Philosophie de la neuropsychologie du nombre

Hourya Benis Sinaceur

► To cite this version:

Hourya Benis Sinaceur. Philosophie de la neuropsychologie du nombre. *Intellectica - La revue de l'Association pour la Recherche sur les sciences de la Cognition (ARCo)*, 2014, 62, pp.103-144. halshs-01122609

HAL Id: halshs-01122609

<https://shs.hal.science/halshs-01122609>

Submitted on 4 Mar 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Philosophie de la neuropsychologie du nombre

Hourya BENIS SINACEUR*

RÉSUMÉ. Comment le cerveau et l'esprit appréhendent-ils la dimension quantitative et numérique des événements et des phénomènes du monde ?

Les neurosciences cognitives produisent une myriade de résultats expérimentaux qui éclairent d'un nouveau jour les processus numériques, supposés primitifs, du cerveau et de l'esprit.

Cependant, les hypothèses et les modalités de réalisation des expériences, donc les résultats, sont conditionnés par les modèles mathématiques et informatiques servant à rassembler et expliquer les données et ne sont pas immunisées contre les parti-pris philosophiques culturellement constitués et spontanément ou délibérément assumés.

Le but de cet article est de mettre en évidence les infrastructures techniques et idéologiques de la recherche de *fondements effectifs*, neuraux ou cognitifs, matériels ou symboliques, pour nos capacités arithmétiques élémentaires

Mots-clés : nombre, cognition arithmétique, perception, catégorisation, continu, discret, image mentale, index, symbole, schéma, schème, intuition, concept, objet.

ABSTRACT. Neuropsychology of numbers: philosophical remarks. How do we extract numbers from our perceiving the surrounding world?

Neurosciences and cognitive sciences provide us with a myriad of empirical findings that shed light on hypothesized primitive numerical processes in the brain and in the mind.

Yet, the hypotheses based on which the experiments are conducted, hence the results, depend strongly on sophisticated mathematical models. These sophisticated models are used to describe and explain neural data or cognitive representations that supposedly are the roots of *primary* arithmetical activity. Moreover philosophical *previews* are involved in the generalizations presented as extrapolations from experimental data.

My aim is at bringing to light the technical and conceptual infrastructures of the presumed neural or cognitive, material or symbolic, *actual foundations* for our elementary arithmetical abilities.

Keywords: number, arithmetical cognition, perception, categorization, continuum, discrete, mental image, index, symbol, schema, scheme, intuition, concept, object.

Depuis plusieurs décennies, nos aptitudes numériques font l'objet d'une multitude impressionnante de recherches expérimentales de divers types. Cet engagement expérimental correspond au fait que la question posée n'est pas « qu'est-ce qu'un nombre ? » mais « comment le cerveau et l'esprit appréhendent-ils la dimension quantitative et numérique des événements et des

* Directrice de recherche émérite Institut d'Histoire et Philosophie des Sciences et des Techniques (IHPST), Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne-CNRS-ENS Ulm. sinaceur[at]canoe.ens.fr

phénomènes du monde ? ». Les réponses au comment n'excluent cependant pas de renouveler les conceptions sur « la nature » ou « l'origine » des nombres.

On peut distinguer deux types d'expérimentation selon qu'elles sont focalisées sur l'observation du fonctionnement du *cerveau* ou sur l'observation du fonctionnement de *l'esprit* : d'un côté exploration neurobiologique ou neurophysiologique avec, en particulier, interprétation d'images du cerveau fournies par les appareils à résonance magnétique nucléaire, de l'autre identification de processus mentaux par l'étude expérimentale du comportement observable de sujets animaux ou humains exposés à des protocoles impliquant des quantités ou des nombres. Le premier type de méthode établit des cartes géographiques du cerveau représentant les zones activées lors de l'exécution de certaines tâches, le deuxième rejette la réduction behavioriste de l'activité psychique au comportement et imagine des protocoles fondés sur l'habituation et la réaction à la nouveauté ou à la violation de lois physiques pour identifier, par le biais de dispositifs visuels, auditifs ou tactiles, les images ou opérations mentales sous-tendant les comportements répondant aux tâches proposées. Le plus souvent des méthodes des deux types sont combinées entre elles et avec d'autres¹, comme l'étude neuropsychologique des déficits de compétence en liaison avec des lésions du cerveau et l'établissement de modèles computationnels des fonctions cognitives², en vue d'obtenir une explication simultanément neurophysique et psycho-physiologique des processus mentaux engagés dans nos réactions à des stimuli incitant à discerner, comparer, ajouter ou soustraire des quantités. Beaucoup d'hypothèses validées par une méthode le sont par d'autres, et celles qui ne le sont pas fournissent tant aux neurobiologistes qu'aux spécialistes de psychologie cognitive expérimentale matière à des recherches interdisciplinaires articulées sur des hypothèses plus ramifiées et de mieux en mieux contextualisées. L'affinement des résultats est toujours en marche et semble ne pas devoir s'arrêter, tandis que leur mise en perspective socio-historique se fait de plus en plus insistante.

Je me propose dans cet article de regarder avec les yeux d'une philosophe une masse non négligeable de résultats consignés dans les publications d'experts en neurosciences et en sciences cognitives, en m'attardant sur leurs hypothèses, explicites ou non, et sur les conclusions parfois restreintes ou prudentes mais souvent irrésistiblement proposées comme éléments générateurs de conceptions théoriques générales de la cognition. Je me limite aux travaux et publications portant sur notre manière d'appréhender ou de

construire la dimension quantitative et numérique des événements et phénomènes du monde.

Je montre que les recherches expérimentales sur la cognition mathématique, en utilisant – avec un certain bon droit – des modèles de recueil et d'explication des données fournis par les mathématiques modernes ou contemporaines, incorporent inévitablement un parti-pris sur la nature de l'objet mathématique et sur le fondement de nos capacités arithmétiques.

Je montre que le recours pré- ou post-expérimental à des fragments de doctrines philosophiques en vue de donner une dimension théorique aux constructions de faits d'expérience passe souvent par une distorsion involontaire de ces doctrines sous prétexte de leur adaptation délibérée aux données des sciences d'aujourd'hui.

Je constate que bien des expérimentateurs tiennent à la perspective fondationnelle, poursuivant la chimère de la base ou origine première, lors même que se sont dessinées depuis la fin du XIX^e siècle des philosophies qui dénoncent l'illusion du fondement et du commencement originel (Wittgenstein, Cavailles), des philosophies dialectiques et immanentistes plutôt que réductionnistes qui intègrent les conditions historiques et contextuelles de la connaissance comme paramètre dans l'analyse structurale des connaissances (héritage croisé de Spinoza, Hegel, Marx et Nietzsche où prévaut le devenir sur l'être et le processus sur l'état, chez des auteurs aussi différents que Whitehead, Prigogine, Deleuze ou Foucault) et que se multiplient aujourd'hui les travaux scientifiques (physiques, biologiques, psychologiques, etc.) attentifs aux processus et à leurs dynamiques plutôt qu'à leur origine unilinéaire ou à leurs causes indépendantes³.

I – LE NATIVISME

Je commence par rappeler brièvement le cadre général plus ou moins généralement accepté par nombre d'experts contemporains en sciences cognitives. Il s'agit d'un rappel, non d'une valorisation personnelle de ce cadre, et bien entendu les dérives réductionnistes qui en résultent au nom d'un matérialisme déterministe sans faille sont fortement sujettes à caution⁴.

L'expérimentation a révélé que les très jeunes enfants et certains animaux ont une aptitude numérique spontanée, c'est-à-dire non apprise, qui se manifeste de manière à la fois beaucoup plus précoce et plus flexible que les travaux de Piaget ne l'avaient laissé supposer⁵. Neurobiologistes et psychologues s'accordent généralement à penser que les aptitudes numériques

¹ À titre d'exemple : (Roitman, Brannon & Platt, 2012).

² Ces modèles consistent en algorithmes génériques permettant de comprendre les relations complexes entre la *structure* et les *fonctions* du cerveau. Ils s'appuient sur une théorie fonctionnaliste qui compare l'esprit à un système de traitement de l'information et la pensée à l'application d'un système de règles, parmi lesquelles la compositionnalité et l'inférence. Le paradigme de l'ordinateur et l'idée même d'information peuvent être mises en question. En particulier, le connexionnisme a émergé comme alternative aux modèles computationnels : il postule que les phénomènes mentaux peuvent être décrits à l'aide de réseaux d'unités simples interconnectées, une propriété émergente pouvant dynamiquement apparaître à certains degrés de complexité.

³ Je renvoie à l'ensemble des articles du numéro 16 de *Intellectica*, intitulé *Biologie et Cognition*, 1993, et notamment à celui de B.C. Goodwin, qui défend l'idée que l'esprit et le cerveau sont deux faces de processus dynamiques en relation circulaire et à celui de J. Stewart qui dénonce le caractère idéologique du nativisme en lui préférant une perspective constructiviste, qui me paraît, en effet, plus pertinente.

⁴ Voir l'analyse de (Stewart, 1993).

⁵ Jean Piaget présente le développement de l'enfant comme une accumulation linéaire commençant au stade sensorimoteur (de 0 à 2 ans) et parcourant un stade préopératoire (de 2 à 6 ans), puis opératoire avec des opérations concrètes (de 6 à 10 ans) pour arriver au stade des opérations abstraites (de 10 à 16 ans). Le nombre se construit par une synthèse logico-mathématique d'opérations telles que la classification, la sériation, la conservation mémorielle de quantités discrètes.

sont « précâblées » à la naissance et ils promeuvent ainsi, de manière plus ou moins forte ou nuancée, une perspective innéiste ou nativiste, opposée à l'empirisme « classique » d'un John Locke pour qui notre cerveau est, à la naissance, une *tabula rasa* et développe ses facultés par interactions avec l'environnement en établissant progressivement des associations et corrélations entre phénomènes perçus.

Le nativisme est certainement un nouvel empirisme dans la mesure où il soutient une conception physicaliste ou mentaliste des processus de connaissance tout en tenant compte du développement des équipements innés par expériences et apprentissage. Il s'agit de monter des protocoles d'expériences relativement contrôlables et reproductibles qui permettent de vérifier ou d'inférer une corrélation entre un phénomène cérébral ou un comportement et un acte de compréhension par un sujet animal ou humain, enfant ou adulte. Mais le nativisme est aussi un nouveau rationalisme en tant qu'il défend l'hypothèse de structures cognitives universelles incarnées dans l'architecture cérébrale, plus l'hypothèse de mécanismes perceptuels et conceptuels innés, et par conséquent l'existence dès les premiers jours de vie de représentations structurées ayant un contenu relativement abstrait, comme c'est le cas pour les contenus numériques. On peut certainement parler ici de *rationalisme naturalisé*.

Par son idée de grammaire mentale universelle dont on peut décrire formellement les règles phylogénétiquement héritées, Noam Chomsky en fut un inspirateur si influent qu'il est tenu pour responsable de la révolution en sciences cognitives contre l'associationnisme de Locke et de Hume, le behaviourisme de Pavlov et le constructivisme de Piaget. Chomsky a fourni à la psychologie cognitive son fondement : l'idée qu'une investigation scientifique permet de comprendre comment l'esprit se représente le monde et quelles règles il suit pour manipuler ses représentations. Ces règles sont innées, ne pouvant être dérivées de l'information, trop pauvre, fournie par un stimulus sensoriel, et néanmoins formelles ou syntaxiques, c'est-à-dire indépendantes de et préalables à toute signification.

Jerry Fodor a fortement relayé les thèses de Chomsky. Il a soutenu un nativisme radical qu'il oppose au behaviourisme et à la sélection darwinienne. Pour lui les structures du langage mental (le *mentaleis*) sont innées comme l'est la syntaxe de la grammaire universelle. L'hypothèse du mentaleis se place dans une perspective physicaliste : les représentations mentales sont identifiables à des états neuraux et fonctionnent selon une syntaxe similaire à celle d'une grammaire générative. Cette thèse, notamment défendue par Zenon Pylyshyn, est généralement rejetée par les psychologues du développement, qui ont une position plus nuancée, acceptent la sélection naturelle et limitent l'inné aux dispositions qui formeraient le point de départ du développement. Ils admettent en effet l'existence d'un « noyau cognitif » (*core cognition*), expression proposée par Elizabeth Spelke dès les années 1980 pour désigner un ensemble de prédispositions cognitives neuralement incarnées et psychologiquement vérifiées qui constituerait le point de départ du développement de

la compétence numérique.⁶ Les tenants de la « *theory theory* » supposent même que les enfants naissent avec des théories initiales qu'ils testent et révisent avec les mêmes mécanismes cognitifs et les mêmes raisonnements que ceux des scientifiques, usant en particulier de l'explication causale.⁷ Cependant des auteurs comme George Lakoff ou Rafael Núñez contestent le nativisme, soulignent le rôle de la répétition de l'expérience et de la culture, et proposent une analyse top-down des capacités cognitives en prêtant une fonction centrale aux métaphores conceptuelles.⁸ D'autres comme Roger Lécuyer font observer que l'expérience et l'interaction avec l'environnement commence dès le stade fœtal.⁹ À quoi les nativistes répondent qu'ils pensent en termes d'un *dialogue* entre nativisme et empirisme psychosociologique.¹⁰

Je n'ai pas l'intention d'entrer dans le débat sur l'inné et l'acquis. Et cela d'autant moins à présent que John Stewart m'a signifié combien ce débat est constamment mal engagé : sont rarement précisées les conditions de validité d'une *tripartition* entre variations génétiques, variations environnementales, et interactions statistiques entre facteurs génétiques et facteurs environnementaux, cette tripartition n'ayant de pertinence que dans le cas où un caractère est variable dans une population donnée. De plus, on gagne certainement à laisser tomber l'opposition rigide entre inné et acquis, et peut-être aussi ces concepts eux-mêmes, même une fois rendus flexibles.¹¹

Cependant, penser selon des couples de concepts antagonistes paraît irrésistible. La dialectique du même et de l'autre est aussi ancienne que la philosophie de Platon. Et des anthropologues comme Claude Lévi-Strauss ou Françoise Héritier ont montré la généralité de la pensée par relations binaires d'opposés, comme le cru et le cuit, le chaud et le froid, le sec et l'humide, le dur et le mou, le haut et le bas, le dedans et le dehors, l'actif et le passif, le

⁶ (Spelke, 1983, p. 29) : « [...] adults have a core conception of objects, and it is the very conception with which infants are born. Development brings us new conceptions, some of them quite general, but these new conceptions do not displace the core cognition. New conceptions of objects grow on the periphery of a set of notions that are innate, that are present throughout life, and that do not change ».

