Enseigner les mathématiques en RASED : effets différentiels d'un dispositif d'aide

Florence Liraud, Eric Roditi

ENSEIGNER LES MATHÉMATIQUES EN RASED : EFFETS DIFFÉRENTIELS D'UN DISPOSITIF D'AIDE

Florence Liraud
Éric Roditi

Laboratoire EDA (Éducation Discours Apprentissages)
Université Paris Descartes
Sorbonne Paris Cité

En didactique des mathématiques, la manière de considérer la question des « élèves en difficulté » a sensiblement évolué. Comme l'indiquent Gobert & Bloch (2015, p. 153), la recherche a connu un passage « de l'étude des difficultés des élèves à l'étude des élèves en difficulté ». Jusqu'à la fin des années 80, les didacticiens traitaient en effet la difficulté par l'étude des erreurs des élèves et des conceptions sous-jacentes. Au début des années 90, s'ouvre un nouveau courant avec des premiers travaux sur l'enseignement et l'apprentissage des mathématiques avec un public particulier d'élèves (Perrin-Glorian, 1993).

Dans le cadre d'une recherche de ce second courant, nous avons proposé un dispositif d'aide (Liraud, 2013) à la résolution de problèmes additifs à des élèves pris en charge par le RASED (Réseau d'Aides Spécialisées aux Élèves en Difficulté) au cours de l'enseignement dispensé par un professeur spécialisé chargé des aides à dominante pédagogique (appelé couramment « maître

E »). Deux objectifs principaux de cette recherche sont développés ici : 1° mettre en lien la conception du dispositif et ses effets globaux sur les apprentissages ; 2° analyser la diversité des effets à l'aune de différentes observations concernant les élèves, leurs connaissances initiales et leur engagement dans les activités de classe, etc. Nous souhaitons ainsi enrichir les connaissances sur les élèves en difficulté d'apprentissage à l'école et sur les aides qui peuvent leur être apportées.

APPRENTISSAGES, DIFFICULTÉS, AIDES : NOS RÉFÉRENCES ET NOS CHOIX

Nous débutons par une explicitation de nos références et de nos choix concernant trois notions majeures dans notre travail : *apprentissages, difficultés* et *aides*. Le dispositif étant relatif à la résolution de problèmes additifs, nous spécifions nos propos à ce contenu mathématique.

L'apprentissage de l'addition et de la soustraction

Nous considérons les apprentissages relativement à des contenus. Celui des opérations, y compris de l'addition et de la soustraction, ne se limite pas à la connaissance de leurs propriétés et à la maîtrise de techniques, il comprend aussi la capacité à reconnaître et à mobiliser ces opérations en situation (Conne, 1984 ; Vergnaud, 1981, 1990). Cette attention à la résolution de problèmes est classique en didactique des mathématiques. De nombreux savoirs mathématiques se forment en effet à partir de problèmes à résoudre, de situations à maîtriser ; cela s'observe dans l'histoire des sciences et les didacticiens des mathématiques ont privilégié un enseignement pour lequel ce serait également le cas en classe. Comme l'écrit Vergnaud (1986, p. 26) en 1982 puis quatre ans plus tard dans un article publié en français : « la résolution du problème est la source et le critère du savoir opératoire ».

La résolution de problèmes occupe ainsi une place importante dans le champ des recherches en didactique des mathématiques. Sans en proposer une synthèse, ce qui nécessiterait un article spécifique, indiquons simplement différentes catégories de recherches en distinguant les problèmes qu'elles étudient : ceux proposés pour l'acquisition d'un savoir à enseigner précis (comme c'est par exemple le cas en théorie des situations didactiques) ; ceux qui visent le développement de la capacité à résoudre des problèmes (les « problèmes ouverts » par exemple) ; les problèmes offrant des opportunités d'apprendre (à faire) des mathématiques, pour en acquérir le goût et l'habileté, indépendamment des programmes scolaires (l'équipe « Maths à Modeler » de Grenoble conçoit de tels problèmes, issus par exemple des mathématiques discrètes) ; et les problèmes enfin qui nécessitent un travail spécifique de modélisation mathématique parce qu'ils sont posés à partir de questions très ouvertes issues d'un contexte social ou scientifique.

Les élèves auxquels nous nous intéressons sont scolarisés en troisième année d'école primaire (CE2, 8 ans), nous nous intéressons à leur difficulté d'apprentissage de l'addition et de la soustraction et les problèmes que nous leur proposons sont des problèmes dont la résolution fait appel à ces opérations ; ils relèvent donc de la première catégorie présentée ci-dessus. Nous n'attendons cependant pas d'eux qu'ils puissent déjà se confronter à l'ensemble des situations du champ conceptuel des structures additives. Nous pensons néanmoins, à la lumière des travaux précédemment cités, que les élèves doivent dépasser les relations statiques entre les cardinaux des parties et du tout d'une collection (composition de mesures) pour envisager les opérations dans des situations de transformation d'état, voire dans des situations de composition de transformations[1]. Ils doivent également construire la connaissance des relations entre addition et soustraction ainsi que de la réversibilité de ces opérations.

Ces critères nous ont conduits à distinguer cinq niveaux d'activité déterminés à partir de l'analyse de leur activité lors de la passation d'un questionnaire comportant une série de dix-neuf problèmes additifs. Ces niveaux sont présentés dans la partie méthodologique, ils reflètent des différences d'apprentissage et des difficultés qui expliquent, en partie au moins, la diversité des performances des élèves.

Les difficultés d'apprentissages et les élèves suivis par le RASED

Les difficultés en mathématiques sont diverses. Comme il a été rappelé précédemment, les recherches en didactique ont d'abord concerné les contenus sur lesquels les élèves étaient nombreux à buter, de manière durable. Elles ont apporté de riches résultats sur les origines épistémologiques et didactiques de ces difficultés ainsi que sur les moyens à mettre en œuvre dans l'enseignement pour, sinon éviter qu'elles ne se constituent, permettre aux élèves de les dépasser.

Puis elles ont porté sur les élèves en difficulté avec deux approches majeures de la question des apprentissages (Roiné, 2009). La première, développée en référence à la théorie des situations didactiques (Brousseau, 1998), attribue ces difficultés à un défaut d'acceptation de la dévolution pour les élèves qui ne joueraient pas le jeu de la situation disciplinaire, soit à défaut d'en comprendre les règles (Perrin-Glorian, 1993, 1997 ; Bloch & Salin, 2004), soit en raison de leur position institutionnelle dans l'enseignement adapté (Toullec-Théry, 2006 ; Nédelec-Trohel, 2008 ; Tambonne, 2010). Selon la seconde approche, ces difficultés viendraient d'une trop faible mobilisation des capacités cognitives des élèves, et il serait possible de la renforcer en favorisant l'activité langagière (Vannier, 2002) ou grâce à des médiations sémiotiques adaptées (Belmas, 2002 ; Levain, Le Borgne & Simard, 2006).

