



HAL
open science

Au-delà du problème des trois corps : Alexis Clairaut et ses tables de la Lune à vocation nautique (1751-1765)

Guy Boistel

► To cite this version:

Guy Boistel. Au-delà du problème des trois corps : Alexis Clairaut et ses tables de la Lune à vocation nautique (1751-1765). Bonnefoy Anne; Joly Bernard. Congrès d'histoire des sciences et des techniques , May 2004, Poitiers, France. Cahiers d'histoire et de philosophie des sciences (Hors-série), SFHST/ENS Editions, pp.20-29, 2006, Actes du congrès d'histoire des sciences et des techniques, Poitiers, 20-22 mai 2004, 2-902126-90-5. halshs-01510933

HAL Id: halshs-01510933

<https://shs.hal.science/halshs-01510933>

Submitted on 20 Apr 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Au-delà du problème des trois corps :
Alexis Clairaut et ses tables de la Lune à vocation nautique (1751-1765)

Guy Boistel, Centre François Viète, Nantes

1. Le mouvement de la Lune et les longitudes en mer

Entre 1747 et 1754, trois des plus grands mathématiciens de leur temps, Leonhardt Euler, Jean Le Rond d'Alembert et Alexis Clairaut s'opposent sur un projet commun : développer de nouvelles méthodes mathématiques d'approximation, dites de perturbation, afin de résoudre le problème complexe posé par le mouvement de la Lune, soumise à la fois à l'attraction gravitationnelle de la Terre et du Soleil, le célèbre problème des trois corps. René Taton, Curtis Wilson et Craig Waff ont apporté de nombreux et précieux éclaircissements sur cette virulente polémique et ses enjeux scientifiques¹. Rappelons que le problème principal de la théorie de la Lune est l'étude des mouvements de la Lune sous l'action conjuguée de la Terre, supposée sphérique, et du Soleil. L'action du Soleil est prépondérante ; on peut donc, en première approximation, négliger les autres perturbations telles que l'action des autres planètes. Ainsi, l'orbite elliptique de base de la Lune, régie par les lois de Kepler issu du problème à deux corps (Terre+Lune) est fortement perturbée par la présence du Soleil. Un traitement du problème à trois corps (Terre+Lune+Soleil) conduit à des équations complexes — « Maintenant, intègre qui pourra », écrit Clairaut — que les mathématiciens du XVIII^e siècle ne peuvent résoudre qu'au prix d'hypothèses et de nombreuses approximations. Ces calculs conduisent à établir une expression simplifiée de la longitude écliptique de la Lune, obtenue sous la forme d'un développement en série de termes périodiques représentant les diverses perturbations ou inégalités du mouvement lunaire, c'est-à-dire, des déformations non fixes de l'orbite de base de la Lune.

Mais l'enjeu n'est pas seulement mathématique. Il devenait en effet urgent, pour les besoins de la navigation astronomique, pour la sûreté des routes maritimes et commerciales, et pour la sauvegarde des équipages de disposer enfin de tables donnant la longitude écliptique de la Lune avec une précision suffisante afin de rendre la méthode des distances lunaires enfin applicable en mer.

Il n'est pas inutile de rappeler que la détermination d'une différence de longitude se ramène — en l'absence de garde temps ou de montre de Marine fiable — à la détermination d'une différence d'heure entre deux observations d'un même phénomène astronomique en deux lieux différents sur la Terre. De par son mouvement rapide autour de la Terre, la Lune peut être regardée comme une horloge céleste offrant des possibilités d'observations plus fréquentes que les éclipses et autres phénomènes astronomiques rares. La méthode des distances lunaires avait été proposée par les astronomes et géographes Johann Werner et Pierre Apian au début du XVI^e siècle, — à une époque où ni les instruments ni les tables ne permettaient son utilisation —, et remise au goût du jour par l'abbé Nicolas-Louis de Lacaille et l'officier de la Compagnie des Indes, Jean-Baptiste d'Après de Manneville, en 1749-1750. Son principe est assez simple. Le navigateur détermine le plus précisément possible la distance angulaire apparente entre le bord éclairé de la Lune et le Soleil ou une étoile brillante (distance luni-stellaire). À l'aide de quelques calculs de trigonométrie sphérique, le navigateur

¹ Voir notamment, Taton, R., Wilson, C. (dirs.), 1995, *Planetary astronomy from the Renaissance to the rise of astrophysics, part B : The eighteenth and nineteenth centuries*, in *The General History of Astronomy*, vol. 2B, M. Hoskin (Gen. Ed.), Cambridge University Press ; Waff, Craig B., 1973, « Alexis Clairaut and his proposed modification of Newton's inverse-square law of gravitation », in *Avant, Avec, Après Copernic, XXXI^e semaine de synthèse*, 1-7 juin 1973, Paris, A. Blanchard Ed., 1975, pp. 281-288 ; Waff, Craig B., 1975, *Universal Gravitation and the motion of the Moon's Apogee : The establishment and reception of Newton's inverse-square law, 1687-1749*, thèse non publiée en vue de l'obtention du titre de Ph.D., Johns Hopkins University, Baltimore, Maryland.

trouve une distance angulaire vraie qu'il compare à celle observée ou calculée ou tabulée au méridien de référence. Une variante de la méthode peut lui permettre de trouver l'heure qu'il serait au méridien de référence pour cette distance observée. La comparaison lui fournit la différence d'heure et donc la différence de longitude entre les deux méridiens. Il convient alors d'établir de très bonnes tables des positions de la Lune et de bonnes tables de distances angulaires entre son centre ou son bord éclairé par le Soleil et quelques étoiles zodiacales brillantes bien choisies.