⁷ Par théorie il faut entendre un ensemble de représentations abstraites, complexes et hautement structurées. Voir (Gopnik, 2003).

⁸ *Where Mathematics Comes From: How the Embodied Mind Brings Mathematics into Being*. New York. Basic Books, 2000. Une « métaphore conceptuelle » est un outil de transfert de relations du domaine des objets ou actions physiques au domaine arithmétique, permettant ainsi de construire des concepts et des relations abstraites. Du groupe d'objets physiques on passe à l'addition et à la multiplication des nombres entiers. On peut même voir la commutativité de la multiplication 2x3 sur le rectangle de largeur 2 et de longueur 3 en faisant faire au rectangle un quart de tour : cela ne nécessite ni le comptage ni même le savoir que le résultat est égal à 6.

⁹ On trouvera un examen récent du débat entre nativisme et constructivisme signé par (Lécuyer & Durand, 2012).

¹⁰ Voir par exemple, (Spelke, 1998). De son côté Fei Xu envisage une approche « constructiviste rationnelle » dans l'étude du développement, *Rational Constructivism, Statistical Inference, and Core Cognition*, in (Carey 2011, p. 151).

¹¹ (Stewart, 1993) critique l'usage du couple de concepts d'inné et d'acquis et fait très justement remarquer que l'information nécessaire à la réalisation d'un processus biologique, et *a fortiori* psychologique, ne lui préexiste pas mais est dynamiquement constituée par le processus lui-même de manière contingente et opportuniste (p. 11 et sq.).

masculin et le féminin, sans parler du couple nature/culture.¹² Qu'il puisse s'agir de constructions sociales conventionnelles plus ou moins récentes ou d'oppositions abstraites ne reflétant aucune discontinuité réelle n'empêche pas leur effet de structuration de notre appréhension actuelle et située du monde. Mais la dualité des catégories de pensée n'a pas à se muer en dualismes philosophiques posant plus de problèmes qu'ils n'en résolvent en concevant des pôles de réalité séparés, irréductibles et hiérarchisés.

Revenons à l'expérimentation neurobiologique et psychologique. Outre un partage entre inné et acquis, les tests conduits par neurophysiologistes et psychologues du développement et impliquant des quantités ou des ensembles d'objets supposent ou induisent des options relatives aux rapports entre évaluation de la quantité et comptage, entre continu et discret, entre aspect ordinal et aspect cardinal du nombre, entre perception sensorielle et concept, entre perception qualitative et perception quantitative, entre intuition et inférence, entre image et pensée, entre pensée et langage. La détermination de ces rapports dans le sens d'une antériorité ontologique ou cognitive de l'un ou l'autre terme de ces couples, par exemple du continu sur le discret, de la qualité sur la quantité et de la quantité sur le comptage, dépend non seulement de l'âge des sujets testés, des types de questions posées, des techniques d'investigation privilégiées et de leurs mises en œuvre variées, mais aussi des modèles mathématiques de représentation des données et des options philosophiques déclarées ou tacites qui encadrent l'interprétation des réponses. Outre le fait troublant qu'il n'est pas rare que certains résultats d'expériences en contredisent d'autres, beaucoup de résultats empiriquement incontestés se prêtent à des interprétations différentes, ce qui jette un doute sur la *signification théorique* des faits d'expérience. De fait, le caractère *spéculatif* des hypothèses avancées pour expliquer les résultats expérimentaux est souvent reconnu par leurs auteurs mêmes¹³.

Il n'en reste pas moins que certains expérimentateurs utilisent plus ou moins explicitement un quadrillage de leurs résultats en les distribuant par rapport à un ou plusieurs de ces couples de concepts, en opposant par exemple une perception sensorielle, qualitative, continue et imagée à une approche discrète, numérique, et conceptuelle ou langagière (Stanislas Dehaene). D'autres ne mettent pas en avant un tel quadrillage ou en déplacent les démarcations, en particulier lorsqu'ils ciblent les processus *génériques* de catégorisation, dont la catégorisation quantitative et numérique n'est qu'une espèce, certes fondamentale (Zenon Pylyshyn, Susan Carey).

¹² Généralité ne veut évidemment pas dire universalité fondamentale et incontournable. Selon Philippe Descola la distinction entre nature et culture est une acquisition occidentale récente (*Par-delà nature et culture*, Gallimard, 2005).

¹³ Par exemple (Spelke, 1998, p. 190-191) : « *Like any other branch of science, the study of cognitive development is not an exercise in logic resulting in irrefutable conclusions: Hypotheses can be rejected or supported by evidence but can never be proven correct. Because there are an infinite number of alternative interpretations of any finding in any area of science, empirical progress requires that scientists select and evaluate interpretations in accord with evidence, not in accord with a priori preferences for some interpretations over others* ». Certes, mais la constitution même des pièces à conviction obéit nécessairement quoique relativement à des idées directrices.

II – LE SENS DU NOMBRE

II.1 - Biologie et cognition

Les investigations neurobiologiques ont mis en évidence l'existence d'une saisie *directe* et *immédiate* de la quantité, sans effort conscient et indépendamment du langage et du raisonnement. Les expériences sur des animaux (par exemple les rats de Mechner, 1958 ou de Platt & Johnson, 1971 ; les singes de Nieder & Miller, 2003, 2004) et avec des peuples ne disposant pas de mots pour des nombres supérieurs à 5 (les Mundurukús d'Amazonie étudiés par Pica *et al.*, 2004, Pica, Dehaene *et al.*, 2013 et les Pirahãs étudiés par Peter Gordon, 2004) confirment les données recueillies avec de jeunes nourrissons¹⁴ en faveur de l'hypothèse d'une saisie directe et indépendante du langage. Ce que les nourrissons et certains animaux saisissent directement c'est la *numérosité* d'un groupe d'objets, par contraste avec le *nombre* de ces objets, lequel résulte d'un dénombrement ou d'un comptage précis. Aucun comptage n'est en effet impliqué dans l'appréciation rapide de la taille d'un grand nombre d'objets, ni même dans la saisie directe du nombre exact d'objets lorsque ce nombre est inférieur à quatre. Le nombre est culturel tandis que la numérosité serait une donnée naturelle ou primitive.

De nombreux auteurs en effet voient en la numérosité le précurseur du nombre, et en attribuent la saisie à un sixième sens, comparable aux sens de la vue, du toucher, de l'ouïe, de l'odorat et du goût : le sens du nombre. Il s'agit, écrit Stanislas Dehaene, d'un « véritable sixième sens, qui permet de percevoir le nombre au même titre que la couleur, la forme ou la position des objets, et offre à l'animal comme à l'homme un instinct du nombre, une intuition directe des quantités numériques ».¹⁵ Le sens du nombre détecte la numérosité avant tout processus de comptage. L'expression 'le sens du nombre', empruntée à Tobias Dantzig¹⁶ et popularisée par Stanislas Dehaene, surtout par le titre de son livre en anglais *The Number Sense. How the Mind Creates Mathematics*¹⁷, a fait florès. Elle n'est pourtant pas à prendre à la lettre. En 2001 Dehaene publie un *Précis of The Number Sense*¹⁸ où il la présente comme une métaphore¹⁹ signifiant une appréhension rapide et immédiate de la quantité et une discrimination globale et approximative entre quantités différentes. La métaphore est largement usitée par neurobiologistes et psychologues du

¹⁴ (Xu & Spelke, 2000).

¹⁵ (Dehaene, 2010, p. 9).

¹⁶ *Number: The Language of Science*, Macmillan Company, 1954.

¹⁷ Oxford University Press, 1997. Comme *La bosse des maths* la deuxième édition de *The number Sense. How the Mind Creates Mathematics*, publiée en 2011, comporte un nouveau et dernier chapitre qui tient compte des recherches postérieures à 1997 et remanie, parfois de manière importante, les conclusions défendues dans la première édition.

¹⁸ (Dehaene, 2001). Voir également les six cours donnés au Collège de France en 2008 :

<https://itunes.apple.com/fr/itunes-u/psychologie-cognitive-experimentale/id429645959?mt=10>.

(<http://citeserx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.4.1207&rcp=rep1&type=pdf>) et le résumé substantiel publié dans l'Annuaire du Collège de France n° 108, 2007-2008, Psychologie cognitive expérimentale, p. 277-301. URL : <http://annuaire-cdf.revues.org/114>.

¹⁹ « *Number sense is a short-hand for our ability to quickly understand, approximate, and manipulate numerical quantities.* »

développement pour désigner l'accès *perceptif* primaire à la numérosité. L'hypothèse propre à Dehaene consiste à avancer que les circuits cérébraux activés par une perception ou une manipulation élémentaire de la quantité (comparaison, addition et soustraction élémentaires) sont spécifiques et que cette spécialisation neuronale est le produit de l'évolution biologique selon les principes de la sélection darwinienne.²⁰

« Les mêmes pressions sélectives qui ont façonné le délicat mécanisme de l'œil, le profil de l'aile du colibri, ou la minuscule robotique de la fourmi, se sont également appliqués au cerveau. Au fil des ans et des espèces des organes mentaux toujours plus spécialisés s'y sont épanouis afin de mieux exploiter l'afflux d'informations sensorielles qui lui parvenaient, et donc d'adapter l'organisme à un environnement compétitif voire hostile. »²¹

Pour Dehaene l'aptitude numérique est biologiquement déterminée, ce que pensent également de nombreux scientifiques qui ne partagent pas intégralement tous les traits par lesquels Dehaene décrit cette aptitude tenue pour innée. En particulier il n'est pas universellement admis que l'ontogénèse reflète la phylogénèse, c'est-à-dire que le développement individuel reproduit l'évolution des espèces. Même si le pré-câblage ne fait pas de doute, on peut défendre l'idée que nos aptitudes numériques ne sont pas de simples *données* de l'évolution : la psychologie du développement met en évidence les chemins qui du pré-câblage mènent à la connaissance arithmétique et relativise ainsi, sans le nier, le caractère inné de l'aptitude numérique observable dès les premières heures de vie. Certains plaident pour la recherche de fondements proprement *cognitifs* distincts des fondements *cérébraux*,²² de l'arithmétique et invitent à une perspective constructive plus générale, le sens du nombre n'y étant présenté ni comme l'unique ni comme le tout premier outil de la compréhension et de la construction des nombres entiers (S. Carey). D'autres pensent que les mécanismes de représentation numérique ne sont pas génétiquement déterminés mais historiquement et culturellement formatés et se concrétisent dans la variation phénotypique du cerveau humain (R. Núñez²³).

²⁰ Ce n'est pas le lieu ici de procéder à un examen spécifique des présupposés du néodarwinisme conquérant du XX^e siècle et de tracer les limites du rôle des gènes et de l'intervention de la sélection naturelle. Brièvement, (Goodwin, 1993, p. 7-8) souligne que c'est l'organisme, non la sélection naturelle, qui est « un agent actif avec ses propres principes d'organisation, interposé entre les gènes et l'environnement ». Pour Goodwin « une description de l'évolution plus pertinente que celle fournie par la sélection naturelle (conception dérivée de la sélection des animaux pour l'élevage) découle du concept de stabilité dynamique ». Plus pertinente et plus fine en effet.

²¹ Annuaire du Collège de France, 2007-2008, p. III : voir aussi (Dehaene, 2010, p. 276-277) : « les nombres sont des constructions mentales dont les racines plongent, en dernière analyse, dans l'adaptation du cerveau humain aux régularités de l'univers ».

²² Pour S. Dehaene l'hypothèse du « *core cognition* » est fondée sur l'architecture cérébrale héritée de l'évolution adaptative et sélective : « the ultimate foundations of mathematics rests on core representations that have been internalized in our brains through evolution » (Dehaene, 2001).

²³ (Núñez, 2011) : « The currently known behavioral and neuroimaging data, almost exclusively gathered with educated participants from the industrialized world, actually reveal how the neural phenotype realizes the culturally created number line, rather than give support to the idea that all Homo Sapiens individuals map numbers to space in a number line manner ».

Je vais m'intéresser essentiellement ici aux discussions sur les rapports entre aptitudes proprement numériques et aptitudes conceptuelles plus générales en vue de discerner ce qui relève spécifiquement du nombre au sein des processus de catégorisation. Je m'appuie sur un ensemble largement non exhaustif de publications de spécialistes et je me sers principalement de trois livres, qui me semblent paradigmatiques dans leurs perspectives respectives en ce que 1) ils rassemblent de très nombreuses données recueillies par différents chercheurs de différents laboratoires dans des expériences diverses par leurs techniques, leurs protocoles, leurs objectifs particuliers et 2) ils présentent ces données dans le cadre de thèmes ou visions philosophiques explicitement précisées. Il s'agit des livres de Pylyshyn (2002, *Seeing and Visualizing*²⁴), de celui Dehaene (2010 ou 2011) et de celui de Susan Carey (2009, *The Origin of Concepts*).

II.2 - Les cartes du cerveau

Commençons par rapporter les résultats de l'imagerie fonctionnelle par résonnance magnétique nucléaire, qui fournissent des données neurophysiques matériellement présentées : les images *montrent* l'activation de circuits de neurones lors de tests des aptitudes numériques. Interpréter ce que l'on voit peut certes ne pas conduire à des conclusions totalement concordantes, mais un consensus s'établit plus facilement sur la topographie cérébrale que sur la signification des données psychologiques. Que montrent donc les images du cerveau ?