---

1 Problème de composition de mesures : « Il y a 28 élèves dans la classe. Parmi ces élèves, 12 sont des garçons. Combien y a-t-il de filles ? »
Problème de transformation d'état : « Une boîte comporte 14 cubes. Marie a ajouté des cubes, la boîte comporte maintenant 26 cubes. Combien Marie en a-t-elle ajoutés ? »
Problème de composition de transformations : « Au départ de l'autobus, il y a 27 passagers. Au premier arrêt 8 personnes montent. Au deuxième arrêt 8 personnes descendent et 3 personnes montent. Combien y a-t-il de passagers quand l'autobus redémarre après le deuxième arrêt ?

D’autres recherches récentes portent sur l’enseignement, plus précisément sur les pratiques des enseignants qui prennent ces publics en charge, sur le choix des tâches qu’ils proposent aux élèves, sur les manières d’interpréter leurs productions et sur les aides apportées – notamment dans les interactions – pour favoriser les apprentissages (Conne, 2003 ; Peltier-Barbier, 2004 ; Charles-Pézard, 2010).

Certains élèves rencontrent des difficultés d’apprentissage plus globales qui conduisent à poser une hypothèse relationnelle entre l’enseignement qui leur est proposé et leur compréhension de ce qu’ils ont à faire, en mathématiques et plus généralement à l’école. De nombreux travaux dans le champ de la sociologie ont été menés dans cette direction, notamment sur les élèves de milieux populaires (Charlot, Bautier & Rochex, 1992 ; Bautier & Goigoux, 2004 ; Broccolichi & Sinthon, 2011, Rochex & Crinon, 2011 ; Coulange, 2011) dont les plus récents identifient des *malentendus scolaires* à l’origine d’inégalités sociales d’apprentissages. Le sous-système élève du système didactique s’est ainsi complexifié, intégrant progressivement différentes dimensions : épistémique, cognitive, sociale et affective. Dans un ouvrage consacré à la difficulté scolaire en mathématiques qui rassemble de nombreux didacticiens déjà cités, DeBlois (2014) indique, pour les enseignants, différentes tensions entre ces dimensions, notamment entre les dimensions affective et cognitive, qui ne sont pas sans conséquence sur les aides qu’ils peuvent apporter à leurs élèves en classe.

En ce qui concerne les élèves pris en charge par le RASED, qui sont l’objet de notre recherche, différents travaux récents portent spécifiquement sur le travail du maître E[2] ; citons notamment le numéro spécial de la *Nouvelle Revue de l’Adaptation et de la Scolarisation* (Toullec-Théry & Lescouarch, 2014). Les recherches didactiques soulignent les différentes visées du maître E. Ainsi, Viville & Depecker (2014) soulignent, d’une part, la nécessité de prendre en compte à la fois l’élève – sujet apprenant – et l’enfant – avec ses caractéristiques personnelles, familiales et sociales, et d’autre part, la tendance des maîtres E à privilégier l’enfant-élève et ses difficultés psychologiques plutôt que l’élève-enfant et ses difficultés d’apprentissage. Une tendance qui peut s’expliquer par la difficulté de mettre en place un milieu didactique ni trop fermé – peu favorable à l’élève du point de vue topogénétique – ni trop ouvert – les élèves ne percevant pas les enjeux d’apprentissage. Une tendance qui peut s’expliquer aussi par la formation de ces enseignants, très marquée par le constructivisme, mais avec peu de référence épistémiques précises dans les différentes disciplines scolaires (Toullec-Théry & Janin, 2014).

Dans notre recherche, le choix a été de ne pas se centrer sur l’hypothèse déficitaire d’un manque de capacités cognitives des élèves pris en charge par le RASED. Il a fallu alors admettre qu’eux aussi ont construit, durant leur histoire scolaire, une compréhension de ce qui est requis en classe, souvent

[2] L'enseignant spécialisé doit mettre en œuvre des compétences professionnelles particulières et complémentaires de celles attendues d'un enseignant titulaire. Différentes spécialisations sont distinguées qui sont désignées par des lettres allant de A à G. Ainsi, la lettre E désigne la spécialisation dans les aides à dominante pédagogique.

inadaptée, mais qui peut se trouver pérennisée, voire renforcée, lorsqu'ils sont institutionnellement regroupés. Les auteurs qui ont travaillé sur ce public constatent que ces élèves proposent souvent une réponse rapide, sensée satisfaire l'enseignant, calquée sur ce qui vient d'être fait. Ils n'essaient généralement pas de se représenter la tâche à effectuer, d'expérimenter des moyens pour la réaliser, puis de contrôler leurs résultats. Certains attendent que le travail soit fait par d'autres, sans même essayer. Repérés comme étant en difficulté, nombreux sont convaincus qu'ils ne peuvent satisfaire les attentes de leur enseignant et entrent souvent dans un jeu de négociation à la baisse de ses exigences. Lescouarch (2014) invite ainsi à distinguer différentes postures d'étayage du maître E qu'il nomme : guidage, guidance, médiation et accompagnement. Le guidage et la guidance se distinguent quant à l'autonomie laissée à l'élève et à la conscientisation de ses actions qui en résulte ; la médiation et l'accompagnement se différencient quant à leur objet : la médiation porte sur le rapport au savoir en visant le passage de l'action à la conceptualisation alors que l'accompagnement porte plus globalement sur le projet de l'apprenant et vise ainsi, par exemple, à dissiper les malentendus scolaires évoqués ci-dessus qui sont à l'origine d'inégalités d'apprentissage.

Dans la recherche dont il est question dans cet article, adapter l'enseignement, ajuster les questions et les explications en fonction des réponses des élèves sont des aides globales et locales qui ont été programmées au sein d'un dispositif conçu pour qu'ils surmontent leurs difficultés d'apprentissage, la posture du maître E étant celle de médiation (au sens qui vient d'être indiqué) avec, nous y reviendrons, une forme d'accompagnement par une attention particulière au contrat didactique de nature à dissiper certains malentendus.

Un dispositif d'aide qui articule différents leviers

Le travail du maître E s'effectue dans un contexte spécifique : durant certaines périodes appelées « regroupements d'adaptation », il prend en charge les élèves en difficulté d'apprentissage en les extrayant temporairement de leur classe. Il doit identifier pourquoi telle notion met ces élèves en difficulté et leur proposer des aides pour qu'ils construisent les connaissances suffisantes pour suivre après leur retour en classe. Autrement dit, il s'agit « au sein du regroupement, d'une reconstruction des "bases" pour rejoindre la classe » (Toullec-Théry, 2006, p. 31).

