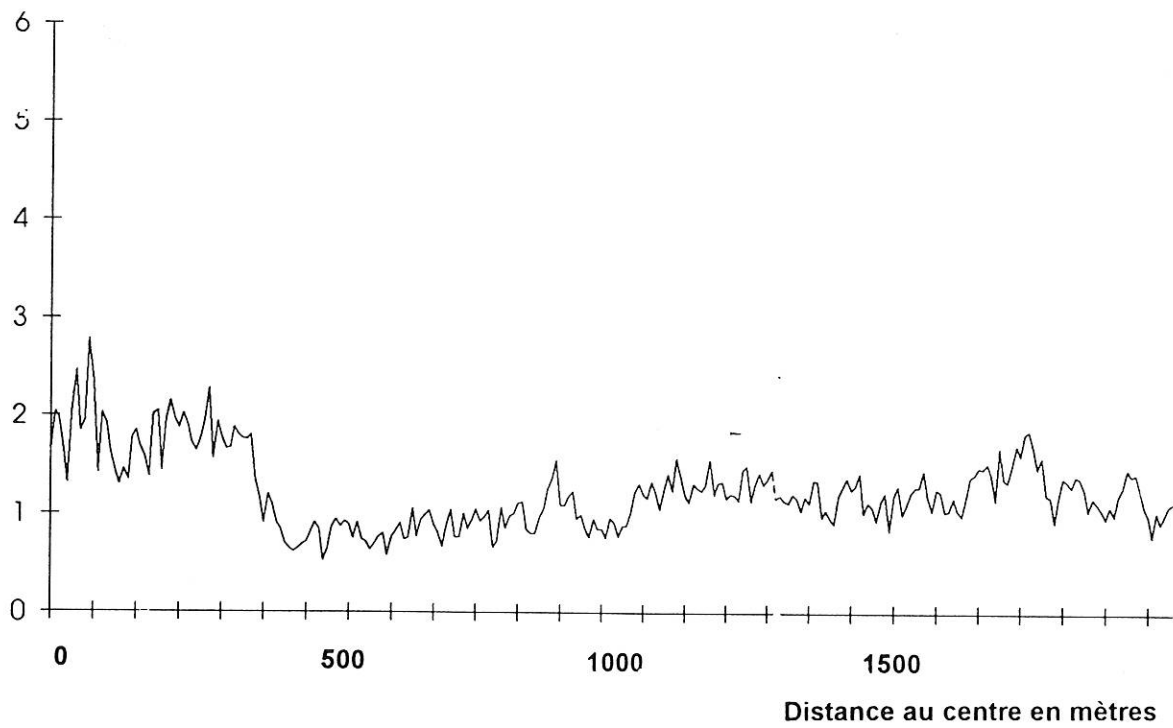


0 \_\_\_\_\_ 250 m

Nombre de points occupés (log)