Selon Dehaene et les neurobiologistes le sens du nombre est matériellement traduit par l'organisation topographique d'une région spécifique du cortex du lobe pariétal des deux hémisphères. Cette organisation est décrite par un ensemble de données qui sont essentiellement les suivantes :

- 1) la région bilatérale des flancs du sillon intrapariétal est spécifiquement activée quand il s'agit de comparer des petites quantités comme 1 et 2 ou 2 et 3 ou d'estimer approximativement une quantité plus grande que 4. Cette région occupe une position bien précise au sein d'une mosaïque de régions sensori-motrices impliquées dans les mouvements des yeux, de la main ou du doigt (Simon, Mangin, Cohen, Le Bihan, & Dehaene, 2002).
- 2) Les expériences sur des singes ont montré qu'il existe des populations de neurones préférentiellement dédiées : certaines populations sont activées par la présentation d'un objet unique, d'autres par la présentation de deux objets, d'autres par la présentation de trois objets, quatre objets, cinq objets (Nieder, 2005), et ainsi de suite jusqu'à 20 ou 30 objets (Nieder & Merten, 2007). Plus exactement chaque population de neurones répond à un pourcentage de nombres autour de sa valeur favorite, obéissant ainsi à une courbe en cloche caractéristique de l'estimation approximative. La taille, la couleur, la disposition spatiale des objets n'entraînent pas de changement de ces « neurones des

²⁴ <http://rucss.rutgers.edu/faculty/pylyshyn/bookall.pdf> 2002.

nombres», qui sont localisés dans – ou à proximité immédiate de – l'aire ventrale intrapariétale (VIP), dans les profondeurs du sillon intrapariétal.

- 3) Un autre type de code neural de la numérosité existerait chez les singes dans une région pariétale plus latérale et postérieure, l'aire LIP (Roitman, Brannon & Platt, 2007). Les neurones de l'aire LIP ne sont pas accordés à un nombre préféré, mais leur taux de décharge varie en fonction monotone, croissant ou décroissant avec le logarithme de la numérosité de l'ensemble présenté et obéissant ainsi à la loi de Weber-Fechner.²⁵ Il semble que l'extraction initiale de l'information se fait en deux étapes, dans l'aire LIP, puis dans l'aire VIP, tandis que sa mémorisation impliquerait préférentiellement le cortex préfrontal dorsolatéral.
- 4) L'activation de la région pariétale inférieure n'est pas affectée par le mode de présentation de la quantité, par exemple sous forme de nuages de points ou sous forme de symboles arithmétiques.
- 5) Dès les premiers mois de vie des êtres humains il existe deux voies distinctes pour le traitement de la forme et du nombre : cortex visuel central d'un côté, cortex pariétal de l'autre (Izard, Dehaene-Lambertz & Dehaene, 2008). Ce résultat affine celui rapporté en 1).
- 6) La saisie de la quantité est abstraite en ce sens précis qu'elle met en relation des informations provenant de différents organes sensoriels : des bébés de deux jours accordent le nombre de sons entendus au nombre de points vus sur une image²⁶ ; mais cela ne veut pas dire que le nombre est, à ce stade, dissocié de son support sonore ou visuel²⁷ ; à ce stade il n'est donc pas « abstrait » au sens usuel de ce terme hérité d'Aristote²⁸.
- 7) La durée et l'intensité d'activation de la région pariétale inférieure sont dépendantes de l'effet distance (on distingue plus facilement entre 80 et 100 qu'entre 80 et 82).
- 8) Les circuits activés par la comparaison et l'estimation approximative sont différents de ceux activés par un calcul exact ; seuls ces derniers impliquent des régions spécifiques du langage. Certaines lésions en effet entraînent la perte de capacité de lire des noms de nombres sans que la capacité de comparaison et d'estimation approximative des quantités soit affectée.

²⁵ Celle-ci pose que la sensation varie comme le logarithme du stimulus. La plus petite différence perçue entre deux stimulations est proportionnelle à l'intensité du stimulus multiplié par une constante k dite fraction de Weber.

²⁶ (Starkey, Spelke & Gelman, 1990 ; Izard, Sann, Spelke, & Streri, 2009).

²⁷ (Feigenson & Spelke, 1998 ; Lécuyer, 2002).

²⁸ Selon Aristote (*Analytiques Seconds* I 18 ; *Traité de l'âme* III 6-8 ; *Métaphysique* XI 2-3, 7. XIII 1-3 ; *Physique* II, 2), l'abstrait c'est le séparé par soustraction (*αφαίρεσις*) d'aspects considérés comme accidentels ou changeants. Cette opération de soustraction est selon Aristote le mode de formation logique des concepts, grâce auxquels on passe du particulier au général.

- 9) Associer une quantité à un symbole, par exemple deux points au chiffre 2, exige au début le recrutement des neurones du cortex préfrontal, le « cortex de l'association » (Diester & Nieder, 2007), qui a une fonction intégratrice, en particulier des neurones de la région temporale inférieure qui reconnaît les formes visuelles et de ceux de la région pariétale qui code les quantités. Le cortex préfrontal est aussi la région qui permet de conserver l'information en mémoire. Une fois l'association établie l'activation se déplace vers les régions pariétales et occipito-temporales. Chez l'adulte éduqué c'est bien la région intra-pariétale, et plus précisément le segment horizontal du sillon intra-pariétal (hIPS), qui est le lieu de rencontre des quantités et des symboles. Ce résultat précise celui rapporté en 4).
- 10) De récentes expériences montrent que la spécialisation numérique du lobe pariétal droit est antérieure à l'acquisition du langage.²⁹ Au cours de l'éducation c'est surtout la région pariétale gauche qui est modifiée, tant dans son activité de base que dans la taille de son effet de distance, ce qui suggère un affinement de la précision du codage des quantités au sein de l'hémisphère gauche (Ansari & Dhital, 2006). L'apprentissage engage en effet les aires du langage et de la mémoire, tandis que les neurones pariétaux des quantités concrètement présentées sont recyclés en neurones de symboles numériques.³⁰ Il apparaît donc que la région pariétale gauche abrite un code des quantités et les connexions directes pour y accéder à partir des aires linguistique et symbolique de l'hémisphère gauche. L'imagerie par résonance magnétique fonctionnelle montre qu'un ensemble concret d'objets active une assez vaste région de neurones pariétaux, tandis qu'un nombre présenté par le biais d'un chiffre arabe induit une activation plus focalisée sur un sous-groupe de neurones plus sélectifs.

En bref, d'un côté le segment horizontal du sillon intrapariétal (hIPS) est *spécifiquement* dédié à une appréhension de la quantité dans une dimension abstraite au sens où elle est amodale, c'est-à-dire indépendante du mode de présentation de la quantité : visuel (nuage de points, ou chiffres arabes ou noms de nombres 'un', 'deux', etc.) ou auditif (suite de sons) et indépendante des paramètres de taille, de forme, de couleur des éléments présentés. À la différence donc des organes des sens, spécialisés chacun dans une modalité sensorielle, le sens du nombre traite des informations livrées par différents organes sensoriels. Il faut souligner que hIPS n'intervient pas dans la comparaison ou la classification de types d'objets autres que les quantités, par exemple lorsqu'il s'agit de dire si un animal est un mammifère ou non, ou lequel de deux animaux présentés en image est le plus féroce.³¹ La question se pose néanmoins de savoir si la numérosité engage une aptitude de catégorisation *spécifiquement* formatée pour elle.

²⁹ Par exemple (Hyde, Boas, Blair & Carey, 2010).

³⁰ (Anderson, 2010).

³¹ (Dehaene, 2010, p. 286 ; Dehaene, 2011, p. 243).

D'un autre côté aucune partie de l'HPS n'est dédiée *exclusivement* à la quantité ou aux opérations arithmétiques élémentaires.³² Il n'y a pas de « module numérique » au sens de Butterworth (1999). Il apparaît même que la grandeur, qu'elle soit numérique, spatiale, temporelle, lumineuse, active des régions qui se recouvrent tout au long du sillon intrapariétal. En particulier la position des objets dans l'espace et leur taille interfèrent avec l'estimation de la quantité et de la grandeur : nous utilisons des circuits qui aident nos mains et nos yeux à s'orienter dans l'espace ; les notions *concrètes* de taille, d'espace et de temps sont impliquées dans l'appréhension de la quantité en tant que quantité³³, c'est-à-dire de la quantité dans une dimension *abstraite*, où « abstraite » ne se réduit pas ici à « amodale ». Certains insistent sur l'enracinement sensoriel et neural de la saisie de la dimension abstraite des événements et des phénomènes qu'est leur grandeur ou leur quantité (Dehaene). D'autres en concluent à l'intrication originelle de la perception sensorielle et de la catégorisation pré-conceptuelle préverbale : percevoir n'est pas recevoir passivement mais saisir activement, percevoir n'est pas seulement être impressionné mais aussi d'emblée filtrer catégoriquement ces impressions (Spelke, Carey). D'autres encore font la différence entre structuration perceptive et conceptualisation (Pylyshyn). Plusieurs positions oscillent entre l'idée que la signification numérique est directement donnée dans la perception et l'idée que la perception comporte une construction de la signification. Du point de vue épistémologique, il faut d'emblée souligner que les corrélations établies entre les circuits neuraux et les fonctions sensorielles, ou entre les circuits neuraux et les comportements cognitifs sont et restent des corrélations, non des explications au sens propre. *Par elles-mêmes* les cartes du cerveau ne justifient pas le réductionnisme matérialiste et déterministe que l'on voudrait fonder sur elles.

On notera ici que la théorie constructiviste de Piaget, qui a servi de repoussoir à l'élaboration du nativisme, enseignait pourtant que la perception est déjà une activité de mise en relation. On observera aussi que, contrairement à ce qui se passe souvent avec certaines doctrines philosophiques réalistes qui prêtent aux nombres une existence extra-psychique, intuition d'un donné numérique (d'une numérosité) et construction du nombre ne sont pas opposées et apparaissent expérimentalement compatibles et complémentaires, donné et construit appartenant tous deux à la sphère neuro-psychique.³⁴ Enfin on remarquera le rôle capital des zones de la perception, de l'attention et de la

mémoire de travail dans l'appréhension et la manipulation des nombres : par exemple, ce sont ces zones qui sont principalement activées chez les calculateurs prodiges. Daniel Tammet témoigne en effet qu'il voit littéralement les décimales de π défiler devant ses yeux comme les images d'un film et que si on lui demande d'additionner ou de multiplier deux nombres il *voit* mentalement les nombres proposés et le résultat s'offre visuellement à son esprit sans qu'il ait eu besoin de le calculer analytiquement.³⁵

La géographie du cerveau n'a pas fini d'exciter la curiosité des neurobiologistes. La revue *Science* vient encore récemment de publier une étude³⁶ confirmant plusieurs données sur la topographie cérébrale qui justifient l'hypothèse d'un sens du nombre. Les auteurs pensent que la saisie de la numérosité est l'affaire de régions incluant le cortex préfrontal et le pariétal postérieur, mais que certains aspects de la saisie « reflètent » (*mirror*) les processus de la perception sensorielle et motrice à laquelle correspondent notoirement des cartes cérébrales. On peut en effet pour chaque sens dresser une carte cérébrale correspondant à la structure et au fonctionnement de l'organe sensoriel en question ; par exemple le cortex visuel est divisé en aires régissant respectivement la forme, la couleur, le mouvement, etc. L'organisation cérébrale topographique des circuits de neurones accordés aux numérosités est analogue ; par exemple une plus grande surface corticale est engagée dans la saisie des petites numérosités que dans celle des grandes numérosités et la surface est plus grande pour la numérosité préférée. La saisie de la numérosité *ressemble* à une perception sensorielle ; le sens du nombre est *comme* un sixième sens : l'expression est plus qu'une métaphore, elle désigne une capacité biologique à saisir une propriété abstraite d'une manière neurale analogue à la perception sensori-motrice. On en conclut à un enracinement neural concret d'une prédisposition biologique à l'abstrait ainsi que le soulignent les neurobiologistes.³⁷ Énoncée sous cette forme générale cette conclusion (que je tire de l'article en question) n'implique pas encore que cette prédisposition biologique à l'abstrait se traduit par l'image mentale d'une ligne continue orientée. Du reste, les auteurs de l'article notent que le chevauchement des représentations visuo-spatiales et quantitatives peut sans doute sous-tendre l'image de la ligne numérique mentale (LNM) si fortement défendue par Dehaene³⁸ ou Gallistel et Gelman³⁹, *bien que* les réponses visuo-

³² (Dehaene, 2010, p. 285 ; Dehaene, 2011, p. 243).

³³ (Hubbard, Piazza, Pinel & Dehaene, 2005) : « [...] numerical-spatial interactions run far deeper than simply cultural constructions, and, instead, influence behaviour at several levels. By combining two previously independent lines of research, neuroimaging studies of numerical cognition in humans, and physiological studies of spatial cognition in monkeys, we propose that these numerical-spatial interactions arise from common parietal circuits for attention to external space and internal representations of numbers. »

Une confirmation récente est apportée par (Spelke, Izard, Coubart, de Hevia & Streri, 2014) : « representations of space, time, and number are systematically interrelated at the start of postnatal life, before acquisition of language and cultural metaphors, and before extensive experience with the natural correlations between these dimensions. »

³⁴ Pour Dehaene, « l'intuition, loin d'être inaccessible à l'étude scientifique, possède une signature psychologique et neurale déchiffrable », Annuaire du Collège de France 2007-2008.