Le dispositif d'aide à l'apprentissage de la résolution des problèmes additifs que nous avons conçu (Liraud, 2013) vise essentiellement l'acquisition de ces opérations dans des situations dynamiques, et pas seulement statiques, ainsi que la distinction – en lien avec la réversibilité – entre l'opération qui modélise la situation et celle à effectuer pour déterminer la valeur inconnue. Expliquons-nous sur un exemple : « Il y a des cubes dans la boîte. Je ne vous dis pas combien. J'en ajoute 47. Maintenant il y en a 81. Combien y en avait-il au début ? ». Beaucoup d'élèves en difficulté attribuent au verbe « ajouter » de l'énoncé un indice voire un signal d'avoir à effectuer une addition. Ce malentendu qui les met en situation d'échec les rend d'autant plus vulnérables qu'ils ne trouvent pas d'aide pour abandonner cette interprétation de l'attente disciplinaire au profit d'une attente d'analyse de la situation mathématique à traiter. Dans ce but, le dispositif d'aide que nous avons conçu articule trois leviers majeurs inspirés par les recherches antérieures : favoriser la dévolution ; soutenir la formulation ; étayer l'activité cognitive par des représentations sémiotiques adaptées. Ces leviers seront présentés en détail dans la partie suivante. Remarquons simplement ici, en référence à la classification de Lescouarch (2014) présentée ci-dessus, que le dispositif d'aide mis en place repose sur une posture d'étayage du maître E qui est essentiellement de médiation, et aussi d'accompagnement lorsque le travail de l'enseignant pour optimiser la dévolution le conduit à travailler sur le contrat didactique et certains malentendus comme celui que nous venons d'examiner.

Ayant indiqué notre sujet de recherche concernant l'élève en difficulté, nos références et nos choix, développons plus précisément la problématique et la méthodologie adoptée.

CONCEVOIR ET ÉVALUER UN DISPOSITIF D'AIDE AUX ÉLÈVES EN DIFFICULTÉ D'APPRENTISSAGE

Le dispositif d'aide a été conçu à partir de résultats de recherches sur la résolution des problèmes additifs et sur les élèves en difficulté d'apprentissage. Une évaluation globale de ses effets permettra de juger des hypothèses sous-jacentes à sa conception, une étude différentielle mettra en lumière la variabilité de ces effets et conduira à s'interroger sur les différences entre les élèves.

Présentation des trois leviers sur lesquels repose le dispositif

Commençons par revenir sur les trois leviers du dispositif. Dans le développement de leur présentation, nous donnons des exemples extraits de nos observations en classe qui permettent de justifier nos choix *a posteriori* et d'illustrer leur mise en œuvre.

Favoriser la dévolution

Par la dévolution, l'élève prend la responsabilité mathématique de la résolution d'un problème. Cette condition apparaît nécessaire si l'on admet que le sens des savoirs commence à se construire par leur mise en œuvre en tant qu'outil. Mais comment ces élèves en difficulté que nous avons décrits précédemment pourraient-ils prendre une telle responsabilité ? Notre pari a été d'attribuer, à leurs yeux, une fonction particulière au retour en classe.

Dès le début du regroupement d'adaptation, on leur explique qu'ils auront à étudier un problème que, sans doute, leurs camarades de classe ne savent pas résoudre seuls, et que ce sera à eux de les aider pour qu'ils y parviennent. Il faudra donc qu'ils le comprennent bien, qu'ils sachent expliquer comment le résoudre et qu'ils aient aussi compris pourquoi certains élèves peuvent se tromper, notamment d'opération. Toutes les activités proposées en regroupement d'adaptation sont des résolutions de problèmes additifs de transformation d'état ; cela permet de travailler les opérations dans des situations dynamiques, cela permet également de rencontrer la question du choix de l'opération en de nombreuses occasions. Le problème à préparer pour le retour en classe est, lui aussi, un problème de transformation, plus précisément un problème de composition de transformations. Chaque élève doit être ainsi doublement responsabilisé, pour sa propre compréhension des problèmes mathématiques posés et pour son rôle auprès des autres ; la seconde responsabilité devant soutenir la première. La capacité à assumer ces deux responsabilités se construira pendant le regroupement d'adaptation, il ne s'agira donc pas seulement de répondre aux questions posées dans les énoncés de problèmes, mais bien d'argumenter ou de critiquer les procédures mises en œuvre comme les réponses. Ces conditions concourent à la dévolution.

Citons pour illustrer notre propos un échange entre deux élèves et le maître E (notés respectivement E1, E2 et ME) à propos du problème qui sera travaillé par les élèves de la classe lors du retour en classe : « Stéphane arrive à l'école avec son sac de billes et joue 2 parties. À la première partie, il gagne 12 billes, à la seconde il perd 15 billes. Il a maintenant 49 billes dans son sac. Combien Stéphane avait-il de billes en arrivant à l'école ? ». E1 a pris en compte la valeur numérique « 2 » dans son calcul, E2 réagit :

> E2 : joue deux parties ça compte pas / les deux parties ça compte pas
> E1 : mais pourquoi ça ne compte pas
> E2 : c'est que quinze billes et douze billes qui comptent // et ça / il en a quarante-neuf dans son sac
> ME : oui mais pourquoi ça ne compte pas les deux parties
> E2 : parce que c'est les billes qui comptent / il joue deux parties mais c'est pas les parties qui comptent // il en gagne pas deux / il en perd pas deux.

On comprend que l'élève E1 n'a pas levé ce malentendu selon lequel il faudrait utiliser toutes les données numériques d'un énoncé pour répondre au problème, E2 en vient à expliciter la différence entre un nombre de billes et un nombre de parties et que, dans cette situation, le nombre de parties jouées ne donne pas d'information sur le nombre de billes gagnées ou perdues. Plus tard, E1 et E2 ont calculé la valeur de la composée des deux transformations (trois billes), mais les deux élèves ne sont pas d'accord sur l'opération correspondante. E2 explique qu'ayant perdu plus de billes qu'il n'en a gagnées, Stéphane a perdu trois billes :

> E2 : douze billes (elle fait un geste ascendant en même temps)
> ME : voilà / parce qu'on en gagne // et on est parti de là (niveau de la table)
> E2 : et là on en perd quinze (elle descend de quinze et sa main passe sous le niveau de la table)
> ME : que se passe-t-il E1
> E1 : Stéphane en a perdu

E2 : il en a perdu plus que gagné
ME : tu comprends / et combien en a-t-on perdu // c'est bien E2
E1 : trois
ME : et oui
E2 : (gestes de victoire avec les bras)
ME : donc on en a perdu plus qu'on en a gagné parce que quinze c'est plus grand que
E1 : douze / du coup il en perd trois

Dans cet échange où le maître E intervient davantage que dans le précédent, on remarquera l'intervention de E2 « *il en a perdu plus que gagné* » qui généralise la situation et qui justifie que le bilan pour Stéphane est une perte de billes. Le retour en classe, avec la perspective de devoir expliquer aux autres, conduit ainsi à un travail des élèves propice à la dévolution.

Soutenir la formulation

Le rôle du langage dans l'apprentissage est communément admis, à condition qu'il ne se limite pas à un discours qui décrit l'action. Au sens de la théorie des situations didactiques (Brousseau, 1998), la formulation conduit à l'explicitation de la connaissance sous-jacente à une manière de résoudre un problème (d'agir efficacement sur le milieu). Il s'agit donc bien de formuler les raisons pour lesquelles l'action est efficace, pas seulement d'expliciter ce qui a été fait.

Durant les séances de regroupement d'adaptation, les élèves ont à résoudre des problèmes additifs ainsi qu'à expliciter leur démarche et les raisons pour lesquelles ils s'y sont pris de cette manière. Cette phase est généralement très délicate avec les élèves en difficulté qui, au mieux, vont indiquer l'opération choisie, l'addition ou la soustraction.