Les recherches sur les longitudes en mer avaient été soutenues par les divers royaumes européens dès le XVI^e siècle. Le *Longitude Act* promulgué par la reine Anne en 1714, offrait une fabuleuse fortune (20 000 Livres Sterling) à qui révélerait le « secret des longitudes », et permettrait aux marins de déterminer la longitude en mer à moins d'un demi-degré ou 50 km près sur l'équateur. Pour atteindre cet objectif à l'aide des seules méthodes lunaires, les astronomes devaient être en mesure de donner des longitudes écliptiques de la Lune à une minute d'arc près. Lacaille, ainsi que les astronomes et navigateurs de son époque, considéraient que l'erreur résultante sur les distances angulaires luni-stellaires était environ 30 fois plus grande, soit une erreur d'environ 30 minutes d'arc ou d'un demi-degré sur la différence de longitude. Cette précision revenait donc à donner la position d'un navire à environ 55 kilomètres près sur l'équateur ou 39 kilomètres près à la latitude de 45 degrés².

L'Académie royale des sciences soutenait aussi à son niveau les recherches en la matière. En 1722, l'Académie royale des sciences fonda le prix Rouillé de Meslay et distribua tous les deux ans un prix de navigation destiné à récompenser des travaux sur des sujets ayant pour but le développement de la navigation. De part la dispersion des sujets choisis, ce prix eut peu d'effet sur le développement d'une marine scientifique. Les ministres de la Marine successifs, le Comte de Maurepas et Antoine-Louis Rouillé, engagèrent des actions plus décisives. En 1739, Maurepas créa le poste de « préposé au perfectionnement de la navigation sous toutes ses formes », poste échappant au contrôle de l'Académie royale des sciences et profil taillé tout entier pour le bouillant Pierre-Louis Moreau de Maupertuis. Lorsque Maupertuis partit pour l'Académie de Berlin, en 1745, Antoine-Louis Rouillé confia son poste à Pierre Bouguer³. Au décès de ce dernier, en 1758, Alexis Clairaut devint à son tour « préposé au perfectionnement de la Marine », en récompense de ses succès sur la théorie de la Lune. Voyons comment.

2. La théorie de la Lune de Clairaut primée à Saint Pétersbourg en 1751

À partir de 1747, la compétition entre Clairaut, d'Alembert et Euler sur la théorie de la Lune fait rage ; elle prend souvent un ton agressif. Après une vive querelle avec Buffon sur la forme de la loi de la gravitation universelle en 1748-1749, Clairaut est le premier à être distingué dans cette quête. À l'instigation d'Euler, qui voulait en savoir davantage sur les travaux de son rival, la théorie de la Lune de Clairaut est primée par l'Académie Impériale des sciences de Saint-Pétersbourg en 1751. La même année, dans un article des *Philosophical Transactions*, Euler reconnaît publiquement l'avancée que représente la *Théorie de la Lune*

² Guy Boistel, 2001, *L'astronomie nautique au XVIII^e siècle en France : tables de la Lune et longitudes en mer*, thèse de doctorat en histoire des sciences et des techniques, Université de Nantes, Centre François Viète ; thèse primée par l'Académie de Marine en 2002 et commercialisée par l'Atelier National de Reproduction des Thèses de Lille-3. Pour les prix de navigation et les récompenses promises en Angleterre et en France pour la découverte du « secret des longitudes », et une histoire du statut de « préposé au perfectionnement de la Marine », voir la partie I. Pour une histoire de la *Connaissance des Temps* et des éphémérides astronomiques au XVIII^e siècle, voir la partie II. Pour la question des distances lunaires et plus généralement sur la question des méthodes lunaires, voir la partie III. Pour une étude approfondie des travaux de Clairaut sur la théorie de la Lune, voir la partie IV. Pour la question du prix britannique des longitudes, voir : Howse, Derek, 1978, « Le bureau britannique des longitudes », *L'astronomie*, vol. 92, octobre 1978, pp. 413-425 ; Howse, Derek, 1980, *Greenwich Time and the Discovery of the Longitude*, N.Y., Oxford University Press.

³ Voir ma thèse, partie I.

déduite du seul principe de l'attraction universelle de Clairaut et son influence sur ses propres travaux :

« [...] I must own, that, till now, I always believed, that this theory [of Newton] did not agree with the motion of the apogee of the moon. Mr. Clairaut was of the same opinion ; but he has publicly retracted it, by declaring, that the motion of the apogee is not contrary to the Newtonian theory. Upon this occasion I have renew'd my inquiries on this affair ; and, after most tedious calculations, I have at length found to my satisfaction, that Mr. Clairaut was in the right, and that this theory is intirely sufficient to explain the motion of the apogee of the moon. As this inquiry is of the greatest difficulty, and as those, who hitherto pretended to have proved this nice agreement of the theory with the truth, have been much deceived, it is to Mr. Clairaut that we are obliged for this important discovery, which gives quite a new lustre to the theory of the great Newton : and it is but now, that we can expect good astronomical tables of the moon. »⁴

L'œuvre de Clairaut est publiée dans la capitale impériale en 1752, toutefois sans les tables de la Lune. Elles seront publiées tardivement à Paris en 1754, suite à des négligences coupables du secrétaire de l'Académie russe, Nathaniel Grischow, comme j'ai pu le montrer dans ma thèse en m'appuyant sur quelques lettres inédites échangées entre Clairaut et Grischow provenant des archives de l'Académie des sciences de Russie à Saint-Petersbourg⁵.