³⁵ Voir l'article "A Genius Explains", in *The Guardian*, 12 février 2005. Quand D. Tammet multiplie deux nombres, « il voit deux formes, puis l'image commence à changer et une troisième forme émerge. C'est la réponse. Il s'agit d'imagerie mentale. C'est comme faire des maths sans penser. » Plus exactement c'est penser visuellement (*visual thinking*). Cependant des réserves sont formulées à l'encontre de la similitude entre image mentale et vision, par exemple par Pylyshyn (2003, p. 115) : « cortical images occur in both vision and imagery, the difference being that the former is caused by light on the retina while the latter is caused by top-down projections from higher cognitive systems. »

³⁶ (Harvey, Klein, Petridou & Dumoulin, 2013)

³⁷ Une confirmation sera apportée plus bas dans l'article, quand j'analyserai les mécanismes de saisie catégoriale des objets.

³⁸ Cf. par exemple (Dehaene, 2001, p. 3) : « My hypothesis is that the number sense qualifies as a biologically determined category of knowledge. I propose that the foundations of arithmetic lie in our ability to mentally represent and manipulate numerosities on a mental "number line", an analogical representation of number; and that this representation has a long evolutionary history and a specific cerebral substrate. »

spatiales et les réponses quantitatives aux tests proposés de dénombrement sans comptage ne montrent pas de relation consistante entre les deux ensembles de réponses. Autrement dit, le modèle d'appréhension analogique de la numérosité proposé par Dehaene comme correspondant à un des systèmes fondamentaux de la cognition numérique – ANS pour analogical number system – n'est pas confirmé expérimentalement d'une façon absolue. Du reste, certains en contestent le caractère inné. R. Núñez par exemple fait observer que ce modèle résulte d'un acquis culturel relativement récent de la civilisation européenne. La coordination espace-nombre semble n'apparaître qu'au XVII^e siècle dans le *Treatise of Algebra* (1685) du mathématicien John Wallis. Ni les tablettes de Mésopotamie ni même *La Géométrie* (1637) de Descartes ne comportent de tracé de ligne numérique.⁴⁰ D'autres auteurs proposent des modèles d'explication alternatifs qui rendent compte différemment du rapport du nombre à l'objet (Pylyshyn) et à l'espace physique perçu (Spelke, Carey). J'y reviens plus bas. Mais d'abord dressons un bref répertoire des opérations mentales impliquées dans l'appréhension et la construction du nombre.

III – LES OPÉRATIONS MENTALES DU TRAITEMENT DE LA QUANTITÉ

Les opérations mentales sont les médiateurs entre l'environnement et le comportement. D'après la plupart des experts en sciences cognitives (Dehaene, Xu & Spelke, Wynn, Carey, etc.) on distingue quatre types d'opérations traitant de la quantité et correspondant à des circuits neuronaux dissociables.

- 1) L'appréhension subite et directe de la quantité, dite subitisation, concerne un nombre d'objets limité au mieux à 4, à 3 pour les nourrissons ou même 2 pour les tout nouveaux nés. Dehaene et Cohen ont montré que les patients simultanagnosiques peuvent encore subitiser mais pas compter, ni résoudre des calculs simples : incapables de dire par exemple si $2+2=5$, ils peuvent dire que $2+2$ n'est pas égal à 9.⁴¹ Une première hypothèse défendue par Dehaene consiste à penser que la subitisation a lieu sans effort d'attention sériellement porté sur chacun des objets tour à tour. Mais on a pu montrer que si la subitisation n'exige pas d'effort conscient, elle mobilise l'attention et la mémoire de travail. Si elle est bien un élément du noyau primitif de la cognition numérique, alors il faut modifier la caractérisation de ce noyau primitif en y incluant l'attention préverbale et la mémoire.⁴² Dehaene en convient.⁴³

⁴⁰ (Gallistel & Gelman, 2000) argumentent que notre machinerie cérébrale primitive travaille avec les nombres réels avant d'en venir aux nombres entiers et (Gallistel & Gelman, 2006) parlent de l'existence matériellement incarnée dans le cerveau d'un système de nombres réels.

⁴¹ « The number line as well as the mental representation that it entails emerge outside of natural selection proper requiring the mediation of high-order non-numerical cognitive mechanisms such as fictive motion, conceptual mappings (e.g. conceptual metaphor), and external representational media. » (Núñez, 2011, p. 652). L'article cité, note 33, de E. Spelke, V. Izard, A. Coubart, M.D. de Hevia & A. Streri répond en particulier à l'opinion partagée par George Lakoff et Rafael Núñez sur la construction culturelle des concepts mathématiques.

⁴² (Dehaene & Cohen, 1991).

⁴³ (Xu, F., 2003).

- 2) L'estimation approximative de la quantité concerne des quantités d'objets éventuellement beaucoup plus grandes : les nourrissons distinguent entre un objet et trois objets, mais aussi entre par exemple huit objets et seize objets. Quatre, ou peut-être déjà trois, est un seuil : les nourrissons de cinq à six mois ne distinguent pas entre un objet et quatre objets, ni entre deux objets et quatre objets ; les tout nouveaux nés ne distinguent pas entre deux objets et trois objets.⁴⁴ L'estimation des grandes numérosités obéit à la loi de Weber-Fechner : l'imprécision de l'estimation croît linéairement avec le nombre estimé, selon une constante de proportionnalité appelée coefficient de variation ou *fraction de Weber* ; c'est pourquoi par exemple les nourrissons de six mois, qui distinguent entre huit et seize points, ne distinguent pas entre huit points et douze points⁴⁵, ils en deviennent capables à dix mois, ce qui atteste un accroissement rapide de la précision dans l'estimation d'ensembles ayant plus de quatre objets.

La subitisation et l'estimation approximative étant disponibles dès les premiers jours de vie des humains, on a pu penser qu'elles impliquaient un seul et même mécanisme inné d'accès à la numérosité, tandis que le nombre proprement dit est ensuite établi par comptage et par calcul. C'est la position de Dehaene en 1997. Mais, à la suite de nouvelles recherches, dont certaines menées dans son laboratoire par Manuela Piazza en 2003 et par Susannah Revkin en 2008, Dehaene est conduit à distinguer entre subitisation, appréciation exacte mais restreinte à trois objets au plus, et estimation approximative d'objets dont le nombre dépasse trois ou quatre : seraient donc présents chez le jeune enfant deux systèmes distincts dont l'intégration se fait plus tard, entre trois et quatre ans. Reste à savoir s'ils sont spécifiques au même degré du sens du nombre. L'opinion de Dehaene et de certains autres spécialistes continue d'obéir à une priorité du continu sur le discret. Dehaene soutient en effet que « du système d'approximation vient notre intuition immédiate des nombres, tandis que le système des petits nombres, lui, apporte la possibilité de zoomer sur le comportement particulier des nombres 1, 2, et 3 et de comprendre leur arithmétique exacte ». Cela signifierait-il que nous n'avons pas d'intuition immédiate d'un ensemble discret de un, deux, ou trois objets et que l'intuition immédiate est une saisie

⁴⁴ (Feigenson, Dehaene, & Spelke, 2004) : « Two distinct core systems of numerical representations are present in human infants and in other animal species, and therefore do not emerge through individual learning or cultural transmission. These two systems are automatically deployed, are tuned only to specific types of information, and continue to function throughout the lifespan... The two systems [...] account for humans' basic 'number sense' ». Même constat par (Revkin, Piazza, Izard, Cohen & Dehaene, 2008, p. 607-614). Selon (Dehaene, 2010, p. 304-305 ; 2011, p. 259-260) : « Ce qui est singulier dans la subitisation c'est qu'elle fournit un chiffre discret... [tandis que] l'estimation approximative n'a rien pour supporter un système discret de nombres ».

⁴⁵ (Coubart, Izard, Spelke, Marie & Streri, 2014).

⁴⁶ (Xu & Spelke, 2000).

nécessairement qualitative et analogique de la quantité ? La question est toujours en débat et les opinions se partagent entre ceux qui pensent que le mécanisme d'appréciation approximative prédomine (Dehaene, Gallistel, Wynn) et qu'il est même possible de retrouver la loi de Weber dans la comparaison de petites numérosités sous certaines conditions d'expérimentation, par exemple lorsque la tâche proposée entraîne une plus grande charge de la mémoire de travail⁴⁶, ceux qui pensent que le mécanisme d'appréhension discrète relève d'un système plus général non spécifiquement dédié à la numérosité et qu'on ne peut établir d'équation entre le flou de l'intuition et la fluidité du continu (Pylyshyn, Carey), ceux qui pensent que chacun de ces deux mécanismes est spécialisé l'un pour les grandes numérosités, l'autre pour les petites numérosités (Xu, Spelke, Hyde⁴⁷).

- 3) Le comptage est un moment crucial dans l'apprentissage arithmétique ; il permet de dénombrer avec précision un ensemble quelconque. Il consiste à apparier, un par un, chacun des objets présentés avec les éléments d'une liste de référence qui peut être non verbale (doigts, parties du corps) ou verbale (noms de nombres). L'étude princeps est celle de Gelman et Gallistel (1978) qui établit une liste de cinq principes censés guider le développement du comptage.⁴⁸ Le comptage est un processus sériel qui dépend évidemment de l'attention ; il est *acquis* par les enfants entre deux et quatre ans et permet de disposer d'une représentation uniforme des nombres dont le sens est supposé antérieurement acquis par l'appréhension directe de la numérosité. Mais il semble que ce qui est acquis c'est *le fait* numérique, la *signification singulière* de chaque nombre étant acquise *progressivement*.⁴⁹ En effet, l'enfant comprend d'abord la signification de un, quelques mois plus tard celle de deux, puis de trois, puis de quatre. À ce stade l'enfant a compris comment déterminer exactement une quantité par comptage. Cependant, certains patients disposant des noms de nombres et sachant compter ne réussissent pas à déterminer si 'neuf' désigne une quantité supérieure à celle désignée par 'sept'⁵⁰, ce qui tend à montrer le rôle spécifique d'une appréciation approximative de la quantité, entravée dans ce cas par la trop grande proximité des deux nombres (c'est l'effet distance).

⁴⁶ (Starr, Libertus & Brannon, 2013 ; Coubart, Izard, Spelke, Marie & Streri, 2014).

⁴⁷ (Hyde & Spelke, 2009 ; 2011).

⁴⁸ Ce sont : 1. le principe de correspondance un à un : chaque mot énoncé doit être mis en correspondance unique avec un objet de la collection à dénombrer ; 2. le principe d'ordre stable : les mots de nombres (un, deux, trois, etc.) doivent énoncer dans un ordre strict, c'est à dire que la comptine numérique orale doit être maîtrisée ; 3. le principe cardinal : le dernier mot de la suite représente le cardinal de la collection ; 4. le principe de non-pertinence de l'ordre : l'ordre dans lequel sont pris les différents objets n'a pas d'importance ; 5. le principe d'abstraction : on peut compter des objets qui n'ont pas de liens particuliers entre eux, par exemple des lapins et des voitures présentés simultanément sur un écran ou une image.

⁴⁹ (Wynn, 1992).

⁵⁰ (Dehaene & Cohen, 1997).

Par ailleurs, antérieurement au stade où il maîtrise la signification des nombres de un à quatre, l'enfant peut par exemple ne pas savoir compter jusqu'à trois et néanmoins faire la différence entre un et trois : or la différence entre trois et un est égale à la différence entre neuf et sept, l'effet distance ne joue donc pas pour les nombres inférieurs à quatre. Pour ceux-ci la discrimination semble reposer sur l'existence implicite, préverbale et donc antérieure au comptage, de la relation de mise en correspondance un à un qui permet une comparaison exacte. Certes l'ordre sériel n'est explicitement maîtrisé que par l'apprentissage progressif du comptage et la compréhension de l'engendrement uniforme de la suite des nombres par l'opération +1 n'intervient qu'après l'âge de trois-quatre ans, ce qui peut faire passer l'ordre pour un aspect secondaire du nombre par rapport à l'appréhension, la discrimination ou l'estimation immédiates de la numérosité cardinale. Pourtant la discrimination exacte entre petites numérosités, deux et trois par exemple, attestée par les expériences de Wynn sur l'addition ou la soustraction d'un objet (1992), peut induire à supposer qu'il existe aussi une capacité innée à percevoir l'organisation sérielle d'objets.

- 4) Le calcul explicite au moyen de symboles numériques caractérise la compétence⁵¹ arithmétique. La capacité symbolique rétroagit sur les mécanismes d'estimation et de comptage en les renforçant et en les affûtant. S. Dehaene développe l'hypothèse du « recyclage neuronal » d'Anderson : la plasticité cérébrale bien reconnue permet de mobiliser les régions du lobe pariétal anciennement utilisées pour la reconnaissance des formes visuelles et des quantités et de les réorienter pour le calcul exact. Cependant de jeunes enfants continuent de recourir à des stratégies indirectes de comptage pour calculer symboliquement ; par exemple pour exécuter l'addition 4+2, l'enfant va compter à partir de 1 jusqu'à 4, puis ajouter un, puis encore un pour trouver 6 (dans certaines conditions l'enfant ne trouve pas le résultat si on l'empêche de compter). C'est peu à peu que des processus mnésiques ou restructuratifs viennent supplanter la routine du comptage pour résoudre des opérations simples, l'enfant faisant appel à son stock de faits et de règles arithmétiques.

Les processus 1) et 2) sont présents chez les humains à leur naissance et chez de nombreuses espèces animales. Cela tout le monde l'accorde même si des discussions portent sur leur situation exacte sur l'échelle continue qui va des prédispositions innées aux constructions sophistiquées de la culture. C'est en eux, par opposition au comptage et au calcul symbolique, produits incontestés de la culture et de l'apprentissage, que l'on reconnaît le sens inné du nombre ou, pour être plus précis, de la numérosité. Contrairement à Gelman

⁵¹ Tandis que la question du caractère inné ou hérité/versus acquis de l'*aptitude* numérique, peut être posée – même s'il s'avère que c'est une mauvaise question –, il ne fait pas de doute que la *compétence* numérique est acquise par l'apprentissage et l'entraînement.