Comme l'a fait Roditi (2007) dans un dispositif d'aides à la comparaison des nombres décimaux, nous avons intégré au dispositif des interactions avec les élèves durant lesquelles des suggestions et contre-suggestions sont proposées. Chalon-Blanc (1997) explique que, dans le cadre de l'épistémologie génétique, des entretiens sont réalisés afin d'amener le sujet à justifier ses réponses. L'expérimentateur utilise alors des suggestions et contre-suggestions en présentant des avis qu'ont d'autres enfants et sur lesquels le sujet doit s'exprimer, ces avis étant respectivement conformes ou contraires à celui du sujet. Nous nous inspirons de ces modalités d'interaction, avec quelques différences puisque, dans le cadre didactique de notre recherche, les sujets sont considérés, non comme des enfants, mais comme des élèves, l'adulte n'est pas un expérimentateur mais un enseignant, et les suggestions et contre-suggestions sont introduites pour soutenir les phases de formulation, pas à des fins d'évaluation, mais bien pour contribuer aux apprentissages des élèves.

Illustrons ces modalités d'interaction à propos du problème suivant : « Paul collectionne les timbres. Avant son anniversaire, il en avait 573, après il en a 1 260. Combien Paul a-t-il reçu de timbres pour son anniversaire ? ». En cas de procédure correcte, le maître E dit par exemple : « Un petit garçon m'a dit qu'il fallait ajouter parce qu'il était dit que Paul avait reçu des timbres. À ton avis, il avait raison ou non ? ». En cas d'ajout, les élèves obtiennent 1 833, le maître E peut dire alors : « Un petite fille m'a dit qu'on ne pouvait pas en recevoir plus qu'on en a à la fin. Et à la fin, Paul en a 1 260 en tout. À ton avis, elle avait raison ou non ? ».

Voyons par exemple l'échange entre le maître E et un élève (notés ME et E3) à propos du problème : « Il y a 14 cubes dans la boîte. Je vais ajouter des cubes, je ne vous dis pas combien. Maintenant, il y a 26 cubes dans la boîte. Combien de cubes ai-je ajouté ? » E3 répond qu'il en a été ajouté 12. Pour s'assurer de la compréhension de la procédure, ME propose une contre-suggestion dans laquelle la somme 14 + 26 est proposée. L'élève répond :

E3 : je crois qu'il a dû imaginer // Il a dû s'imaginer qu'au début il avait quatorze cubes / et après il s'est imaginé par exemple qu'il en achetait vingt-six // il a ajouté le début et la fin de l'histoire
ME : il a ajouté le début de l'histoire et la fin de l'histoire
E3 : fallait ajouter // le début de l'histoire et le milieu de l'histoire

L'élève E3 parvient, grâce à la contre-suggestion, à expliciter sa compréhension du lien entre les variables et les opérations : l'élève fictif ajoute comme s'il prenait l'état final pour la transformation ; si on ajoute, c'est l'état initial et la transformation qu'il faut additionner. E3 n'a pas une interprétation d'enseignant, ce dernier identifierait plutôt un effet de contrat didactique lié à un malentendu scolaire, il interprète l'erreur de l'élève fictif avec les seuls éléments du problème, témoignant ainsi de sa compréhension de la situation. Le retour en classe tel qu'il est programmé dans le dispositif ne constitue donc pas une tâche impossible à réaliser pour les élèves du regroupement d'adaptation : les échanges qui s'y tiennent sont analogues à ceux que nous venons de présenter.

Étayer l'activité cognitive

Pour étayer l'activité cognitive des élèves, nous avons porté une attention particulière aux instruments de médiations sémiotiques. La notion de médiation sémiotique a été introduite par Vygotski pour désigner l'activité de dialogue au moyen de signes comprenant le langage mais aussi d'autres outils. En didactique des mathématiques, elle a été développée dans les années 2000, en Italie d'abord, en lien avec les technologies numériques. Chevallard (1995) avait déjà mis en lumière la double fonction des instruments sémiotiques dans l'activité mathématique : l'une est instrumentale et permet de faire, l'autre est sémiotique et permet de voir ce qui est fait. Falcade (2002) approfondit la fonction sémiotique en ajoutant qu'elle est aussi psychologique car au service du développement de la pensée.

Dans notre dispositif, une « trousse » a ainsi été introduite comme outil de médiation sémiotique ; ses fonctions sont expliquées à partir du problème déjà rencontré : « Il y a des cubes dans la boîte. Je ne vous dis pas combien. J'en ajoute 47. Maintenant il y en a 81. Combien y en avait-il au début ? ». Pour aider les élèves à trouver la bonne réponse, l'enseignant pourrait leur faire manipuler une boîte et des cubes. Ils compteraient et décompteraient pour obtenir la solution au problème. Mais une telle manipulation ne conduirait ni au raisonnement ni à l'inférence : les élèves n'auraient rien à anticiper et ils ne disposeraient d'aucun moyen pour contrôler leur action. La trousse introduite en regroupement d'adaptation vise, non la manipulation pour trouver la solution, mais la représentation de la situation et le soutien à l'activité cognitive. Contrairement à la boîte rigide dont la forme ne change pas quand on rajoute ou qu'on enlève des cubes, la trousse « grossit » quand ce qu'elle contient varie. Cela amène les élèves à se poser des questions relatives aux états de la trousse, à la taille des nombres qui décrivent ces états, puis aux opérations qui correspondent aux changements d'état. La réflexion sur les états est facilitée par le fait que la forme de la trousse soit variable. Il ne s'agit pas d'indices donnés par le maître, il s'agit d'un outil d'aide à la représentation du problème et à la planification des calculs, calculs dont ils peuvent contrôler le résultat grâce à une manipulation. D'autres outils matériels, graphiques ou symboliques ont été introduits qui, comme la « trousse », étayent l'activité cognitive et contribuent ainsi à l'apprentissage : des cubes, une file numérique, un diagramme sagittal, le déplacement vertical analogue à celui d'un ascenseur, etc.

Conception de l'ensemble du dispositif d'aide

Le dispositif correspond dans son ensemble à treize séances de quarante-cinq minutes d'enseignement par un maître E du RASED, la dernière étant celle du retour en classe où un problème est proposé par les élèves du regroupement d'adaptation à leurs camarades de classe. Nous avons suivi vingt-cinq élèves appartenant à cinq classes différentes, chaque regroupement rassemblait donc cinq élèves en moyenne. Les problèmes mathématiques travaillés pendant ces séances portent sur des situations additives de transformation d'état, ils sont tirés du manuel ERMEL (2001) conçu en lien avec la recherche en didactique des mathématiques.