Un quatrième personnage joue le trouble-fête : l'astronome allemand Tobias Mayer. Plutôt proche d'Euler, Mayer développe en astronome sa propre solution au mouvement de la Lune et publie de très bonnes tables des positions de la Lune en 1753 prenant ainsi de vitesse Alexis Clairaut⁶. Ces tables entrent assez vite dans la pratique des astronomes. E.G. Forbes a longuement étudié la manière dont Mayer s'est approprié les premiers résultats d'Euler et les a développés en vue d'établir sa propre théorie de la Lune. Au cours de l'année 1755, Mayer soumet ses tables de la Lune à l'amirauté britannique et au *Board of Longitude*. Ses tables sont assorties de méthodes de détermination des longitudes en mer. La lettre accompagnant ces tables et documents montrent que le gain du prix britannique des longitudes ne fait pas de doute dans l'esprit de Mayer. Après avoir été testées à de nombreuses reprises par les astronomes britanniques, James Bradley, John Bevis, Nevil Maskelyne notamment, les tables de la Lune de Mayer sont finalement récompensées en 1765 par le *Board of Longitude* (3000 Livres Sterling pour la veuve de Tobias Mayer décédé en 1762). Mayer est donc récompensé en même temps que le célèbre horloger anglais John Harrison qui reçoit 5000 Livres Sterling pour sa montre marine H4. Euler reçoit également une petite partie de ce prix (300 Livres Sterling) pour avoir développé les bases théoriques sur lesquelles le lauréat Tobias Mayer construisit ses tables de la Lune. Ces tables constitueront la base des calculs des distances lunaires du *Nautical Almanac* que Nevil Maskelyne fait publier par le *Board of Longitude* à partir de 1766.

3. La lettre de Clairaut du 11 avril 1765 — Le succès des tables de la Lune de Clairaut

L'histoire traditionnelle s'arrête généralement à cet épisode, considérant l'affaire entendue avec la remise du prix des longitudes à John Harrison. La théorie de la Lune n'est pourtant pas achevée, le problème des longitudes en mer n'est pas encore résolu, les chrono-

⁴ *Philosophical Transactions for the years 1751 to 1753*, vol. XLVII (Londres), art. XXXVIII, pp. 263-264, « Extract of a letter from Professor Euler, of Berlin, to the Rev. Mr. Caspar Wetstein, Chaplain to Her Royal Highness the Princess Dowager of Wales ».

⁵ Voir ma thèse, partie IV et annexes XII et XIII.

⁶ Voir en particulier, Forbes, E.G., 1970, « Tobias Mayer's contributions to the development of Lunar theory », *Journal for the History of Astronomy*, vol. I, pp. 144-154; Forbes, E.G., 1971, *The Euler-Mayer correspondence (1751-1755): a new perspective on eighteenth-century advances in the Lunar theory*, Londres, MacMillan (et N.Y., American Elsevier) ; Forbes, E.G., 1974, *The birth of scientific navigation : the solving in 18th century of the problem of finding longitude at sea : Tobias Mayer*, National Maritime Museum monographs and reports, vol. 10, Londres.

mètres de Marine sont loin de répondre aux attentes des astronomes et des navigateurs, et les problèmes posés par la diffusion des méthodes de l'astronomie nautique auprès des navigateurs du commerce ne font que commencer !⁷

Clairaut réagit vivement à l'annonce de la remise du prix britannique des longitudes. Le 11 avril 1765, le *Gentleman's magazine* publie une lettre signée par Clairaut, écrite en anglais, dans laquelle il réclame sa part du prix britannique des longitudes auprès de John Bevis, l'un des dépositaires des tables de Mayer et responsable des calculs des distances lunaires auprès de l'*Astronomer royal* anglais, Nevil Maskelyne (une traduction française de cette lettre est reproduite en annexe, à la fin de cet article). Notons au passage que Clairaut maîtrise la langue anglaise depuis son élection comme Fellow de la Royal Society (F.R.S.) le 27 octobre 1737. Il eut l'occasion de la parfaire lors de deux longs séjours en Angleterre effectués en 1752 et 1753-54 sur lesquels nous ne savons malheureusement pas grand-chose. Depuis 1761, Clairaut travaille de nouveau à la théorie de la Lune — non sans se faire violence, explique-t-il — préparant la seconde édition de ses tables de la Lune. Dès l'impression achevée (vers mars 1765), il fait parvenir un exemplaire imprimé à John Bevis par l'un de ses amis partant en Angleterre.

Examinons le contenu de cette lettre. En 1765, Clairaut apparaît ignorant des résultats et des conditions dans lesquelles le prix des longitudes est attribué par le Parlement et les commissaires chargés de statuer. Apprenant que Mayer vient de se voir attribuer une récompense, Clairaut se dit surpris, pensant que seul John Harrison serait concerné et que *les tables de la Lune n'avaient rien à voir avec cette affaire*. En effet, les tables ne constituent pas une méthode en soi. S'il en avait eu la moindre idée, explique Clairaut, il se serait manifesté et aurait présenté sa candidature pour la compétition, sûr de l'exactitude de ses tables. Du reste, puisque Euler a lui aussi reçu une récompense, Clairaut ne comprend pas pourquoi il resterait à l'écart ayant autant contribué que son concurrent au développement de la théorie de la Lune, et en outre, l'ayant inspiré. Clairaut n'a pas tort, car si en 1763 Euler a un peu oublié ce qu'il doit à Clairaut, en 1751, il reconnaissait volontiers être redevable au savant français pour la détermination du mouvement de l'apogée lunaire :