& Gallistel qui soutiennent que la subitisation est un comptage ultrarapide, la plupart des neuroscientifiques considèrent que la numérosité est obtenue par un dénombrement ou une évaluation *sans comptage*. Les processus qu'elle implique opèrent, selon Dehaene, par représentation et manipulation analogique du nombre selon une ligne mentale continue et orientée (de gauche à droite pour certains peuples, de droite à gauche pour d'autres) et compressée selon une échelle logarithmique, ce qui expliquerait l'imprécision plus grande de l'estimation d'une grande quantité (effet taille) et la discrimination meilleure entre deux quantités dont l'écart est plus grand sur cette ligne (effet distance). La ligne mentale logarithmique de Dehaene correspond aux données électro-physiologiques de Nyder & Miller (2003) et recueille une large adhésion parmi les psychologues dont les résultats expérimentaux attestent la présence d'une estimation approximative des numérosités supérieures à quatre dès les premiers jours de vie.⁵² Certaines expériences très récentes semblent même confirmer l'hypothèse d'un code analogique fonctionnant dès les premiers jours de vie pour la valeur cardinale de numérosités inférieures à quatre.⁵³

Selon Dehaene la ligne numérique mentale (LNM) est censée exprimer la priorité cognitive de l'*appréhension* directe et immédiate (par subitisation pour les petites quantités ou estimation approximative pour les plus grandes) de la numérosité par rapport au comptage, cette priorité cognitive se conformant à une priorité ontologique du continu sur le discret et le sériel dans les phénomènes physiques, y compris ceux qui ont lieu dans le cerveau : s'il est difficile de comparer deux quantités peu écartées l'une de l'autre c'est en raison du recouvrement partiel des zones activées par l'une et l'autre, que ces quantités soient présentées par des nuages de points, des noms de nombres comme « un » ou « trois », ou par des chiffres comme « 1 » ou « 3 ».

Il est admis que l'appréhension de la numérosité est le précurseur de la compréhension de la signification⁵⁴ des nombres et de la maîtrise du calcul arithmétique. Mais l'hypothèse d'une homologie entre la continuité des phénomènes physiques continus (propagation du son et de la lumière, écoulement des fluides, etc.) et la continuité de notre perception visuelle de la numérosité n'est pas universellement partagée. Zenon Pylyshyn et Susan Carey s'inscrivent en faux tous deux mais de manière différente contre cette hypothèse⁵⁵ : c'est un fait qu'un flux continu d'impressions sensorielles, visuelles par exemple, peut aboutir à la perception immédiate d'individus distincts que nous cherchons à atteindre ou entre lesquels nous établissons des relations spatiales : le contenu de la représentation mentale n'est pas le pur et simple reflet d'un stimulus sensoriel. La continuité numérique ne serait donc

pas le *premier* mais seulement *un* principe majeur de notre organisation du monde.

Avant d'envisager d'autres principes mis en évidence en particulier dans les travaux de Pylyshyn et de Susan Carey, je veux récapituler les questions philosophiques que suscitent les résultats livrés par la neuroimagerie et l'analyse du comportement en ce qui concerne le nombre.

- 1) La numérosité est-elle une propriété objective du monde et, si oui, est-elle une propriété primaire des phénomènes perçus ? Ou bien est-elle un instrument d'organisation du monde utilisé concurremment avec d'autres outils par le sujet ?
- 2) La quantité est-elle d'abord perçue de manière qualitative avant d'être mesurée de manière exacte ou approximative, d'une manière analogue à la perception de la lumière blanche avant sa décomposition par un prisme en un spectre de couleurs distinctes ?
- 3) Y a-t-il une priorité ontologique et cognitive du continu sur le discret ou l'inverse ?
- 4) L'aspect ordinal du nombre est-il secondaire par rapport à son aspect cardinal comme le pense Dehaene ou est-il déjà présent dans la subitisation comme le pensent Gelman & Gallistel, pour qui celle-ci est un comptage ultrarapide, et Susan Carey, pour qui la discrimination entre individus semblables mais distincts précède le comptage et l'estimation approximative ?
- 5) La capacité très précoce de *discrimination* entre deux objets et trois objets est-elle une aptitude à distinguer des configurations différentes comme le soutient la *Gestalttheorie* ? Ou bien est-elle une *capacité numérique* de discrimination entre numérosités proprement dites ? Distinguer entre deux objets et trois objets implique-t-il de distinguer quantitativement entre deux et trois et de juger que trois est plus grand que deux ?

Je ne trancherai certes pas les difficultés inhérentes à ces questions dans les limites de cet article. Je vais privilégier un réseau de réflexions liées à l'ancestrale question épistémologique de savoir si les nombres (ou les formes géométriques comme le cercle et le triangle) sont des objets ou des concepts, c'est-à-dire des référents identitaires ou des réseaux variables de relations. Mes études sur les fondements de l'arithmétique et de la géométrie abstraites au XIX^e siècle m'inclinent à la seconde option, constructiviste y compris pour ce qui concerne le point de vue formel, contre le réalisme de la première.⁵⁶

⁵² Parmi les confirmations récentes : (Starr, Libertus & Brannon, 2013 ; Coubart, Izard, Spelke, Marie & Streri, 2014).

⁵³ (Coubart, Izard, Spelke, Marie & Streri, 2014)

⁵⁴ Selon Dehaene, la signification est l'invariant numérique des différents modes de présentation d'une quantité : nuage de points sur un écran, noms de nombres ou chiffres arabes. Dans cette acception est privilégié l'*aspect cardinal* du nombre. Pour Dehaene l'appréhension de la numérosité a lieu selon un triple code : l'estimation analogique de la valeur cardinale, la représentation verbale de cette valeur par des noms de nombres et la représentation symbolique par les chiffres arabes.

⁵⁵ (Pylyshyn, 2002 ; Carey & Xu, 2001).

⁵⁶ Une sélection de mes travaux apparaît dans la bibliographie. Pour éclairer ma position, je signale, en particulier, qu'à l'exemple de Cavailles, je comprends l'intuition non comme justification subjective d'un réalisme des objets vus comme extérieurs à la pensée et révélés à elle, mais comme manifestation de l'*autonomie acquise* des concepts mathématiques par rapport à la conscience.

IV – NOMBRE, OBJET ET CONCEPT

IV.1 - Individuation parallèle

La différenciation attestée expérimentalement entre la subitisation, restreinte aux petites numérosités, et l'estimation approximative conduit à repérer dans la première des processus absents de la seconde et moins facilement repérables au niveau neural par imagerie magnétique fonctionnelle.

La subitisation requiert des objets occupant des positions distinctes et semble donc faire intervenir la capacité de notre système visuel occipito-pariétal à localiser des objets dans l'espace. Elle serait un produit de l'effet SNARC (*spatial-numerical association of responses codes*), étiquette forgée par Dehaene pour traduire l'observation que nombre et espace sont associés dans notre cerveau.

Une autre interprétation s'appuie sur des expériences montrant que la subitisation implique la conjonction de deux processus présents chez les primates et à un stade préverbal chez l'enfant : un mécanisme d'individuation parallèle par constitution d'index visuels (« *visual indexes* »)⁵⁷ ou de fichiers d'objets (« *object files* »)⁵⁸ et de suivi des objets (« *object tracking* ») dans le temps ou l'espace et un mécanisme de quantification basé sur la représentation d'ensembles.

L'individuation visuelle proprement dite précède généralement l'encodage de toute autre propriété comme la localisation, la forme ou la couleur. Zenon Pylyshyn soutient que le système visuel possède un mécanisme d'indexation visuelle lui permettant de détecter « les objets visuels primitifs » en tant qu'individus indépendamment de leur localisation ou d'autres propriétés. Percevoir telle ou telle propriété suppose en effet la perception de ce à quoi se rapporte cette propriété. Ce mécanisme est primitivement lié à l'attention focale.⁵⁹ L'identité de l'objet, elle, requiert un mécanisme de suivi des objets. Selon Pylyshyn, suivre des yeux un objet est inscrit dans l'*architecture* du système visuel et ne nécessite pas de prise en compte visuelle des coordonnées spatio-temporelles de l'objet. La reconnaissance de l'identité d'un objet en tant qu'individu interviendrait avant la reconnaissance de son identité en tant qu'un individu.

⁵⁷ (Pylyshyn, 2002). Pylyshyn fait observer qu'on ne peut pas subitiser des objets non individuels : des cercles concentriques ne sont pas subitisés, à l'inverse de cercles tracés l'un à côté de l'autre.

⁵⁸ (Carey, 2001 ; 2009 ; Feigenson, Dehaene & Spelke, 2004) ; et auparavant (Pylyshyn & Storm, 1988). Les concepts d'index visuel et de fichier d'objet sont très similaires quoique nés dans des contextes différents. L'index visuel est un élément de la structure physiologique de la vision, le fichier d'objet est une image mentale. Le premier rend compte des processus visuels en tant que tels et indépendamment des paramètres de l'espace et du temps ; le second implique ces paramètres en soulignant le rôle de la mémoire de travail.

⁵⁹ « *Focal attention is typically directed to objects rather than to places and therefore the earliest stages of vision are concerned with individuating objects and that when visual properties are encoded they are encoded as properties of individual objects* » (Pylyshyn, 2002, p. 4, p. 13). Si nous voyons des objets, nous concevons des concepts : concevoir n'est pas voir, même si les deux activités se soutiennent mutuellement.

Par contraste, pour de nombreux spécialistes en sciences cognitives intéressés par l'appréhension du numérique, l'individuation parallèle combine un mécanisme d'individuation visuo-spatiale et la mémoire visuelle à court terme, dont la conjonction fournirait la base de détection et de traitement des numérosités. L'individuation parallèle consiste, pour un objet présenté, en la création dans la mémoire de travail d'une image mentale d'objet, appelée fichier d'objet, qui peut être l'image-copie⁶⁰ d'un objet du monde réel, l'image d'une pomme pour une pomme réelle par exemple, ou l'image-symbole d'un objet, par exemple □ ou ● pour une pomme ou un canard. Pour deux pommes (ou deux canards) l'image mentale est par exemple □□ ou ●●, pour trois pommes (ou trois canards) l'image devient □□□ ou ●●●. Au-delà de trois objets, la mémoire est saturée : enfants ou adultes ne peuvent considérer simultanément plus de quatre objets.⁶¹

Il est clair que l'image-symbole témoigne d'un niveau d'abstraction plus élevé que celui manifesté par l'image-copie, mais celle-ci n'est pas moins efficace que celle-là pour comprendre et agir. Reproduire et mimer n'est pas moins important que comprendre l'organisation, la structure, le sens. Scientifiques et philosophes ont du reste développé tant des conceptions mimétiques que des conceptions symboliques du monde. Du côté du mimétisme on peut mentionner la *picture theory*, notamment défendue par Wittgenstein dans son *Tractatus Logico-Philosophicus* et abandonnée dans ses *Philosophical Investigations*, le désir mimétique de René Girard, l'hypothèse de ligne numérique mentale de Gallistel et Dehaene, et la découverte des neurones miroirs avec l'hypothèse du « troisième cerveau », le cerveau mimétique et relationnel, de Jean-Michel Oughourlian. Pour la prégnance symbolique du monde et de la pensée on peut évoquer aussi bien Husserl, Peirce, Cassirer, Freud, ou Levi-Strauss que la Gestalttheorie, les « techniques de pensée » par suites finies de signes de Hilbert, la critique radicale de la *picture theory* par Pylyshyn, sans parler plus largement du paradigme herméneutique présent dans nombre de disciplines.

Selon S. Carey, le mécanisme d'individuation parallèle est associé à un mécanisme de détection de l'identité numérique, qui est physiquement fondée sur la continuité spatio-temporelle de l'objet présenté (un tas de graines n'est pas un objet individué, une voiture que l'on réduit en pièces détachées cesse d'être une voiture), même si d'autres facteurs peuvent jouer contre cette continuité (lorsqu'une personne vient à mourir, son corps devient un cadavre). Une image d'objet est créée pour une entité tridimensionnelle – éventuellement représentée par une image en deux dimensions – bornée, connexe (d'un seul tenant), qui persiste dans le temps et se meut selon des trajectoires spatio-temporelles continues.

⁶⁰ Il ne s'agit pas d'une photocopie ou d'un *duplicata* mais d'une copie grossière ou schématique, qui ne retient pas tous les traits de la pomme réelle et qui sert d'index. Pylyshyn insiste sur le fait que la vision engendre des représentations symboliques et non des *duplicata* des objets (Pylyshyn, 2002, p. 6-30).

⁶¹ Cette limite concerne aussi bien les processus sensori-moteurs que l'attention visuelle. Elle semble attester la limitation *neurobiologique* de la capacité à traiter des objets en parallèle.

IV.1.1 - Individuation parallèle et représentation analogique

L'hypothèse d'individuation parallèle et de détection de l'identité numérique partage avec la représentation analogique non seulement l'hypothèse d'une connexion très précoce sinon absolument innée entre nombre, espace et temps, mais aussi la supposition d'une représentation iconique dans notre esprit des objets ou ensembles présentés.⁶² Le format iconique des représentations mentales du noyau cognitif vaut donc aussi bien pour les ensembles discrets que pour les ensembles ou propriétés continues comme la longueur, la surface, le volume, la couleur, etc. *Format et contenu* d'une représentation sont à distinguer.⁶³ Du reste, les sciences cognitives sont fondées sur le postulat initial d'un monde de représentations ou images mentales relativement autonome par rapport à la perception sensorielle et par rapport au comportement.