Nous avons joué sur plusieurs variables didactiques concernant directement le sens des opérations. Ainsi, au début, les nombres sont tous des petits entiers proches (les élèves peuvent alors compter sur leurs doigts plutôt que de calculer) alors qu'à la fin les nombres sont plus fréquemment éloignés et à trois ou quatre chiffres (les élèves sont alors obligés d'effectuer un calcul numérique après avoir effectué un calcul relationnel c'est-à-dire avoir mis les données en relation par des opérations). L'inconnue et la nature de la transformation changent très souvent au fur et à mesure des séances, cela permet de faire varier la correspondance entre l'opération à effectuer et celle qui modélise la situation. Expliquons-nous en considérant Julie qui joue aux billes et dont l'état de son sac de billes subit une transformation dès qu'elle en gagne ou qu'elle en perd. Trois problèmes peuvent être proposés suivant que l'inconnue est l'état final, la transformation ou l'état initial, par exemple :

- Julie avait 14 billes. Elle en a gagné 7. Combien en a-t-elle maintenant ?
- Julie avait 14 billes. Elle en a maintenant 21. Que s'est-il passé ?

- Julie a gagné 7 billes. Elle en a maintenant 21. Combien en avait-elle au début du jeu ?

Pour la même situation (jeu de billes), modélisée par la même opération (une addition car Julie gagne), ce n'est pas la même opération qu'il faut effectuer pour résoudre le problème : une addition si l'inconnue est l'état final ; une soustraction si l'inconnue est l'état initial ou la valeur de la transformation. On comprend que des élèves qui cherchent à apporter une réponse rapide pour satisfaire l'enseignant ne puissent se construire une représentation de la situation et établir une démarche efficace pour résoudre le problème… Au cours des séances, la complexité des situations va croissante, les dernières relevant d'une composition de deux transformations (deux parties successives de billes par exemple) où l'inconnue est d'abord l'état final, puis la valeur de la transformation globale issue de la composition de deux transformations successives (qui vont dans le même sens ou non), l'état initial et enfin la valeur d'une des deux transformations. Rappelons l'énoncé travaillé pour le retour en classe : « Stéphane arrive à l'école avec son sac de billes et joue 2 parties. À la première partie, il gagne 12 billes, à la seconde il perd 15 billes. Il a maintenant 49 billes dans son sac. Combien Stéphane avait-il de billes en arrivant à l'école ? ». Dans sa résolution experte, le problème comporte à la fois la recherche de la composée de deux transformations de signe contraire (à résultante négative) et la recherche de l'état initial à partir de cette composée.

Le dispositif a donc été conçu à partir d'hypothèses issues de recherches en didactique des mathématiques. Ce dispositif suppose qu'il soit mis en œuvre par un maître E qui dispose de références épistémiques en mathématiques (Toullec-Théry & Janin, 2014) ainsi que de connaissances précises des travaux didactiques concernant les problèmes additifs, notamment ceux de Vergnaud. Montrer qu'il peut faire progresser des élèves en difficulté constitue une forme de validation de ces hypothèses ainsi qu'un apport didactique significatif sur ce contexte scolaire particulier, encore peu étudié, où la recherche, la formation et la pratique privilégient généralement un travail sur la dimension affective des difficultés.

Méthodes développées pour l'évaluation des effets du dispositif

L'évaluation des effets du dispositif repose sur deux questionnaires analogues composés de dix-neuf problèmes additifs et passés durant des entretiens individuels avec le maître E afin d'obtenir à la fois les réponses et les raisonnements des élèves. Le premier a été soumis avant le regroupement d'adaptation et le second un mois après le retour en classe. Ce choix de modalité de passation résulte d'un compromis permettant de tenir compte de différentes contraintes. Nous sommes bien conscients qu'en entretien individuel, un enseignant peut guider un élève vers la réponse attendue et fausser ainsi l'évaluation visée, mais nous savons aussi qu'en situation d'évaluation individuelle par questionnaire écrit, de nombreux élèves pris en charge par le RASED témoignent de performances très inférieures à celles qu'ils peuvent obtenir dans le cadre d'un entretien. Pour notre recherche, c'est le même maître E qui a évalué tous les élèves avec les deux questionnaires. Il avait compris les enjeux de l'étude et les enregistrements des entretiens avec les élèves nous permettent d'assurer qu'il a mené une évaluation équivalente, suivant les élèves d'une part, et suivant les questionnaires d'autre part. En outre, ce maître E est celui du RASED dont dépendent ces élèves, et c'est lui qui les a pris en charge durant le dispositif d'aide, ils étaient donc dans un contexte ordinaire de regroupement d'adaptation, aussi nous semble-t-il légitime de les considérer comme des élèves du point de vue didactique.

Les dix-neuf problèmes posés dans chacun des deux questionnaires couvrent, comme pour le dispositif, une diversité de tâches garantissant une couverture complète du domaine étudié, celui des problèmes additifs de transformation d'état. Les situations ont été choisies parmi celles qui sont familières aux élèves et les valeurs numériques des variables ont été choisies pour éviter que les élèves puissent résoudre les problèmes par comptage, sans calcul relationnel et sans calcul numérique. Les dix premiers problèmes comportent une seule transformation, positive ou négative, avec pour inconnue l'état final, l'état initial ou la transformation. Les neuf autres sont des problèmes comportant deux transformations, de même signe ou de signes contraires, et, à une exception près, l'état final ou l'état initial est indiqué.

Deux indicateurs ont été finalement relevés concernant l'activité mathématique des élèves pour chacun des problèmes : la réussite et le niveau d'activité. La réussite à un problème suppose à la fois une réponse et une procédure correctes. La réponse de l'élève pour résoudre un problème additif est interprétée afin de déterminer un niveau d'activité, cela repose sur trois types d'observables. Les premiers portent sur la représentation du problème : sélection d'indices isolés, recherche de mots clefs, recherche de relations entre les données, distinction des états et des transformations. Les deuxièmes concernent les opérations : le lien éventuel entre opération effectuée et relation entre les données, puis la perception de la réversibilité et du caractère fonctionnel des opérations dans une transformation. Un dernier observable porte sur la manipulation implicite éventuelle des nombres relatifs.

Explicitons les cinq niveaux d'activité en les illustrant avec le problème du retour en classe : « Stéphane arrive à l'école avec son sac de billes et joue 2 parties. À la première partie, il gagne 12 billes, à la seconde il perd 15 billes. Il a maintenant 49 billes dans son sac. Combien Stéphane avait-il de billes en arrivant à l'école ? ». Au niveau 1, l'élève reste focalisé sur des indices isolés, il n'a pas de représentation du problème (Julo, 1995) et met en œuvre des traitements numériques sans plan préétabli. C'est le cas d'un élève qui effectue 49 + 2 + 12 – 15. Au niveau 2, l'élève témoigne d'une représentation partielle du problème en repérant les mots clefs sans se laisser abuser par leur éventuel effet inducteur, mais sans toutefois réussir à mettre en relation les données du problème. C'est le cas d'un élève qui partant du nombre final de billes commence par trouver le nombre de billes à l'issue de la deuxième partie : 49 + 15, mais sans parvenir à continuer. Au niveau 3, l'élève parvient à construire une représentation adéquate du problème lorsque la situation sous-jacente relève de la composition de mesures. Il réussit lorsque les opérations sont à appliquer directement, mais il échoue en revanche lorsque la réversibilité des opérations est en jeu et lorsque les opérations correspondent à des fonctions. C'est le cas d'un élève qui cherche le nombre de billes à l'issue de la deuxième partie puis au début du jeu, mais qui effectue 49 – 15 + 12 pour déterminer la solution. Au niveau 4, l'élève met en acte la réversibilité des opérations, il résout les problèmes de transformation où les opérations correspondent à des fonctions. C'est le cas d'un élève qui adopte la même démarche que la précédente, mais en changeant d'opération pour tenir compte du fait qu'on recherche l'état initial : 49 + 15 – 12. Le 5e niveau correspond en outre à une manipulation implicite des nombres relatifs en lien avec le concept-en-acte de composition de transformations. C'est le cas d'un élève qui effectue le bilan des transformations, qui obtient une perte de 3 billes et qui calcule ensuite 49 + 3 pour déterminer l'état initial. Bien sûr, ces niveaux d'activités dépendent des problèmes proposés, celui qui vient d'être présenté peut conduire aux cinq niveaux mais certains, par exemple lorsque l'état final est l'inconnue, ne conduisent pas à la mise en œuvre de la réversibilité des opérations et ne correspondent donc potentiellement qu'à une activité de niveau 3 au maximum.