« Quand l'Académie de Petersburg me communiqua le mémoire de Mr. Clairaut, je fus encore fort éloigné de croire que le mouvement de l'apogée de la Lune étoit d'accord avec la Théorie de Newton [...] La lecture de ce mémoire [...] m'a pourtant donné occasion d'examiner de nouveau cette matière par une méthode tout à fait différente de celles que j'avois employée auparavant, et c'est par là que je suis enfin parvenu à la véritable détermination du mouvement de l'apogée. Ainsi je dois ouvertement avouer que je ne me suis pas éclairci sur cet article qu'après avoir vu la pièce de Mr. Clairaut ; mais je ne pouvois pas faire mention de cette circonstance dans mon mémoire que je lus dernièrement à l'Académie sur ce sujet. »⁸

Clairaut estime finalement qu'il est parvenu à trouver les « vrais mouvements de la Lune », que ses tables bâties uniquement sur la théorie sont plus fiables et moins suspectes que les tables de Mayer ajustées empiriquement d'après les observations, et qu'elles sont prêtes pour une utilisation nautique. N'a-t-il pas lui-même effectué des comparaisons de ses tables avec plus de 200 observations ? En conséquence, Clairaut demande à Bevis d'intercéder en sa faveur et au besoin, d'en appeler à certains de ses amis anglais de manière à ce qu'il puisse être récompensé d'un tel travail.

En conclusion de sa lettre, Clairaut demande des explications à Bevis sur la manière dont les tables de Mayer ont été examinées. Quelles sont les procédures qui ont été suivies

⁷ Voir Guy Boistel, 2004, « L'enseignement de l'astronomie nautique dispensé aux marins : structures, difficultés des concepts et renouvellement méthodologique (XVIII^e- XIX^e siècles) », Actes du Congrès de la SFHST, Poitiers, 20-22 mai 2004.

⁸ Lettre n° 86 d'Euler à Maupertuis, du 3 juillet 1751 in *Euleri Opera Omnia*, serie Quarta A, vol. 6, pp. 184-185 (Bâle, Birkhäuser). Remarque : conformément aux usages, l'orthographe original des citations a été conservé.

lors de leur vérification ? Qui sont les astronomes les ayant vérifiées et utilisées ? Combien de lieux de la Lune ont-ils été calculés pour comparaison ? Quelle est la plus grande erreur des tables en latitude et en longitude ? Toutes ces questions témoignent curieusement de l'ignorance de Clairaut des travaux entrepris par Bradley depuis la fin de l'année 1755 dans la vérification des tables de la Lune de Mayer.

On peut alors se demander quels étaient les travaux et les recherches entrepris par Clairaut au moment où il écrit cette lettre. Depuis 1760, il travaille surtout aux problèmes de l'achromatisme des lunettes astronomiques, expérimentant même à la manière de John Dollond. Il témoigne dans une lettre à Daniel Bernoulli qu'il doit tout réapprendre en astronomie pour entreprendre une nouvelle édition de ses tables de la Lune et que cela exige de lui un énorme effort. En effet Clairaut n'est pas astronome ; il doit donc revoir en particulier tout ce qui concerne le calcul astronomique numérique, ce qu'il déteste le plus et depuis longtemps. Au contraire de Mayer qui travailla à ce problème sans relâche entre 1753 et son décès en 1762, Clairaut s'aventura — avec succès d'ailleurs — vers d'autres domaines de réflexion : le premier retour calculé de la comète de Halley, la mise au point de lunettes à objectifs achromatiques. Ayant délaissé pour un temps sa théorie de la Lune, il réapparaît sans doute un peu trop tard sur la scène des prétendants au prix des longitudes.

Pourtant Clairaut pouvait faire valoir l'excellente qualité de ses propres tables de la Lune. En effet, ses tables avaient prédit l'éclipse annulaire de Soleil du 1^{er} avril 1764 visible à Paris alors que les tables de Mayer ne prédisaient rien de tel. Cette éclipse avait été observée par tous les astronomes en Europe, et de nombreux tests avaient été menés pour juger de la qualité des diverses tables de la Lune. Celles de Clairaut avaient très bien supporté la comparaison, à tel point que les deux astronomes Alexandre-Guy Pingré et Jean-Sylvain Bailly recommandent à l'Académie des sciences, le 5 septembre 1764, dans un rapport sur la seconde théorie de la Lune de Clairaut, d'intégrer ses nouvelles tables dans les éphémérides de la *Connaissance des Temps*, calculées alors par Jérôme le François de Lalande :

« [...] En considération même du degré de précision que M. Clairaut a donné à ces nouvelles tables nous prendrons la liberté de représenter à l'académie qu'il seroit naturel qu'on en fit usage pour les calculs des mouvemens célestes qu'elle publie tous les ans. Il y a de fortes raisons pour préférer des tables de la théorie, à celles qui sont fondées sur des principes qui n'ont pas été publiés lorsque le degré d'exactitude en est à peu près le même de part et d'autre. C'est d'ailleurs un ouvrage sorti du sein de l'Académie et il en peut être de sa gloire de montrer que la perfection de la théorie de la Lune est due à ses lumières. »⁹

En avril 1767, deux ans après le décès soudain de Clairaut, Alexandre Savérien, par l'intermédiaire du *Journal des Sçavans*, soulignait l'importance qu'accordait Clairaut au prix britannique des longitudes :

« [...] J'ai écrit [que Clairaut] fût très affligé de ce que ses Tables lui furent renvoyées sans récompense, & que cette espèce de refus *influa sur sa santé*. En second lieu le prix des longitudes n'est point donné, parce que personne n'a encore satisfait aux conditions de ce prix. Seulement pour en avoir approché, quelques Sçavans ont reçu des récompenses. »¹⁰

4. Théorie Vs Empirisme

Le débat se situe aussi sur un autre plan. A cette époque, la grande partie des mathématiciens et astronomes concernés par la question, reprochent à Mayer d'avoir construit des tables en ajustant des termes correctifs sur les observations astronomiques, plutôt que

⁹ J.-S. Bailly et A.-G. Pingré, « Rapport sur les tables de la Lune de M. Clairaut, seconde édition », Procès-verbaux des séances de l'Académie royale des sciences, 5 sept. 1764, fol. 368^o-391^o.