Cependant l'individuation parallèle, telle qu'elle est expliquée par S. Carey, diffère de la représentation analogique linéaire de Dehaene par les caractères suivants :

- 1) L'image mentale a un contenu numérique présent de manière seulement *indirecte* et *implicite*⁶⁴, car elle met en jeu un mécanisme cognitif général de perception et de suivi des objets impliquant l'attention et la mémoire : comme l'a soutenu Pylyshyn, l'image d'un objet est d'abord une image d'objet, avant d'être l'image d'un objet, l'image de deux objets est d'abord l'image d'objets individuels occupant des positions spatio-temporelles séparées.
- 2) L'image mentale respecte l'identité des objets, des images ou symboles différents pouvant être créés pour un ensemble d'objets différents : cela explique que dès deux mois les nourrissons distinguent entre un même objet vu dans des situations et à des moments différents et deux objets distincts.
- 3) Le contenu de cette image n'est pas de nature purement et simplement sensori-motrice : si elle est provoquée par un stimulus l'image n'en est pas une traduction littérale. Pylyshyn insiste beaucoup sur le fait que l'image mentale d'un objet n'est pas un duplicata mais un symbole de cet objet. De son côté, Susan Carey répète souvent que les fichiers d'objets sont constitués de « *symboles mentaux* encapsulés dans un système perceptif », mais, contrairement à Pylyshyn, elle définit les concepts comme étant des symboles mentaux constituant les unités élémentaires de la *pensée*, si bien qu'elle présume une activité conceptuelle symbolique de catégorisation dès le niveau perceptif, ce qui reste assez largement admis malgré les efforts principiels et méthodologiques de Pylyshyn pour caractériser de manière scientifiquement autonome le niveau de structuration perceptive

⁶² (Carey, 2011, p. 116).

⁶³ Cette distinction introduite par Zenon Pylyshyn, par exemple dans (Pylyshyn, 2003), est reprise avec insistance par S. Carey.

⁶⁴ (Feigenson, Carey & Hauser, 2002 ; Carey, 2009 ; Piazza *et al.*, 2011).

corrélé à l'architecture anatomique de la vision.⁶⁵ Si tel est bien le cas et si cela indique la difficulté d'isoler *en fait* un niveau intuitif-perceptif indépendant d'une activité conceptuelle, il est utile de distinguer, comme le fait Carey, entre concept au sens d'unité de pensée et conception, laquelle implique raisonnement, croyance, désir, explication, etc.

- 4) Le fait de créer mentalement un nouveau fichier d'objet pour un nouvel objet est mentalement analogue à ajouter un et préparerait ainsi la compréhension précoce d'addition ou de soustraction d'une unité⁶⁶ ainsi que la compréhension bien ultérieure de la fonction successeur.
- 5) La mémoire d'un enfant de douze mois est capable de créer au moins deux ensembles d'au plus trois objets et de comparer les ensembles par une correspondance mentale un à un⁶⁷. Les travaux d'Elizabeth Spelke ont conduit à induire la mise en œuvre dès l'âge de sept mois de cette correspondance, notamment entre stimuli visuels et auditifs qu'ils soient présentés simultanément ou de manière différée⁶⁸. Or la correspondance un à un implique une sériation et un appariement ordinal d'où découle l'égalité ou l'inégalité numérique (relation pareil/pas pareil)⁶⁹ des ensembles comparés mais aussi la reconnaissance de l'ensemble ayant le plus grand nombre d'éléments (relation plus grand/plus petit)⁷⁰ : pour deux ensembles d'au plus trois objets chacun, par exemple deux boîtes dans lesquelles ont été introduits *successivement* des biscuits, des enfants de 10-12 mois choisissent l'ensemble le plus grand, c'est-à-dire la boîte contenant le plus grand nombre de biscuits⁷¹. L'aspect ordinal du nombre ne saurait donc être considéré comme second par rapport à son aspect cardinal et

⁶⁵ Pylyshyn reconnaît l'intrication *factuelle* du phénomène de la vision avec divers phénomènes cognitifs et n'en plaide pas moins pour son autonomie *du point de vue scientifique expérimental*.

⁶⁶ (Wynn, 1992).

⁶⁷ (Feigenson & Carey, 2003).

⁶⁸ (Spelke, 1983 ; Starkey, Spelke & Gelman, 1983, 1990).

⁶⁹ La relation pareil/pas pareil exprime une différence, non nécessairement une différence numérique. Pylyshyn a montré que l'identité et l'identité numérique sont distinctes. De plus l'identité ou la non-identité numérique pourrait être reliée directement à la perception d'ensembles d'objets comme totalités plutôt qu'au nombre d'objets présents dans un ensemble. Rips *et alii* (2008) arguent que l'on peut distinguer deux piles de livres en ayant des représentations de livres en tant qu'objets physiques et non des représentations de nombres (p. 633). Pourtant une variante de l'expérience de Wynn (1992) où l'on remplace subrepticement l'objet caché par un objet différent montre que les bébés font abstraction de l'identité des objets et restent sensibles à leur identité ou non-identité numérique.

⁷⁰ Selon (Spelke, 1993) les relations statiques de forme semblent avoir peu d'effet sur la perception de la cohésion et des contours des objets par les nourrissons de 5 ou 9 mois – qui perçoivent pourtant la symétrie ou l'alignement –, tandis ces relations commencent à avoir un effet pour des enfants de un an et influent fortement sur la perception adulte. Par ailleurs, les circuits cérébraux pour la reconnaissance des formes et pour les numérosités sont distincts ; leur corrélation est vérifiée chez le bébé mais s'estompe avec l'âge, chaque circuit se développant indépendamment. Voir, par exemple, (Chinello, Cattani, Bonfiglioli, Dehaene & Piazza, 2013).

⁷¹ (Feigenson, Carey & Hauser, 2002).

l'attitude séquentielle correspondante se manifeste bien avant l'apparition du comptage verbal ; en effet Wynn (1996) montre que des bébés âgés de six mois sont capables de discriminer des événements physiques séquentiels, à savoir des sauts successifs d'une poupée, la durée et le tempo de l'événement étant contrôlés.

- 6) Il y a une distinction architecturale entre l'individuation à l'aide de fichiers d'objets et l'individuation basée sur la distinction de genres d'objets comme par exemple, un canard et une balle ; l'individuation générique apparaît plus tardivement chez l'enfant, entre dix et douze mois, et prend le relais en cas d'absence ou d'insuffisance d'une information spatio-temporelle⁷². L'individuation parallèle semble donc guidée par la distinction entre substrat physique et propriétés. Cette observation physicaliste ne pose-t-elle pas un défi à la leçon que Piaget tire manifestement de la construction logique moderne du nombre « comme une synthèse de la classe et de la relation asymétrique »⁷³ ?

Selon ce modèle de fichiers d'objets, la comparaison d'ensembles restreints à au plus trois objets est un processus visuel général d'individuation qui n'est pas propre au domaine numérique⁷⁴, qui implique néanmoins de manière implicite autant l'aspect ordinal que l'aspect cardinal de la numérosité, et qui mobilise de manière essentielle la mémoire immédiate de travail non verbale. L'information numérique est implicite dans le fait d'ajouter ou de retrancher un individu à un fichier présent dans la mémoire de travail, dans le fait d'ouvrir un nouveau fichier d'individus et dans la comparaison entre deux fichiers.

Contrairement au modèle analogique dans lequel l'estimation approximative d'une quantité résiste au changement de variables continues⁷⁵, ce modèle inclut la possibilité d'une discrimination fondée sur la comparaison de propriétés physiques continues comme la surface ou la couleur des objets. En effet, une fois un fichier d'objet créé il est possible de lui attacher des attributs comme l'extension, la couleur ou la brillance. Pour des ensembles d'au plus trois objets, il semble que les nourrissons montrent une sensibilité préférentielle pour les propriétés continues de taille, surface, etc. dans le cas d'un ensemble constitué d'individus ayant des propriétés homogènes et différant par la taille, l'extension, etc. L'exemple classique est celui des enfants choisissant un grand biscuit placé dans une boîte plutôt que deux biscuits d'une autre boîte représentant chacun le quart du précédent ; la comparaison se fait

donc sur la base de l'extension spatiale, l'attention étant davantage portée sur l'individualité des objets et leur volume que sur leur nombre. Cependant, la sensibilité des nourrissons à l'identité numérique de petites numérosités se manifeste préférentiellement dans le cas d'un ensemble constitué par des individus ayant des propriétés hétérogènes.⁷⁶ Néanmoins certains tests semblent prendre en défaut l'idée d'une prévalence d'une représentation d'extension sur une représentation numérique pour de petits ensembles : Cordes et Brannon (2009) plaident pour une attention simultanée à l'extension et au nombre pour des petits ensembles et une préférence pour l'information numérique dans le cas d'ensembles de plus de trois éléments. Plus généralement, il est probable que le choix pour l'un des deux types de représentation réponde non seulement aux propriétés des ensembles montrés (petites ou grandes numérosités), mais aussi au protocole de l'expérimentation : entrent en jeu l'âge et les attirances contextuelles des sujets soumis à l'expérience, la question pour laquelle l'expérimentateur cherche des réponses, le dispositif qu'il a mis en œuvre, etc.

La représentation par fichiers d'objets obéit donc à des principes d'individuation et d'identité numérique et implique aussi bien l'individuation selon une ou plusieurs propriétés continues que l'individuation selon l'identité numérique. Susan Carey pense que pour les petits ensembles la représentation par fichiers d'objets domine dans de nombreuses situations l'estimation approximative ; elle voit donc une discontinuité cognitive entre nourrissons et adultes qui, eux, utilisent l'estimation approximative pour de petits ensembles aussi bien que pour de grands ensembles. Cependant, comme je l'ai déjà mentionné plus haut (notes 44 et 46) cette conclusion a été remise en cause récemment.⁷⁷ Une raison pourrait être que même dans l'estimation approximative il est nécessaire d'individualiser les éléments constituant un ensemble pour apprécier le nombre cardinal de leur totalité, mais cela ne peut se faire selon le même processus que pour les petits ensembles. D'autres expériences viendront certainement encore conforter soit la primauté de l'ANS et de son mode continu mimant la continuité supposée de sa cible, soit celle des fichiers d'objets et de leurs référents individualisés.

IV.1.2 - Objet et nombre

Si la dominance de la catégorisation d'objet sur la catégorisation numérique est encore en débat⁷⁸, il est généralement admis que la catégorisation numérique est plus fondamentale que la classification selon des propriétés

⁷² (Xu, & Carey, 1996) : « *Most general is the sortal bounded physical object itself, for which spatiotemporal properties provide the criteria for individuation and identity. More specific sortals, such as dog or car, rely on additional types of properties to provide criteria for individuation and identity. We conjecture that young infants might represent only the general sortal, object, and construct more specific sortals later (the Object-first Hypothesis). This is closely related to Bower's (1974) conjecture that infants use spatiotemporal information to trace identity before they use property information.* »

⁷³ Cité par Dehaene, Cours du Collège de France, Résumé Annuel, p. 277.

⁷⁴ Cet aspect souligné par S. Carey est confirmé par ailleurs, par exemple par (Piazza, Fumarola, Chinello & Melcher, 2011).

⁷⁵ La présentation d'images contenant une grande quantité d'éléments semble induire automatiquement une représentation numérique, ce qui n'est pas le cas avec les quantités inférieures à trois.

⁷⁶ (Feigenson, 2005 ; Feigenson & Halberda, 2004) (expériences rapportées et commentées par (Carey, 2009, p. 143-155) ; voir aussi (Halberda & Feigenson, 2008). Cela expliquerait la difficulté des nourrissons à distinguer entre un point et deux points de même taille et même couleur, alors qu'ils distinguent entre deux points et huit points, usant dans ce dernier cas du mécanisme d'estimation approximative (Xu, 2003).

⁷⁷ (Coubart, Izard, Spelke, Marie & Streri, 2014).

⁷⁸ D'après (Lourenco & Longo, 2010) il existe primitivement un sens généralisé de la grandeur transversal par rapport au nombre, à l'espace et au temps : « *Cross-dimensional transfer occurred bidirectionally for all combinations of size, numerosity, and duration. These results provide support for the existence of an early-developing and prelinguistic general magnitude system, whereby representations of magnitude information are (at least partially) abstracted from the specific dimensions.* ».

continues comme la forme, la taille, la couleur, la brillance, etc.⁷⁹ Seules la continuité spatiale et la continuité temporelle sont aussi fondamentales que l'appréhension de la numérosité comme le montre l'expérience du choix d'un seul grand biscuit plutôt que de deux plus petits représentant en tout la moitié du plus grand. Reste à savoir si la coordination entre numérosité, durée temporelle et étendue spatiale expérimentalement attestée chez les nourrissons est le résultat d'un seul et même mécanisme fondamental hérité de l'évolution, ou si l'on a affaire à des mécanismes distincts que le nourrisson, dès ses premières heures de vie, apprend très rapidement à associer, ou encore s'il s'agit d'une coordination acquise récemment dans l'histoire et dans une aire de culture particulière. Toutes ces options sont représentées parmi les experts.

Dans tous les cas, la numérosité est bien tenue pour une donnée primitive, qualité primaire des événements et phénomènes du monde réel ou aptitude cognitive première. Le choix finalement n'est pas entre qualité objective versus préaptitude cognitive, mais plutôt entre l'option d'une corrélation entre les deux, héritée de l'évolution et développée par l'expérience et la créativité, option qui est celle de la majorité des spécialistes de biologie et de psychologie cognitive expérimentale, versus la position réaliste qui consiste à prêter aux nombres une existence cosmique indépendante de l'activité de l'esprit. On peut bien être à la fois intuitionniste et non réaliste comme l'est par exemple Dehaene, pour qui « les nombres sont des intuitions primitives que notre architecture cérébrale rend inévitables et que nous projetons sur le monde extérieur »⁸⁰. Par intuition Dehaene signifie que la reconnaissance de la numérosité a tous les traits regroupés sous ce vocable : rapidité, automaticité, et inaccessibilité à l'introspection consciente⁸¹. Mais, outre que cette conception a été sévèrement critiquée par Pylyshyn (2003), il ne suppose pas que la numérosité est un phénomène objectif du monde physique *indépendant* de l'architecture de notre cerveau ou de nos préaptitudes cognitives. Ce qu'il entend mettre en question c'est le fait de prendre le cerveau pour un ordinateur ou une machine digitale. L'intuition est pour lui la fonction de « l'œil de l'esprit », et cette fonction correspond à une organisation cérébrale non réductible au modèle computationnel qui aide à la décrire. Mais il est possible, comme je l'ai indiqué plus haut (note 56), de défendre une conception à la fois objective et historique de l'intuition comme marque de l'assimilation des constructions conceptuelles.