L'évaluation des effets du dispositif s'appuie sur une analyse conjointe des scores de réussite des élèves et de leur niveau d'activité lors de la résolution des problèmes additifs proposés. Le lien entre ces deux indicateurs pouvant être plus ou moins fort suivant l'importance de facteurs autres que cognitifs ayant influencé la performance : concentration, motivation, estime de soi, etc.

EFFETS DU DISPOSITIF : MISE À L'ÉPREUVE DES HYPOTHÈSES ET NOUVELLES QUESTIONS

L'évolution du taux de réussite des élèves est la différence de réussite entre les deux questionnaires, il en est de même pour leur niveau d'apprentissage. Les analyses de ces deux indicateurs sont conjuguées pour rendre compte de l'effet global du dispositif ainsi que de son effet différentiel selon les élèves.

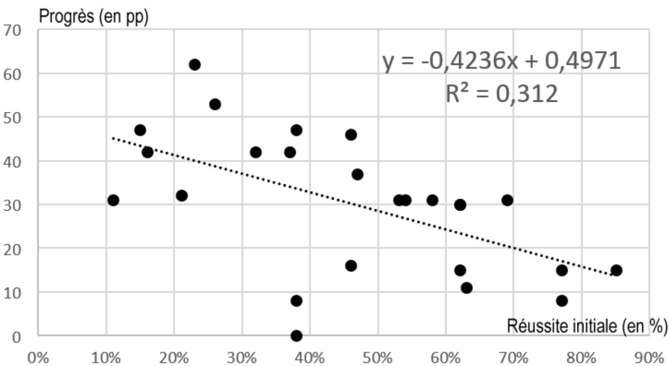
Évolution du taux de réussite des élèves aux questionnaires

Le taux de réussite de chacun des 25 élèves au premier questionnaire varie de 11% à 85%, le taux moyen est de 46% avec un écart-type de 20 pp (points de pourcentage[3]). Le taux de réussite au second questionnaire varie de 38% à 100%, avec une moyenne de 76% et un écart-type de 17 pp. Ainsi, le progrès moyen des élèves atteint 30 pp avec un écart-type de 15 pp. Les méthodes

[3] Les points de pourcentages sont utilisés pour indiquer des différences de pourcentages en valeurs absolues, ils se distinguent des pourcentages qui indiquent des différences en valeurs relatives. Ainsi une augmentation de 40% à 60% est 20 points de pourcentage (l'augmentation de 40 à 60 est de 20) et elle est de 50% (en passant de 40% à 60% le pourcentage a augmenté de la moitié de sa valeur initiale).

statistiques permettent d'évaluer la significativité des progrès[4] : ces derniers ne doivent pas être attribués aux fluctuations de réussite qui marquent toute épreuve d'évaluation, mais bien à l'effet du dispositif. Ces progrès confortent nos choix quant aux leviers du dispositif, nous y reviendrons dans une étude de cas menée en fin d'article.

La variabilité des progrès incite néanmoins à se questionner, en commençant par sa dépendance à la réussite initiale qui a été représentée ci-dessous.



Progrès des élèves en fonction de leur réussite initiale

L'allure générale du nuage de points laisse apparaître que les élèves progressent d'autant moins que leur réussite initiale était élevée, ce que confirment le signe négatif de la pente de la droite de régression linéaire et le test de nullité de la pente[5]. Il convient néanmoins de remarquer la grande variabilité des progrès pour des élèves de même niveau de réussite initiale, ce dont témoigne la faiblesse du coefficient de détermination R^2 (31%). Ces éléments incitent à rechercher une interprétation des progrès des élèves qui repose sur une analyse de leur activité en regroupement d'adaptation. Avant cela, étudions le niveau d'activité des élèves et son lien avec le taux de réussite.

Évolution du niveau d'activité et lien avec la réussite

Le niveau d'activité des élèves pour la résolution de chaque problème est une valeur comprise entre 1 et 5, il est déterminé grâce au questionnaire passé en entretien individuel. Avant le suivi du dispositif, le niveau maximum est 3, le niveau moyen est 2,3 avec un écart-type de 0,9. Après le regroupement d'adaptation, les niveaux varient de 2 à 5 avec seulement quelques élèves au niveau 2. Le niveau moyen est 3,8 avec un écart-type identique de 0,9. Le

[4] La comparaison portant sur deux mesures de réussite effectuées sur les mêmes élèves, le test adapté est le *t* de Student pour deux échantillons appariés. Il est significatif au seuil de 1% ($p < 10^{-8}$).

[5] Test de Pearson effectué au seuil de 1% sur la nullité de la pente ($p < .004$).

progrès apparaît assez sensible compte tenu du niveau initial, ce qui est confirmé par l'analyse statistique[6]. Ces résultats et ceux de l'analyse des réussites apparaissent donc comme étant convergents.

Une étude complémentaire a été réalisée afin de questionner cette convergence. Le premier constat est que si l'on range les élèves par taux de réussite croissant, on les range aussi par niveau d'activité croissant. Un ajustement linéaire a été effectué ; la corrélation entre les deux indicateurs est positive et forte[7]. Le bilan est analogue pour le second questionnaire[8]. Le niveau d'activité des élèves explique donc pratiquement totalement leur réussite aux questionnaires. Ces résultats constituent une information importante pour les interprétations : le fait d'avoir réalisé le questionnaire dans le cadre d'entretiens individuels a manifestement permis de minimiser les erreurs dues à des facteurs ne relevant pas de leur niveau d'activité mathématique et qui sont souvent avancés pour ces élèves en difficulté : manque de concentration, de motivation ou de confiance en soi.

Nous avions constaté que les progrès des élèves n'étaient pas uniformes ; examinons à présent les différences interindividuelles afin de mieux comprendre les effets du dispositif.

Progrès différentiel : étude de cas et nouvelles questions

Le progrès moyen des élèves est de 30 pp (points de pourcentage) avec un écart type de 15 pp. Les progrès inférieurs à 15 pp ont été jugés faibles, les progrès supérieurs à 45 pp ont été jugés forts et les autres ont été jugés moyens. Le tableau suivant indique comment se répartissent les élèves selon leurs progrès, il indique aussi quel était leur taux de réussite initial.