¹⁰ « Lettre de M. Savérien à MM. Les Auteurs du *Journal des Sçavans*, pour servir de réponse à la lettre imprimée dans le *Journal* du mois de décembre 1766 », datée de Paris, le 3 mars 1767, *Journal des Sçavans*, avril 1767, pp. 259-263.

d'avoir cherché à tout obtenir par l'analyse mathématique, comme Clairaut ou d'Alembert, à quelques nuances près.

Déjà en 1754, Pierre Bouguer affirmait la suprématie de la théorie sur l'empirisme dans une lettre à Leonhardt Euler :

« [...] Je sens parfaitement que le géomètre n'est jamais entièrement content de son travail lorsqu'il est obligé d'avoir recours à des approximations dont il ne luy est pas possible d'évaluer le degré de précision ; mais il faut bien s'en consoler lorsqu'on traite des problèmes aussi compliqués et aussi épineux que ceux qui vous occupent dans vos profondes recherches. M^r. Mayer auroit-il réussi à faire mieux ? J'ay bien de la peine à le croire : on peut construire des tables d'une manière empirique : elles quadreront avec le ciel pendant un certain temps, mais la suite fera connoître beaucoup mieux ce qu'il en faut penser. »¹¹

En 1758, si Clairaut s'accorde sur la précision incroyable et la supériorité du moment des tables de Mayer, ses exigences de Géomètre ne le font pas dévier et il critique la manière obscure avec laquelle elles semblaient avoir été construites. Clairaut souligne que la bonne qualité des tables de Mayer ne prouve rien contre l'affirmation qui considère la théorie meilleure qu'une analyse empirique :

« Rendons justice à l'habile Astronome qui a sçu joindre les adresses de son art aux secours que nous lui avons offerts par le nôtre ; mais ne perdons point l'espérance de trouver directement ce que la méthode empirique ne peut pas donner d'une manière sûre & lumineuse [...] L'amour de la vérité qui a fait donner des éloges à leur exactitude astronomique, m'engage à les défendre contre des objections vagues & non fondées sur des observations. »¹²

Dans sa lettre à John Bevis du 11 avril 1765, Clairaut récidive et estime que sa théorie représente mieux les observations sur des durées longues :

« [...] it is to hope that their agreement with the observations will hold more constantly than that which is grounded upon an empirick method, which may be good for a time not very distant from the observations made use of in the confection of the tables, and disagree afterwards. »

Cette position quasi philosophique est reprise par Condorcet. Devenu secrétaire perpétuel et rédacteur des notices dans la partie *Histoire* des Mémoires de l'Académie des sciences en 1773, avec l'aide de d'Alembert, la prise de position est claire. Chargé de rendre compte d'un mémoire d'Edme-Sébastien Jeurat et des premières comparaisons entre les tables de la Lune de Clairaut et de Mayer, Condorcet écrit :

« [...] M. Jeurat a joint à son observation, deux mémoires relatifs à la même éclipse ; dans le premier, il compare aux tables de Mayer & Clairaut, des lieux de la Lune observés les jours qui ont précédé l'Eclipse. En général, les erreurs des tables sont très-petites, & celles de Mayer semblent répondre encore plus complètement aux observations ; mais il faut observer que M. Clairaut a déterminé par la théorie, toutes les équations qui ont servi de fondement à ses tables, & que M. Mayer a employé des observations pour corriger les siennes. Celles-ci doivent donc être plus exactes pour un temps voisin de celui où elles ont été calculées, mais leur avantage pourroit aussi n'être qu'apparent et momentané [...] »¹³

Condorcet confirme l'année suivante en écrivant :

« Le 17 mars, M. Jeurat après avoir observé le lieu de la Lune dans une circonstance favorable à l'exactitude de l'observation, en a comparé les résultats avec les tables de Mayer &

¹¹ Lettre XIII de Pierre Bouguer à L. Euler, de Paris, le 11 juillet 1754 in Maheu, Gilles, 1966, « Lettres de Bouguer à Euler », *Revue d'histoire des sciences*, XIX/3, pp. 225-246.

¹² « Lettre de M. Clairaut à MM. Les Auteurs du *Journal des Sçavans* », datée de Paris, le 11 janvier 1758, *Journal des Sçavans*, février 1758, pp. 67-82.

¹³ Condorcet, *Histoire de l'Académie royale des sciences pour l'année 1776* [...], Histoire, pp. 33-34.

celles de Clairaut : l'erreur de la longitude a été de 8 secondes pour les tables de Mayer, & de 26 pour celles de Clairaut; l'erreur de la latitude a été de 12 secondes pour les premières tables, & de 16 secondes pour les deuxièmes. On voit par là combien l'une et l'autre de ces Tables répondent aux Observations : quant à la supériorité que paroissent avoir celles de Mayer, comme elles ont été corrigées en partie d'après les observations, & que celles de Clairaut ont été faites d'après la théorie seule, le temps seul peut apprendre si elles conserveront cette supériorité. »¹⁴