IV.2 - Quantification et langage : l'individuation parallèle enrichie

Quine a soutenu que la représentation d'objet en tant qu'objet n'émerge qu'avec la discrimination entre un, deux, quelques, plusieurs, tous, permise par l'acquisition du langage entre deux et trois ans. Mathieu Le Corre et Susan Carey montrent que les nourrissons entre deux et six mois distinguent entre un et plusieurs, entre individu (*singleton*) et multitude d'une manière indépendante du langage. Ils invoquent un mécanisme de quantification primaire basé sur une représentation implicite d'ensembles (*set based*

quantification system). Celui-ci serait la racine de la distinction en langage naturel entre un, deux, quelques, plusieurs, tous.⁸² Combiné au mécanisme d'individuation parallèle il donne ce que Le Corre et Carey appellent l'individuation parallèle enrichie. Celle-ci créerait et stockerait dans la mémoire à long terme des représentations pour de petits ensembles d'individus, telles que {i}, {j, k}, {l, m, n}, n'utilisant pour cela que l'individuation parallèle et la capacité préverbale de comparer deux ensembles par une correspondance un à un. Ces représentations prototypiques serviraient ensuite d'étalons pour les petites numérosités. L'individuation parallèle enrichie fournirait l'outillage conceptuel permettant de construire les principes du comptage, grâce auxquels on construit une représentation pour les entiers positifs supérieurs à trois et, par suite, une représentation du nombre en tant qu'élément de la suite gouvernée par la fonction successeur.

Tandis que pour Gallistel et Gelman (1978) et Dehaene (1997) les principes du comptage sont acquis en faisant correspondre à des symboles verbaux (un, deux, trois, etc.) ou chiffrés (1, 2, 3, etc.) leur signification numérique préalablement extraite par une représentation analogique linéaire, Mathieu Le Corre et Susan Carey considèrent que l'individuation parallèle enrichie représente de manière exacte les petites numérosités de un à trois, tandis que la représentation analogique approxime les numérosités supérieures à quatre ou cinq et ne fonctionne de manière *exacte* en faisant correspondre un symbole à une quantité *qu'après* l'acquisition des principes du comptage (Le Corre & Carey, 2007). Autrement dit non seulement représentation discrète et représentation continue sont coprésentes dans le noyau cognitif, mais, de plus, la reconnaissance discrète par appariement un à un de deux ensembles d'au plus trois objets chacun précède largement l'acquisition du comptage et la capacité subséquente d'appréciation exacte de la cardinalité d'un ensemble quelconque – pour les petits ensembles nous avons vu que les deux paradigmes, analogique et discret, sont concurrents et que le choix de l'un d'eux dépend en partie de la manière dont est organisée l'expérimentation. En revanche l'appréhension qualitative est privilégiée pour des ensembles non constitués d'objets physiquement distincts (*i.e.* occupant des positions spatio-temporelles séparées), par exemple une image représentant un lapin et une voiture jouet accolés par un de leur bord, ou constitués de nombreux objets.

Ainsi l'acquisition verbale de principes de comptage n'est pas guidée par des principes préverbaux innés engendrant des grandeurs. Elle est l'œuvre d'une construction conceptuelle dont l'amorce et seulement l'amorce est fournie par des dispositions innées. Le constructivisme de Piaget est donc en partie sauvé.

On observera que Le Corre et Carey promeuvent un modèle ensembliste discret différent du modèle géométrique continu de Dehaene. Ils supposent une représentation mentale d'ensemble discret, de même que Dehaene suppose une

⁷⁹ (Cordes & Brannon, 2008, 2009, 2011 ; Libertus, Starr & Brannon, 2013).

⁸⁰ (Dehaene, 2010, Préface à la seconde édition, p. III).

⁸¹ Annuaire du Collège de France 2007-2008.

⁸² Mais que penser du fait les enfants distinguent entre deux petits cardinaux comme « 2 » et « 3 » bien avant de distinguer « quelques-uns » de « plusieurs » ? Et comment tenir compte de la remarque de Hodes (1984) que, du point de vue logique, pour spécifier un ensemble ayant exactement deux éléments la relation de non-identité $\neq$ suffit, sans qu'il soit nécessaire de faire appel au nombre deux ou à la relation de *non-identité numérique* ?

représentation de grandeur continue ou même de continu numérique (LNM). Dans chaque cas la configuration du modèle fournit une grille d'interprétation de phénomènes mentaux non directement accessibles et supposés universellement disponibles à la naissance. Or aussi bien la continuité numérique que la considération d'ensembles discrets quelconques sont des acquisitions récentes de la culture mathématique. Le continu numérique n'a été clairement défini qu'à la fin du XIX^e siècle par Richard Dedekind⁸³, qui est également l'auteur, avec Georg Cantor, des concepts cardinaux de la théorie des ensembles. On peut donc se demander quelle sorte de légitimité justifie l'utilisation *automatique* et sans réserve préalable de cet outillage moderne à titre d'hypothèse *explicative* de la genèse de processus mentaux dont ils sont un produit sophistiqué et dont l'usage n'est maîtrisé que par des groupes sociaux relativement restreints (les mathématiciens, les professeurs et les étudiants de mathématiques, etc.). Outre les biais produits par les types de présentation (objet isolé ou série d'objets présentés simultanément ou successivement, image statique ou dynamique, etc.) les caractéristiques du modèle guidant l'investigation et les préférences philosophiques qui orientent son choix ne déterminent-elles pas l'interprétation figurée des données expérimentales ? Après tout, la perception directe du monde ne livre pas davantage le continu numérique⁸⁴ que les ensembles abstraits.

V – CATÉGORISATION : OBJET, IMAGE MENTALE ET CONCEPT

V.1 - La perception du monde

Dans une perspective contraire à l'empirisme classique, pour lequel nous n'avons d'abord que des sensations produites par un stimulus externe et ne construisons que très progressivement des catégories générales, les nativistes pensent que la catégorisation émerge au cours des premiers mois de la vie et que même les nouveaux-nés possèdent des habiletés de catégorisation primitives, bien antérieures à la capacité de coordonner sensation et activité motrice (contre Piaget) et bien antérieures à l'acquisition du langage dont l'influence sera en effet décisive ensuite (contre Quine).

Pylyshyn a mis en évidence un mécanisme primitif d'indexation visuel grâce auquel les objets du monde réel sont perçus directement comme unités indivises et identiques à elles-mêmes. Ce mécanisme est d'ordre purement visuel et déictique, il relie directement l'objet à l'œil sans la médiation du concept d'objet et sans intervention des coordonnées spatio-temporelles ni d'autres caractéristiques physiques de l'objet. Pour Pylyshyn une chaîne causale relie l'objet réel au symbole mental correspondant (qui est un fichier d'objet initialement vide) et celui-ci réfère directement à l'objet source. Le premier lien est causal ; le second, de nature référentielle, est dans l'ordre de la nature de la vision, il n'a pas besoin d'être conceptuel en ce sens qu'il ne fait pas intervenir le système cognitif central à l'œuvre dans le raisonnement,

l'inférence, la décision et d'autres processus rationnels ; et il n'a pas besoin des supports ou véhicules du nombre, de l'espace ou du temps.

Contrastant avec le structuralisme physiologique de Pylyshyn, des travaux de psychologie cognitive montrent que l'enfant possède dès avant la fin de sa première année le « concept naïf » d'objet physique⁸⁵ qui lui fournit les premiers paramètres de l'individuation et de l'identité. La perception d'objet est antérieure à la préhension ou manipulation d'objet : elle est déjà présente chez les nourrissons entre trois et six mois. Le nourrisson perçoit prioritairement le caractère d'entité individuée connexe, qui est préservé dans le mouvement de l'objet, avant de percevoir la forme, la taille ou la couleur de l'objet. Il disposerait au niveau perceptif d'un « *sortal* » (c'est-à-dire d'un concept fournissant des critères d'individuation et d'identité), celui d'objet physique, défini par des critères spatio-temporels d'individuation et d'identité, avant de disposer de « *sortals* » plus spécifiques comme table ou personne pour lesquels les critères spatio-temporels ne suffisent pas à déterminer leur intégrité et leur identité numérique.

Quoiqu'il en soit, il faut distinguer entre perception d'objet et perception d'objet physique. Pylyshyn n'est pas le seul à soutenir que la perception d'objet en tant qu'objet n'est pas la perception d'objet physique, ni le seul à distinguer la perception proprement dite de la pré-perception anticipatrice et de la post-perception (interprétative). Le même genre d'observations est adressé à S. Carey comme à E. Spelke par Tyler Burge.⁸⁶ S. Carey répond en précisant que, selon elle, les expériences montrent que nourrissons et adultes ont des représentations conceptuelles d'objet, que les nourrissons ont aussi une représentation d'objet physique comme entité matérielle séparée, bornée par des contours, connexe et se déplaçant selon des trajectoires continues et qu'ils ont, avant le stade du langage, un symbole mental de pluralité qu'ils appliquent aux ensembles d'objets.

Qu'elle soit considérée comme « pure perception » ou comme indissociable d'une activité pré-conceptuelle, la perception primaire d'objet en tant qu'objet montre que le monde perçu n'est pas constitué de qualités mais primitivement

⁸⁵ Un objet physique est une entité persistante, se déplaçant comme un tout conservant ses frontières dans le déplacement, ayant cohésion et continuité spatio-temporelle. (Spelke, 1985) suppose que nous disposons à la naissance d'une physique naïve sur la base de laquelle nous construisons ensuite notre science physique. Cette physique naïve repose sur la notion innée d'objet physique en tant qu'entité persistante et identique et elle comporte des représentations relatives au mouvement des objets et à leurs interactions causales.

⁸⁶ (Burge, 2011, in Carey, 2011, p. 125) : « It is a mistake to require of a system that has object representations that it have quantificational devices, or representations of criteria for numerical identity, or specifications of continuity under loss of perceptual contact (using that "vocabulary"). Nor need object perception represent particulars as persisting, or as independent of an observer, or as unperceived, in order to perceptually represent something as an object or body. A perception as of objects need not represent persistence, observers, perceptual contact, or independence from observers. Such requirements confuse principles according to which perception operates with representations that occur in perceptual object representation. [...] Perceptual representations include object (body) perceptions. There is substantial evidence that perceptual body representations occur in the visual systems of many mammals and some birds. Anticipations of continuities that are relevant to perceiving entities as bodies are associated with very early vision. The anticipations are not matters of conception or prediction ».

⁸³ Cf. *Stetigkeit und irrationale Zahlen*, Braunschweig (Dedekind, 1872).

⁸⁴ Pour un mathématicien comme (Dedekind, 1872), le continu mathématique n'est pas affaire d'expérience visuelle mais de définition et l'espace géométrique est une construction fondée sur des axiomes, non le reflet de l'espace physique tridimensionnel.

organisé en unités séparées et persistantes à travers leurs transformations, en objets porteurs de qualités. Le flot continu de stimulations sensorielles est converti en unités de signification (selon l'expression de Husserl) psychologiquement représentées par des symboles mentaux, précurseurs de constructions conceptuelles. La digitalisation du continu semble donc inhérente à la catégorisation perceptive, qui est le premier niveau de l'activité de catégorisation. On peut soutenir que même l'estimation approximative d'une valeur sur une ligne continue, c'est-à-dire l'estimation approximative de la valeur arithmétique d'une coupure de Dedekind, ou l'estimation globale d'une multiplicité désordonnée d'objets, un troupeau de moutons par exemple, relève d'un certain type de catégorisation, c'est-à-dire de discrétisation, et que ce type diffère à la fois du type de catégorisation individuante portant sur de petits ensembles et du type de catégorisation sérielle à l'œuvre dans la considération d'un ensemble quelconque comme collection discrète d'individus.

Entendue dans une acception large, la catégorisation, répondant à des contraintes naturelles, commence d'abord par découper visuellement des objets avant de reconnaître leur identité ou de détecter par comparaison les similarités ou dissemblances de propriétés d'objets distincts, c'est-à-dire avant de constituer des classes d'objets.⁸⁷ L'information fournie à l'esprit par le système visuel est donc abstraite, c'est-à-dire dépourvue de qualités⁸⁸, et catégorique au sens où elle consiste en « labels » ou « index » ou « fichiers d'objets » assignés à des objets du monde et ainsi préparés pour la conceptualisation. Mais elle ne nécessite pas d'avoir ou d'utiliser le concept d'objet. Pour Pylyshyn l'attention qui se focalise sur un ou plusieurs objets perçus en tant qu'objets est l'acte médiateur entre perception et cognition en même temps qu'elle établit un lien direct, par indexation visuelle, entre l'esprit et le monde : un index visuel « pointe » directement vers un objet du monde. On lit sous sa plume :

« We pick out and individuate primitive visual objects as a precursor to focusing attention on them and encoding their properties. Such visual indexes play an important role in attaching symbols to things and they also play a role in allowing visual images to inherit spatial properties of perceived space. »⁸⁹

On peut penser, comme Pylyshyn, que le double *lien* de l'objet au fichier d'objet, causal de l'objet vers le fichier d'objet et référentiel du fichier vers

l'objet, est naturel, c'est-à-dire résulte de contraintes neurobiologiques. Le débat entre naturel et conceptuel se reporte alors sur la nature du fichier d'objet lui-même. Index d'un objet du monde réel, un symbole mental est-il l'*indice* d'une activité conceptuelle de l'esprit au ras de la perception d'objet et préalablement à toute formation explicite de concept ? Ou bien est-il seulement une *source* d'information à partir de laquelle peut être faite une inférence et construit un concept ?