Répartition des élèves en fonction de leur progrès

Progrès	**Faibles**	**Moyens**	**Importants**
Nombre d'élèves	7 (28%)	13 (52%)	5 (20%)
Réussite initiale	38% à 85%	11% à 69%	15% à 46%

Afin de comprendre la variabilité des progrès des élèves alors qu'ils ont des niveaux d'activité initiaux équivalents, toutes les séances ayant été enregistrées, nous avons analysé leur activité mathématique pendant le regroupement d'adaptation. Illustrons nos conclusions sur quelques cas représentatifs au sein des trois groupes : Fedy pour le groupe des élèves dont les progrès sont faibles, Maël et Mona dont les progrès sont moyens et dont les scores initiaux sont différents, et enfin Ima dont les progrès sont importants.

[6] Le niveau d'activité étant une variable ordinale, le test effectué est celui des rangs signés de Wilcoxon pour échantillons appariés, il est significatif au seuil de 1% ($p < .00003$).

[7] Le coefficient de détermination R^2 est égal à 0,78 et le test de corrélation de Spearman pour les variables ordinales est significatif au seuil de 1% ($p < 10^{-8}$).

[8] La corrélation est positive, le coefficient R^2 est égal à 0,84 et le test de Spearman est significatif au seuil de 1% ($p < 10^{-10}$).

Plusieurs élèves dont les progrès sont faibles n'ont pas été très assidus et n'ont donc pas pu bénéficier pleinement du dispositif d'aide. Fedy n'a pas manqué de séance, son score est passé de 62% à 77%. Ses progrès s'expliquent essentiellement par l'apprentissage de la distinction entre l'opération qui modélise la situation et celle qui permet de calculer l'inconnue. L'utilisation de la trousse comme instrument de médiation sémiotique a été très bénéfique pour cet élève, mais il a eu besoin de beaucoup de temps pour réaliser cet apprentissage, cela explique la faiblesse de ses progrès.

Lors du premier questionnaire, Maël n'arrive pas à se représenter les situations décrites dans les problèmes, il se laisse guider par quelques indices trouvés dans l'énoncé, son score initial est très faible (11%). Pendant le regroupement d'adaptation, il a participé à de nombreuses interactions avec les autres élèves et le maître E. Les contre-suggestions lui ont été particulièrement utiles pour faire de ses procédures un objet de questionnement. Il n'a néanmoins pas pu travailler l'ensemble des situations du dispositif, son score de réussite est passé à 42%. Mona avait un score initial (58%) plus élevé que celui de Maël, sa représentation des problèmes était adéquate, mais comme Fedy, elle confondait l'opération qui modélise la situation et celle à effectuer pour calculer l'inconnue. Ayant pris très au sérieux son rôle prévu pour le retour en classe, Mona a plus vite que Fedy bénéficié des instruments de médiation sémiotique comme la trousse et les diagrammes sagittaux qu'elle projetait d'utiliser pour fournir des explications à ses camarades, et auxquels elle se référait pour soutenir son argumentation face aux contre-suggestions. Elle a ainsi atteint un pourcentage de réussite élevé (89%) au second questionnaire.

Le cas d'Ima illustre les effets du travail en regroupement d'adaptation sur les élèves qui ont réalisé d'importants progrès. Son score de réussite initial était moyen (46%) et elle a profité des trois leviers du dispositif pour atteindre un score très élevé (92%). Son engagement dans les activités mathématiques s'est accru avec le projet du retour en classe, et différents aspects de la résolution des problèmes additifs ont été travaillés : représentation de la situation et calcul relationnel grâce aux outils de médiation sémiotique, distinction entre les opérations provoquées par les contre-suggestions, qui lui ont permis de prendre les réponses, justes ou fausses, comme objet de réflexion.

CONCLUSION

Notre recherche a été conduite sur un dispositif d'aide à la résolution des problèmes additifs mis en œuvre auprès de 25 élèves en difficulté d'apprentissage. Ce dispositif repose sur trois leviers principaux déterminés à partir de résultats de recherches en didactique des mathématiques : favoriser la dévolution en donnant un sens particulier au retour en classe ; soutenir la formulation des raisons qui sous-tendent l'action grâce à des interactions verbales comportant des contre suggestions ; et étayer l'activité cognitive à l'aide d'instruments de médiation sémiotiques adaptés.

Les effets de ce dispositif (Liraud, 2013) ont été évalués de manière globale et différentielle. Les progrès significatifs globaux confirment les choix didactiques qui ont présidé à sa conception. L'analyse des activités des élèves permet en outre d'émettre certaines hypothèses quant à la variabilité de ces progrès. Les élèves les plus faibles au début de leur prise en charge ont amorcé un progrès, il leur a fallu en effet beaucoup de temps pour déconstruire les manières de faire inadaptées qu'ils avaient élaborées afin de répondre aux demandes disciplinaires. Ils n'ont pas pu, dans le cadre du dispositif, disposer de temps suffisant pour poursuivre le progrès amorcé. Les autres élèves ont progressé de façon inégale suivant qu'ils sont ou non parvenus à s'engager dans des activités authentiques de résolution de problèmes mathématiques, de justification de l'adéquation de leurs procédures aux questions posées, et enfin de réflexion et de discussion des démarches de résolution de problèmes. Comprendre pourquoi certains y sont parvenus et pas les autres, nécessiterait de mener des analyses complémentaires de la démarche adoptée et du dispositif mis en œuvre reposant sur d'autres informations concernant les élèves, notamment sur leur histoire scolaire et disciplinaire, familiale et personnelle.

RÉFÉRENCES

BAUTIER Élisabeth, GOIGOUX Roland (2004) Difficultés d'apprentissage, processus de secondarisation et pratiques enseignantes : une hypothèse relationnelle, *Revue française de pédagogie*, n°148, Lyon, INRP, 89-100.

BELMAS Pierre (2002) Apprentissage de la proportionnalité et symbolisations chez des élèves en échec scolaire, *La nouvelle revue de l'AIS*, n°20, Suresnes, Éditions du CNEFEI, 117-129.

BLOCH Isabelle, SALIN Marie-Hélène (2004) Contrats, milieux, représentations : étude des particularités de l'AIS, *Actes du séminaire national de didactique des mathématiques*, Paris, IREM, 171-186.

BROCCOLICHI Sylvain, SINTHON Rémi (2011) Comment s'articulent les inégalités d'acquisitions scolaires et d'orientation ? Relations ignorées et rectifications tardives, *Revue française de pédagogie*, n°175, Lyon, IFÉ, 15-38.

BROUSSEAU Guy (1998) *Théorie des situations didactiques*, Grenoble, La pensée sauvage.

CHALON-BLANC Annie (1997) *Introduction à Jean Piaget*, Paris, L'Harmattan.

CHARLES-PÉZARD Monique (2010) Installer la paix scolaire, exercer une vigilance didactique, *Recherches en didactique des mathématiques*, n°30(2), Grenoble, La pensée sauvage, 197-261.