Cette position de Condorcet n'est pas neuve en 1776. Bruno Belhoste¹⁵ a rappelé comment tous les auteurs ont relevé le parti pris théoriciste de Condorcet au début des années soixante-dix du XVIII^e siècle et jusqu'au début des années 1780. A cette époque, Condorcet affirme le primat de la théorie sur la pratique, qui se double de l'autonomie complète de la théorie sur la pratique. Cette opposition assure la supériorité morale du savant sur l'artiste. En effet, n'avait-il pas écrit au sujet des tables de la Lune de Clairaut :

« Mr. Clairaut a tiré de cette résolution [du problème des trois corps] des tables du mouvement de la Lune, lesquelles à la vérité ne sont pas aussi commodes que celles de Mr. Mayer, mais sont pour le moins aussi exactes et de plus ont l'avantage d'avoir été faites uniquement d'après la théorie et non pas sur la théorie et sur les observations à la fois, comme il paroît que l'ont été celles de Mr. Mayer. »

Ces positions de principe « dures » sont en partie adoucies par l'attitude plus modérée d'un Bailly qui n'hésite pas à écrire en 1785 :

« M. Mayer, Astronome & Géomètre de Göttingue, a comparé la théorie avec les phénomènes, & a essayé de rectifier toutes les inégalités sur un grand nombre d'observations; ce n'est cependant blâmer M. Mayer, puisque M. Clairaut s'est également permis cette espèce de correction. »¹⁶

5. Jeurat, Lémery et les comparaisons des tables de Clairaut

Si pour un Condorcet, la réflexion reste surtout philosophique, elle devient efficiente chez un Jeurat. Aux côtés de Lacaille et de Lalande, Edme-Sébastien Jeurat fait partie de cette génération d'astronomes ouverts à l'introduction de nouvelles méthodes de traitement des observations astronomiques employant le calcul différentiel. Entre 1765, année de la mort de Clairaut, et 1786 environ, une poignée d'astronomes s'entête à vérifier la bonne tenue des tables théoriques de Clairaut face aux tables empiriques de Mayer, révisées par le *Nautical Almanach* britannique. En 1759, Jeurat avait fait sien, le vaste programme de comparaison des tables de la Lune suggéré par Clairaut en 1758. Inspiré, Jeurat n'aura de cesse jusqu'en 1783, année de son remplacement à la tête de la *Connaissance des Temps* par Pierre Méchain, de confronter les tables de la Lune de Clairaut, de Mayer et des autres auteurs aux meilleures observations disponibles, avec en arrière-pensée, l'idée de faire triompher la théorie sur l'empirisme :

« Ce seroit peut-être un ouvrage utile de réduire d'aussi bonnes observations, & de les comparer en même temps aux meilleures tables, par exemple, à celles de M^{rs} Clairaut & Mayer. Ce travail serviroit à constater le degré de préférence que l'une des deux théories peut avoir sur l'autre: j'ai commencé cet essai sur un petit nombre d'observations choisies, & je joins à la fin de ce Mémoire ce que j'en ai calculé avec grand soin, ainsi que l'Observation suivante. »¹⁷

¹⁴ Condorcet, *Histoire de l'Académie royale des sciences pour l'année 1777* [...], Histoire, pp. 44-45.

¹⁵ Belhoste, Bruno, 1997, « Les arts utiles et leur enseignement », in Chouillet et Crépel (Dirs.), *Condorcet. Homme des Lumières et de la Révolution*, Actes du Colloque, Paris, 7-8 octobre 1994, Coll. « Theoria », Fontenay Saint-Cloud, ENS Editions, pp. 121-135.

¹⁶ Condorcet, (s.l.n.d.), Bibliothèque de l'Institut de France, Ms 880, vol. XXXIII, fol. 38.

¹⁷ Louis-Robert Cornelier-Lémery, Bibliothèque de l'Institut de France, Ms 2384, 513 tableaux.

Jeurat s'aperçoit que les observations effectuées par l'astronome Pierre-Charles Le Monnier en 1740 sont mieux représentées par les tables de Clairaut, avec des erreurs ne dépassant pas une minute d'arc, alors que celles de Mayer excèdent cette même quantité dans trois cas sur cinq. Dans le cas d'une observation effectuée en 1759, plus proche de la période pour laquelle Mayer établit ses tables, l'avantage est à ce dernier dont les prédictions s'écartent moins des observations que celles de Clairaut. Mais un seul test ne peut être significatif. Il en fallait d'autres effectués sur de longues durées pour confirmer cette idée.

Comme cela a été signalé plus haut, l'éclipse annulaire du 1^{er} avril 1764 constitua un test décisif qui confirma la supériorité des tables de Clairaut sur celles de ses concurrents. Après la proposition faite en 1765 par Pingré et Bailly d'intégrer les tables de la Lune de Clairaut dans la *Connaissance des Temps*, la promotion des tables est assurée pendant près de vingt ans par des amis et admirateurs de Clairaut : Alexandre Savérien, Pierre-Achille Dionis Dusejour, Jeurat et Louis-Robert Cornelier-Lémery, le premier calculateur de la *Connaissance des Temps* officiellement rémunéré par l'Académie royale des sciences.