Valeur de la pente



Moscou centre: courbe des pentes, lissée

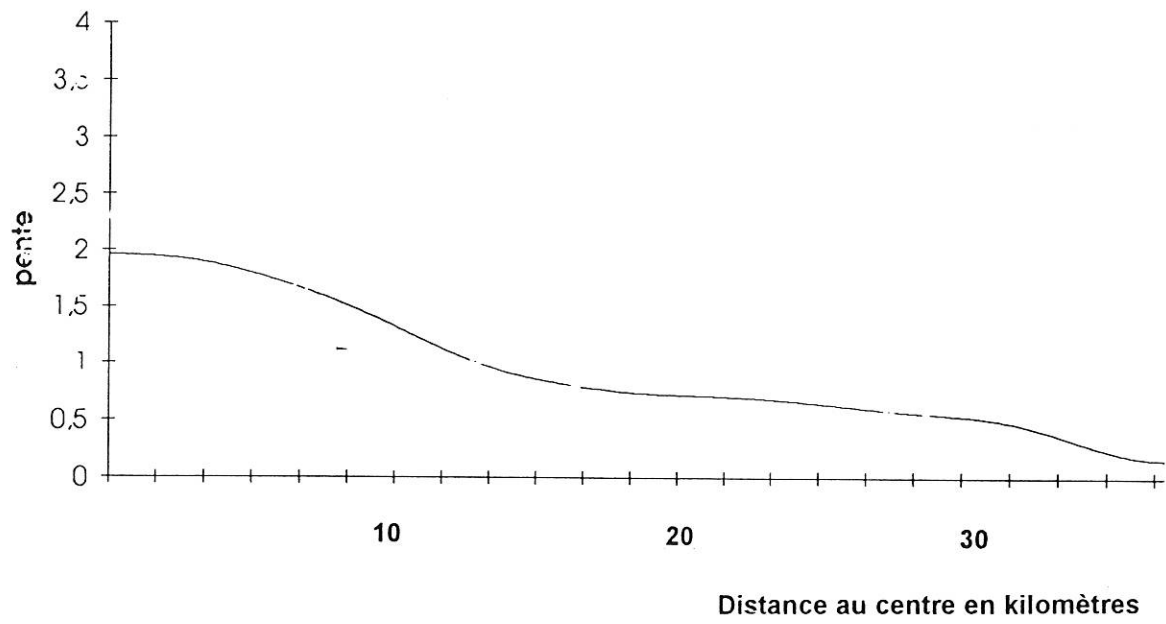
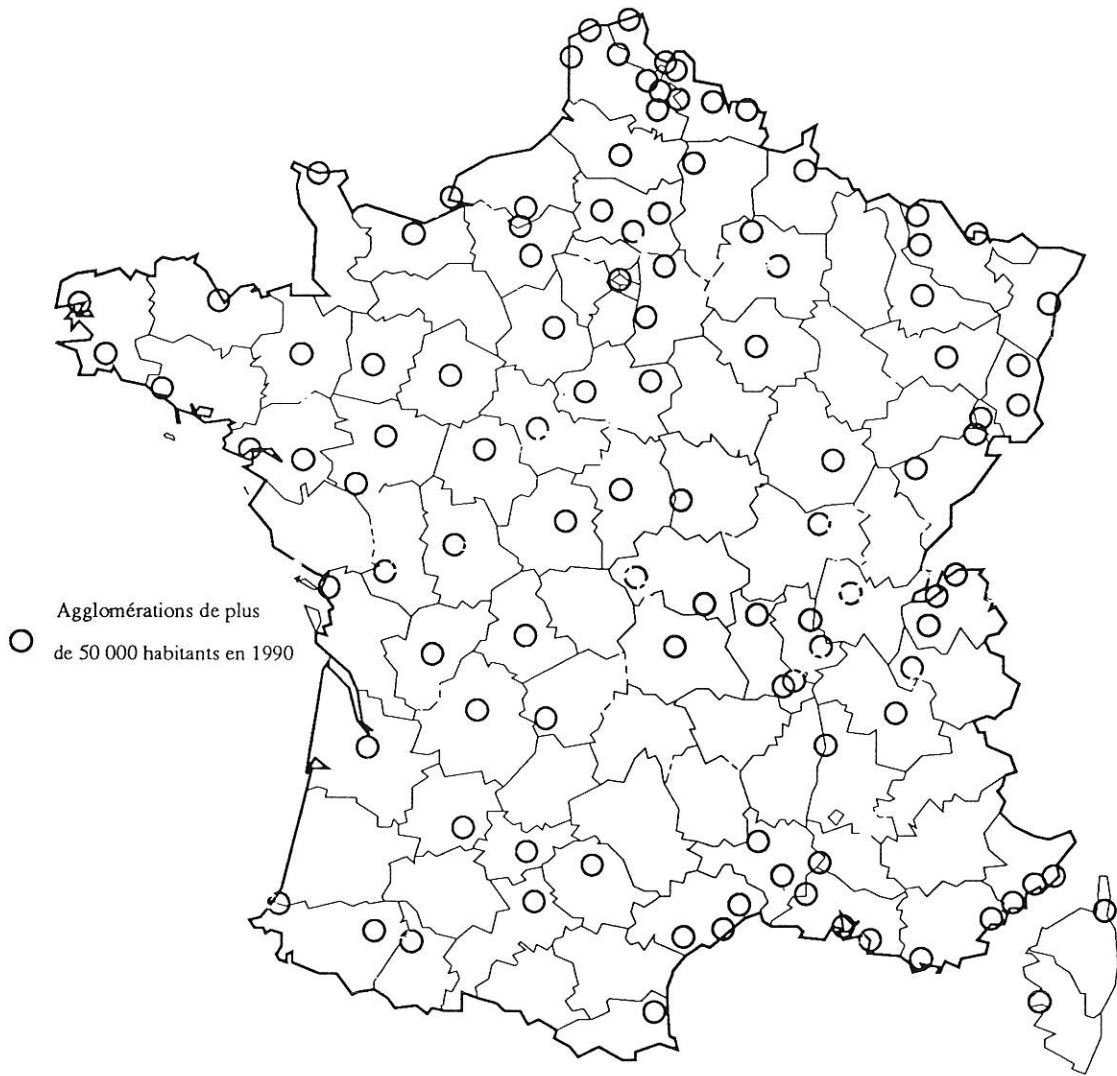


Figure 5



Source: RGP 1990- INSEE