CHARLOT Bernard, BAUTIER Elisabeth, ROCHEX Jean-Yves (1992) *École et savoir dans les banlieues... et ailleurs*, Paris, Armand Colin.

CHEVALLARD Yves (1995) Les outils sémiotiques du travail mathématique. *Petit x*, n°42, Grenoble, IREM, 33-57.

CONNE François (1984) Calculs numériques et calculs relationnels dans la résolution de problèmes d'arithmétique, *Recherches en didactique des mathématiques*, n°5(3), Grenoble, La pensée sauvage, 269-332.

CONNE François (2003) Interactions de connaissances et investissement de savoir dans l'enseignement des mathématiques en institutions et classes spécialisées, *Revue virtuelle Éducation et francophonie*, n°32(2).

COULANGE Lalina (2011) Quand les savoirs mathématiques à enseigner deviennent incidents, dans ROCHEX Jean-Yves & CRINON Jacques (éds) *La construction des inégalités scolaires, au cœur des pratiques et des dispositifs d'enseignement*, Rennes, Presses Universitaires de Rennes, pp. 33-43.

DEBLOIS Lucie (2014) Les tensions et les questions soulevées dans les rapports enseignement/apprentissage des mathématiques liés aux élèves en difficulté, dans MARY Claudine et al (éds) *Recherches sur les difficultés d'enseignement et d'apprentissage des mathématiques*, Québec, Presses de l'Université du Québec, pp. 229-242.

ERMEL (2001). *Apprentissages numériques et résolution de problèmes CE2*, Paris, Hatier.

FALCADE Rossana (2002) L'environnement cabri-géomètre outil de médiation sémiotique pour la notion de graphe d'une fonction, *Petit x*, n°58, Grenoble, IREM, 47-81.

GIROUX Jacinthe (2013) Étude des rapports enseignement/apprentissage des mathématiques dans le contexte de l'adaptation scolaire : Problématique et repères didactiques, *Éducation et didactique*, n°7(1), 59-86.

GIROUX Jacinthe (2015) Variations sur les processus interprétatifs dans l'étude des difficultés d'apprentissage en mathématiques, dans BUTLEN Denis et al. (éds) *Rôles et places de la didactique et des didacticiens des mathématiques dans la société et le système éducatif*, Grenoble, La Pensée Sauvage, pp. 211-237.

GOBERT Sophie, BLOCH Isabelle (2015) Les élèves en difficulté dans l'enseignement ordinaire, dans BUTLEN Denis et al. (éds) *Rôles et places de la didactique et des didacticiens des mathématiques dans la société et le système éducatif*, Grenoble, La Pensée Sauvage, pp. 153-157.

LESCOUARCH Laurent (2014) Les dimensions de l'accompagnement dans le travail du maître E : postures et enjeux, *La nouvelle revue de l'adaptation et de la scolarisation*, n°66, Suresnes, INSHEA, 127-142.

LEVAIN Jean-Pierre, LE BORGNE Philippe, SIMARD Arnaud (2006) Schématisation et résolution de problèmes : une aide pour les élèves de Segpa, *La nouvelle revue de l'AIS*, n° 33, Suresnes, Éditions du CNEFEI, 95-105.

LIRAUD Florence (2013) *Un dispositif d'aide à la résolution de problèmes additifs expérimenté en Réseau d'Aides Spécialisées aux Élèves en Difficulté (RASED)*, Thèse de doctorat, Université Paris 5, décembre 2013.

NÉDÉLEC-TROHEL Isabelle (2008) *Élaboration et mise en œuvre d'une ingénierie didactique en mathématiques par un chercheur, un maître E et un* *maître ordinaire en regroupement d'adaptation et en classe de CE2. Analyse des transactions didactiques*, Thèse de doctorat, Université Rennes 2.

PELTIER-BARBIER Marie-Lise (dir.) et al. (2004) *Dur d'enseigner en ZEP*, Grenoble, La pensée sauvage.

PERRIN-GLORIAN Marie-Jeanne (1993) Questions didactiques soulevées par l'enseignement des mathématiques dans les classes faibles, *Recherches en didactique des mathématiques*, n°13(1-2), Grenoble, La pensée sauvage, 3-118.

PERRIN-GLORIAN Marie-Jeanne (1997) Que nous apprennent les élèves en difficulté en mathématiques ? *Repères-Irem*, n°29, Nancy, Topiques, 43-66.

ROCHEX Jean-Yves, CRINON Jacques (éds) (2011) *La construction des inégalités scolaires, au cœur des pratiques et des dispositifs d'enseignement*, Rennes, Presses Universitaires de Rennes.

RODITI Eric (2007) La comparaison des nombres décimaux, conception et expérimentation d'une aide aux élèves en difficulté, *Annales de didactique et de sciences cognitives*, n°12, Strasbourg, IREM, 55-81.

ROINÉ Chritophe (2009) *Cécité didactique et discours noosphériens dans les pratiques d'enseignement en SEGPA. Une contribution à la question des inégalités*, Thèse de doctorat, Université Bordeaux 2, novembre 2009.

TAMBONE Jeannette (2010) Un dispositif de recherche pour observer les pratiques enseignantes : l'observation des maîtres spécialisés en adaptation scolaire. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, Grenoble, La pensée sauvage, n°30(3), 275-315.

TOULLEC-THÉRY Marie (2006) *Aider les élèves peu performants en mathématiques à l'école primaire : quelles actions des professeurs ? Étude in situ de professeurs des écoles de classes « ordinaires » et de maîtres spécialisés à dominante pédagogique*, Thèse de doctorat, Université Rennes 2, décembre 2006.

TOULLEC-THÉRY Marie, JANIN Florence (2014) Lecture d'images tactiles et guidance par une enseignante spécialisée E. Effets d'une situation inédite d'aide sur ses pratiques, *La nouvelle revue de l'adaptation et de la scolarisation*, n°66, Suresnes, INSHEA, 93-111.

TOULLEC-THÉRY Marie, LESCOUARCH Laurent (2014) Le maître E en Rased : enjeux, pratiques, perspectives, Présentation du dossier, *La nouvelle revue de l'adaptation et de la scolarisation*, n°66, Suresnes, INSHEA, 5-12.

VANNIER Marie-Paule (2002) *Dimensions sensibles des situations de tutelle et travail de l'enseignant de mathématiques. Étude de cas dans trois institutions scolaires en CLIPA, 4e technologique agricole et CM2*, Thèse de doctorat, Université Paris 5.

VERGNAUD Gérard (1981) *L'enfant, la mathématique et la réalité*, Berne, Peter Lang.

VERGNAUD Gérard (1986) Psychologie du développement cognitif et didactique des mathématiques, *Grand N*, n°38, Grenoble, IREM de Grenoble, 21-40.

VERGNAUD Gérard (1990) La théorie des champs conceptuels. *Recherches en didactique des mathématiques*, n°10(2-3), Grenoble, La pensée sauvage, 133-170.

VIVILLE Florence, DEPECKER Anne (2014) Gestion des hors-jeux : analyse des discours et des pratiques effectives de deux enseignantes spécialisées option E, *La nouvelle revue de l'adaptation et de la scolarisation*, n°66, Suresnes, INSHEA, 73-91.