La bibliothèque de l'Institut de France conserve un gros recueil in-folio de la main de Lémery, intitulé « Calculs de 526 lieux de la Lune sur les tables de M. Clairaut. Edition de 1765 »¹⁸. Une note manuscrite sur la première page indique que le volume a été remis à l'Académie le 7 juillet 1782. Dans une courte note préliminaire, Lémery présente l'objectif qu'il s'est fixé :

« Je me suis engagé dans la *Connaissance des Temps* de 1779, à calculer une partie des observations de M. Bradley par les tables de la Lune de M. Clairaut, édition 1765. Ce volume en contient 526. Les 26 dernières ont été ajoutées pour constater les erreurs trouvées dans les observations du *Nautical almanach* de 1774. d'après les calculs faits sur les tables de Mr. Mayer. On voit que les erreurs sont à peu près les mêmes par les tables de Clairaut, ce qui achève de prouver que les erreurs viennent de la table des observations. »

Dans cet imposant volume, ce sont donc 526 observations de la Lune, effectuées par James Bradley entre les années 1750 et 1760, que Lémery compare avec les tables de Clairaut. Entreprise colossale, qui sera publiée sous une forme légèrement différente et allégée, dans la *Connaissance des Temps* pour 1783 puis dans celle pour l'année 1786. Lémery semble animé d'une volonté de faire passer Clairaut au statut de « Gloire Nationale », puisqu'il écrit en 1780 :

« Par cette comparaison les Astronomes seront en état de voir si en changeant quelques-uns des coefficients des Tables de M. Clairaut, on ne pourroit pas les amener à une exactitude peut-être encore plus grande que celles des autres Tables. Ce seroit une gloire pour la France, & sur-tout pour l'Académie royale des Sciences, que tant de travaux importants pour le progrès de l'Astronomie doivent immortaliser dans l'histoire de cette belle Science. »¹⁹

Mais au contraire de ce que laisse entendre Lémery, ces tableaux indiquent une dégradation de la qualité des tables de Clairaut caractérisée par une dispersion croissante. Si l'on se donne la peine de calculer les moyennes et les écarts-types des tableaux de comparaison publiés par Lémery dans la *Connaissance des Temps* pour 1786, il nous apparaît clairement que les tables de Clairaut ne soutiennent plus la comparaison avec les tables de la Lune de Mayer, corrigées et améliorées par les responsables du *Nautical Almanac*. En effet, la moyenne des écarts en longitude pour les tables de Clairaut est égale à environ +15 secondes d'arc (avec un écart-type double de celui pour les tables de Mayer), alors qu'elle n'est que -3 secondes d'arc pour les tables de Mayer. Ces écarts défavorables aux tables de Clairaut

¹⁸ Ibid., fol. 2.

¹⁹ Louis-Robert Cornelier-Lémery, 1780, « Comparaison de 525 observations de la Lune, avec les tables de Clairaut, celles de Mayer & celles qui ont été corrigées en Angleterre pour le *Nautical Almanach* », *Connaissance des Temps pour l'année 1783* (Paris, 1780), pp. 352-372.

n'empêchent pas Jean-Sylvain Bailly de clamer sa foi exagérée dans l'excellence des tables du mathématicien français. Dans le troisième volume de son *Histoire de l'astronomie moderne [...] jusqu'en 1782*, se remémorant sans doute ses travaux antérieurs sur ces tables et ayant pris connaissance des travaux de Lémery, il écrit :

« Les Tables du mouvement de la Lune que M. Clairaut a construites sur la solution particulière du problème des trois corps, représentent toutes ces observations avec une précision qu'il paroît difficile de surpasser. [...] Plus de 500 lieux de la Lune, récemment calculés par M. Lémery, prouvent que la Tables de M. Clairaut donnent le plus souvent, comme celles de M. Mayer, une erreur au-dessous d'une minute [d'arc]. »²⁰

Si le jugement paraît exagéré et irréaliste, il témoigne de la considération que certains astronomes éprouvent encore à cette époque pour les tables de la Lune de Clairaut près de vingt ans après son décès, et leur souci d'entretenir activement sa mémoire. Mais la lutte est vaine contre la dérive inexorable de ses tables de la Lune, faute d'une théorie plus avancée sur la question²¹. A partir de 1783, l'affaire est entendue : seules sont valables les tables de Mayer, même corrigées d'après les observations. Désormais, c'est sur ces tables que les astronomes français de cette fin du XVIII^e siècle réduisent leurs observations et établissent les éphémérides nautiques.

Annexe

Traduction en français de la lettre d'Alexis Clairaut adressée à John Bevis le 11 avril 1765 pour la revendication d'une partie du prix britannique des Longitudes, parue dans le *Gentleman's Magazine*, vol. XXXV, p. 208 (1765).

« Copie d'une lettre de M. CLAIRAUT au Dr. BEVIS, datée de Paris, le 11 avril 1765 ; de l'original en anglais, écrit de sa main.

Monsieur,

Je vous ai écrit il y a quelques jours, profitant de l'opportunité d'un voyage en Angleterre de l'un de mes amis, qui m'a promis de vous remettre en mains propres, ci-jointes à ma lettre, une copie de mes nouvelles tables de la Lune. Je ne pensais pas, à cette époque, que je devrais si vite vous écrire à nouveau au sujet de ces tables. J'étais assez ignorant des conclusions de votre commission sur les longitudes. Je pensais que cela ne concernerait que le garde-temps [la montre marine] de Mr. Harrison, et que les tables de la Lune n'avaient rien à voir dans cette affaire. Si j'avais eu la moindre idée de cela, je serais venu en Angleterre, ou tout au moins envoyé mes nouvelles tables pour qu'elles soient présentées aux Commissaires, de manière à ce que mes calculs entrent en compétition avec ceux de M. Mayer.

Depuis, je pense avoir atteint un très haut degré de précision dans mes équations de la Lune ; et comme j'y suis parvenu à l'aide de la seule théorie, on peut espérer que leur accord avec les observations tiendra plus longtemps que celui qui est totalement fondé sur une méthode empirique qui peut être bonne pour une époque peu éloignée des observations employées pour la confection des tables, et ne s'accordant plus au-delà. Cependant, au cas où les nouvelles tables de M. Mayer auraient une plus grande exactitude que les miennes, j'ai au moins droit à une récompense, autant que M. Euler, dont la théorie n'est pas antérieure à la mienne, et ne peut-être plus utile que la mienne à M. Mayer.

Maintenant, mon cher et estimable ami, les choses étant ce qu'elles sont, ayez l'obligeance de me dire ce qui peut être fait, sans avoir perdu tout mon travail, en regard des récompenses anglaises. Si le temps, qui restera après votre réponse à ceci, est trop court pour [plaider] ma cause auprès de votre parlement, ne prendriez-vous pas vous-même, en mon nom, toutes les mesures nécessaires pour parvenir au but proposé ? J'ai quelques amis en Angleterre, qui, je l'espère, vous assisteront dans

²⁰ Jean-Sylvain Bailly, 1785, *Histoire de l'astronomie moderne, depuis la fondation de l'École d'Alexandrie, jusqu'à l'époque de M.D.CC.LXXXII [1782]*, nouvelle édition, tome III, Paris, De Bure, pp. 150-156 pour la théorie de la Lune de Clairaut.

²¹ Voir ma thèse, partie IV, chapitres IV.2 et IV.3.

vossein de me servir. M. Stanley et Sir James MacDonald, par exemple, je dépends entièrement d'eux : j'espère aussi que Lord Morton montrera également sa bonté à cette occasion. Parlez-vous alors, avec notre ami M. Short, à ces Excellences de ce sujet.

Il doit être dit en ma faveur, 1^{ment}, que ma théorie de la Lune, publiée en 1747 (dans nos Volumes de l'Académie) est d'une grande utilité pour l'amélioration de toutes les tables. 2^{ment}, que j'ai été le premier (M. Euler l'a reconnu lui-même) qui ait trouvé le véritable mouvement de l'apogée de la Lune dans les lois de l'attraction [universelle] : je le dis comme une preuve d'avoir, il y a longtemps, ouvert la voie pour la théorie de la Lune. 3^{ment}, que l'exactitude actuelle de mes tables (ainsi que leur simplicité d'emploi pour les calculs), toujours entièrement fondées sur la même théorie, et sans recours aux [ajustements sur les] observations, ont montré pleinement la justesse de cette théorie. Si, après avoir examiné ces tables, vous les trouvez aussi exactes que je l'imagine de mes propres comparaisons avec 200 lieux de la Lune, j'aurai un grand avantage sur M. Mayer qui a seulement suivi une méthode empirique et a emprunté à la théorie d'un autre.

J'espère, mon cher Docteur, que vous ne resterez pas longtemps sans me répondre sur ces sujets, et que vous y joindrez un compte-rendu de la méthode qui a été employée pour examiner les tables de M. Mayer ; qui sont les astronomes qui en ont fait usage ; Combien de lieux de la Lune ont été calculés pour apprécier leur exactitude ; Quelle est la plus grande erreur qui a été trouvée, soit en latitude, soit en longitude.

Pardonnez moi pour toutes ces questions, tous les soucis que je vous donne, et avec beaucoup de gratitude, je suis, pour la vie, Monsieur,

Votre très humble et très obéissant serviteur,

CLAIRAUT. »

Les cordes vibrantes du second D'Alembert

Guillaume Jouve, Université Claude Bernard Lyon 1

L'objectif de cette communication est de présenter certains aspects de l'évolution des positions de D'Alembert sur le problème des cordes vibrantes dans la seconde moitié sa vie (1750-1783), en se concentrant plus particulièrement sur le dernier mémoire qu'il a écrit à ce propos, le mémoire 59-§VII des *Opuscules Mathématiques*, intitulé « Sur les cordes vibrantes » (source manuscrite). Écrit en 1781, il était destiné à un « tome IX » des *Opuscules Mathématiques* resté inédit.

Pour commencer, un inventaire complet des textes de D'Alembert sur les cordes vibrantes est nécessaire. Il faut également les resituer chacun dans le contexte de la vive polémique qui l'opposa à Euler et Daniel Bernoulli sur le sujet. Après ses deux premiers mémoires sur les cordes vibrantes publiés en 1747 et 1750 dans les *Mémoires de l'Académie de Berlin*, D'Alembert va devoir répliquer aux attaques d'Euler et de Daniel Bernoulli parues dans les recueils de la même Académie en 1753. C'est ce qu'il fait dans le premier mémoire du tome I de ses *Opuscules Mathématiques* (1761, pp. 1-73), puis dans le 25^{ème} mémoire (tome IV, 1768, pp. 128-224). Le mémoire 59-§VII clôt cette série et nous allons tenter d'en dégager l'intérêt.

Ce mémoire, divisé en « articles », débute par un événement incontestablement majeur : D'Alembert change d'avis sur un point qu'il s'était efforcé de démontrer dans les mémoires précédents. Dans les premier et 25^{ème} mémoires des *Opuscules*, sa controverse avec Euler ne portait pas tant sur l'équation aux différentielles partielles régissant le problème : $\partial^2 y / \partial t^2 = \partial^2 y / \partial x^2$ et sa solution : $y = \varphi(x+t) - \varphi(t-x)$ qui réalisaient un consensus, mais sur les fonctions que l'on pouvait admettre comme courbe initiale formée par la corde. Alors qu'Euler n'admettait aucune restriction sur celles-ci, D'Alembert exigeait qu'elles ne fissent pas de « sauts de courbure » (la dérivée seconde ne devait pas faire de « sauts »), et il mettait cela en équivalence avec le fait que la fonction ne « change pas de forme », c'est à dire qu'elle conserve toujours la même expression d'un intervalle à l'autre.