Dans une théorie physicaliste et non linguistique de l'esprit comme l'est notamment celle de Susan Carey un concept est une représentation mentale spécifique distincte d'une représentation sensorielle. Les concepts seraient un sous-ensemble de l'ensemble des représentations mentales, une représentation mentale étant une entité existant dans l'esprit. Les processus de catégorisation et leurs corrélats, les concepts, seraient *encapsulés* dans les images mentales provenant de la perception. Conceptualiser ne vient pas *après* la perception mais en même temps qu'elle et se poursuit au-delà. Le symbole mental serait le premier acte de la pensée.

Certains théoriciens maintiennent cependant une distinction entre image et concept. Soit parce qu'ils veulent affirmer l'autonomie physique des processus perceptifs par rapport aux processus cognitifs et associent le concept au langage (intérieur ou public), soit pour une raison de principe méthodologique. Le premier cas est représenté par Pylyshyn, pour qui le symbole mental résulte d'une perception non d'une pensée ; c'est un index non une copie de l'objet et il est une matière à penser, non la pensée elle-même.⁹⁰ Pylyshyn reprend le concept de « *early vision* » de David Marr et assume l'hypothèse empiriquement argumentée d'une architecture fonctionnelle spécifique du système visuel non influencée par l'activité cognitive sur laquelle elle exerce des contraintes structurelles.⁹¹ L'architecture du système visuel est responsable de la structuration de la scène visuelle. Structuration et conceptualisation ne sont pas une seule et même chose. Par ailleurs, d'un point de vue méthodologique on peut distinguer entre image et concept, plus précisément on peut à la fois reconnaître l'intrication au niveau perceptif de mécanismes purement visuels et d'effets non linguistiques de signification tout en distinguant, ainsi que le fait Harold Hodes⁹², entre un concept et la représentation mentale sous-jacente à la possession de ce concept.

Pour ma part, il me semble qu'une unité de signification ou le symbole mental qui la représente n'est pas encore un concept ; elle ou il est seulement un contenu de représentation qui laisse une trace dans la mémoire et ouvre la possibilité au développement d'un concept proprement dit. Par exemple, il faut distinguer entre un nombre comme celui désigné par le mot 'quatre', qui est

⁸⁷ Je n'entre pas ici dans la question de savoir si une classe est constituée par similarité, et si elle est représentée dans l'esprit par un prototype, un exemple, un idéal, une relation de causalité.

⁸⁸ Noter ce troisième sens du terme « abstrait ». Nous avons rencontré plus haut « abstrait » au sens de amodal et au sens de indépendant des différences entre particuliers.

⁸⁹ (Pylyshyn, 2002, Preface, p. vii). Pylyshyn est, comme Fodor, adepte d'un langage mental : il est donc naturel qu'il insiste à la fois sur le caractère symbolique du contenu fourni par la vision (conçue comme processeur d'information) et sur l'autonomie de ce contenu visuel par rapport au raisonnement et aux phénomènes cognitifs d'attente, de désir, de croyance, de jugement, etc. La cognition interviendrait seulement aux stades antérieur et postérieur à la vision proprement dite, d'abord pour sélectionner ce sur quoi porter l'attention, ensuite pour sélectionner une interprétation de ce qui a été vu. D'autres neuropsychologues, comme S. Carey, rejettent l'hypothèse d'un langage mental et conçoivent la structuration de l'information visuelle comme dissemblable de la structuration d'un langage et néanmoins conceptuelle. Les deux positions permettent l'hypothèse d'une conceptualisation prescrite par l'architecture cérébrale et indépendante de la connaissance.

⁹⁰ Pylyshyn établit une liste de caractéristiques de l'image ou représentation mentale qui la différencie de la pensée, parmi lesquelles notamment l'absence de quantificateur, de négation et de disjonctions explicites (7-35). On est irrésistiblement poussé à comparer ces caractéristiques avec celles des processus inconscients, avec comme une conséquence la mise en question de l'axiome lacanien selon lequel l'inconscient serait structuré *comme* un langage (même compte tenu naturellement des arguties sur le « comme »).

⁹¹ L'architecture du système visuel peut changer sous une contrainte neurobiologique (plasticité neuronale, traumatisme, etc.) mais non sous l'effet d'un processus psychologique.

⁹² (Hodes, 2008, in Rips, Blomfield & Asmuth, 2008, p. 657-658).

bien un *concept numérique* auquel peut correspondre l'image d'un carré ou le symbole mental $\{a, b, c, d\}$, et le *concept de nombre entier* auquel ne correspond l'image d'aucun nombre particulier ni même aucune image précise dans l'esprit d'un enfant ou d'un adulte non familier avec les définitions structurales de l'arithmétique des nombres entiers.⁹³ Ainsi le concept de nombre, en tant que tel, ne dérive ni d'une ligne numérique mentale (LNM) ni d'une image mentale d'ensembles, ni de l'expérience d'objets physiques, ni de leur représentation iconique associée (*object-files*), ni des ressources du langage naturel. Si on voit néanmoins une issue dans l'idée que les symboles mentaux sont des concepts, on est tenu d'expliquer la différence conceptuelle entre ces concepts primitifs et les concepts de complexité supérieure, ce que tente entre autres S. Carey par son idée de « changement conceptuel » et son hypothèse de « *bootstrapping* » que je n'examinerai pas ici.

Bien que la distinction entre concept numérique et concept de nombre me paraisse essentielle, et que le passage d'une observation d'objets physiques à une conception arithmétique demeure certainement énigmatique, je n'assume aucunement l'hypothèse de Rips *et al.* selon laquelle les enfants auraient implicitement et inconsciemment un schéma⁹⁴ de l'axiomatique de Dedekind ou un schéma de récursion (p. 638). Outre que cette hypothèse est très peu argumentée et assortie d'aucun étai empirique, vu qu'elle assume *a priori* un fossé radical entre niveau arithmétique de base et niveau supérieur, j'y ferai la même objection que j'ai faite au modèle analogique de Dehaene et au modèle ensembliste de Carey et que l'on peut également faire à l'hypothèse des métaphores conceptuelles de Lakoff et Núñez, ou encore à l'utilisation massive du concept de structure pour organiser les données expérimentales. Que ce soit au bénéfice d'une explication *down-top* (Dehaene, Carey) ou d'une explication *top-down* (Lakoff et Núñez, Rips & alii), c'est par une illusion rétrospective que l'on extirpe une structure mathématique (le continu, les ensembles, les axiomes de Dedekind) du moment et du contexte *historiques* de son apparition pour la projeter sur une carte a-temporelle du fonctionnement de l'esprit ou sur une carte topographique du cerveau. On notera du reste que ces modèles sont tout aussi bien mis au service de la conception d'une continuité (native ou inductive) entre perçu et conçu qu'au service de l'hypothèse d'une double rupture de l'arithmétique, même sous forme rudimentaire et schématique, avec le monde physique et avec le langage naturel, avec pour conséquence de renforcer l'innéité supposée des schémas arithmétiques.

V.2 - Démarcation entre percept et concept

Faut-il alors maintenir, de quelque point de vue, une démarcation entre percept et concept ? Si oui, où la placer la démarcation ? Ou bien les concepts ont-ils un pied dans la perception et un pied dans la cognition comme le dit Neisser⁹⁵ ? Les constituants structuraux d'un percept sont-ils du même genre

que ceux d'un concept ? N'y a-t-il pas de distinction en soi mais seulement méthodologique ou instrumentale entre percept et concept ?

La difficulté de répondre univoquement à ces questions peut être illustrée par l'exemple suivant. Une psychologue (Susan Gelman⁹⁶) observe que les enfants possèdent un biais psychologique essentialiste : ils pensent que 'chien' ou 'oiseau' correspondent à des catégories ou groupement de propriétés existant dans le monde réel et offrant ainsi le fondement à l'unité de signification renfermée dans le concept. D'une manière générale nous *croyons* spontanément en une *essence* des choses du monde réel visée par les processus de catégorisation. Peut-être commettons-nous ainsi une erreur métaphysique, mais c'est une erreur épistémologiquement bénéfique puisqu'elle nous conduit à catégoriser.⁹⁷ Au contraire pour un neurophysiologiste (Pylyshyn) la catégorisation classificatrice est une vision généralisatrice : nous ne pouvons, dit-il, *percevoir* une chaise présente sans percevoir cette chaise comme élément de la classe des chaises, celles-ci différant par leur forme, leur taille, la couleur de leur bois, leur garniture, etc. et occupant des lieux distincts à des moments distincts. Ce que les psychologues attribuent à la croyance, donc à un effet cognitif non critique, est rattaché au mécanisme proprement visuel par les biologistes. Pour Pylyshyn la vision est structurante et l'index causalement produit dans l'esprit par la perception d'un objet du monde est bien un symbole, mais ce n'est pas un concept proprement dit. C'est d'un point de vue similaire que C. Gauker fait observer à S. Carey qu'il ne suffit pas qu'une représentation ne puisse être expliquée en termes sensori-moteurs ni il suffit qu'elle soit intégrée à différents domaines cognitifs ou à une attitude intentionnelle pour être une représentation conceptuelle. Il y a bien sûr des représentations iconiques d'objets mais aucune représentation iconique n'est le concept d'objet.⁹⁸ De même Tyler Burge objecte que les représentations perceptuelles d'objet ne sont pas des concepts.⁹⁹

Tenir le symbole mental pour un produit direct de la perception et placer la médiation vers le concept dans une attitude cognitive, l'attention qui, se focalisant sur un objet du monde, déclenche la formation du symbole mental indexant l'objet (Pylyshyn), ou considérer le symbole mental lui-même, en tant que représentation iconique mobilisant l'attention et la mémoire de travail, comme une pré-conception (Carey), dans les deux cas on reconnaît l'implication de la représentation iconique dans les processus de structuration et de conceptualisation. Si le cerveau n'est pas réductible à une machine logique et crée des images qui résultent d'une perception visuelle structurante et sont enrôlées dans des attitudes rationnelles de catégorisation, inférence, etc., si le flux sensoriel est d'abord discrétisé en unités indivises, les objets, qui sont simplement indexées avant d'être soumises aux filtres psychophysiques du nombre, de l'espace et du temps, si l'on prend en compte le fait que l'aire cérébrale visuelle peut être activée non seulement par un stimulus extérieur

⁹⁶ (Gelman & Wellman, 1991).

⁹⁷ (Medin, 1989).

⁹⁸ *Concepts are not icons*, in (Carey, 2011, p. 127). S. Carey répond à cette objection en rappelant qu'il faut dissocier le contenu d'une représentation, qui peut fort bien être par exemple le concept même d'objet dans la représentation en fichier d'objet, de son format qui selon elle est toujours iconique.

⁹⁹ (Burge, 2011, in Carey, 2011, p. 125).

⁹³ Voir, entre autres, (Rips, Blomfield & Asmuth, 2008).

⁹⁴ Ce terme est généralement utilisé comme s'il était à lui seul la clé des problèmes. Or il demande lui-même une analyse.

⁹⁵ (Neisser, 1987).

mais aussi par une représentation imaginaire non provoquée par un stimulus extérieur, alors la philosophie correspondante serait un intuitionnisme kantien naturalisé. Et c'est bien dans cette perspective qu'est proposé en 2010 par S. Dehaene et E. Brannon un programme de recherche.¹⁰⁰ Dans son cours au Collège de France des années 2007-2008, S. Dehaene affirmait déjà :

« La position que j'ai défendue [...] postule que les fondements cognitifs des mathématiques doivent être recherchés dans une série d'intuitions fondamentales de l'espace, du temps, et du nombre, partagées par de nombreuses espèces animales, et que nous héritons d'un lointain passé où ces intuitions jouaient un rôle essentiel à la survie. Les mathématiques se construisent par la formalisation et la mise en liaison consciente de ces différentes intuitions ».

Cette perspective intuitionniste kantienne ne coïncide pas avec la perspective purement conceptuelle, créationniste et instrumentale de Richard Dedekind¹⁰¹, que Dehaene invoque parfois bien qu'elle détermine un concept de nombre abstrait distinct de la représentation familière et réputée intuitive des nombres entiers, construits non dans l'intuition mais dans l'entendement sans le secours de l'intuition.¹⁰²

Il faut maintenir une distinction entre concept et image mentale sous-jacente, ne serait-ce que parce tous les concepts ne sont pas associés à une image mentale. Des concepts trop abstraits ou trop hétérogènes ne donnent pas forcément lieu à une représentation imagée.¹⁰³ D. Weiskopf donne comme exemple le concept de justice, mais l'image d'une balance lui étant culturellement associée, le concept de vertu est un meilleur exemple de concept sans image car ne découlant pas d'une perception d'objet. Il n'y a pas d'image non plus pour le concept de mobilier qui renvoie à des objets du monde mais groupe des éléments aussi dissemblables qu'une chaise et un miroir. L'idée qu'il n'existe pas de format unique pour toutes les représentations mentales qui sont des concepts mérite d'être examinée. Pour Weiskopf différents modes de représentation sont mis en œuvre en *fonction* du type d'information encodée, de la manière dont elle est acquise, et des attitudes inférentielles, c'est-à-dire de ce que l'on se propose de faire. La variété de représentations vaut aussi bien pour les percepts que pour les concepts. À un concept correspond non pas un seul type de représentation mentale (mimétique, iconique, linguistique, etc.), mais un ensemble structuré de représentations mentales de divers types.

De ce point de vue, posséder un concept renvoie non pas à une image mentale mais à une *aptitude* (partiellement innée et fortement développée par l'exercice), l'aptitude de se représenter une catégorie indépendamment de son mode de présentation (iconique ou non) et des attributs qu'elle est supposée recouvrir. Telle est par exemple l'aptitude de se représenter un objet en tant

qu'objet, indépendamment de sa forme, de sa situation spatio-temporelle, de sa couleur, de ses rapports à d'autres objets semblables ou dissemblables.

Parler d'aptitude, c'est dire que le concept n'est pas une *entité* mentale, mais le produit d'une *fonction* mentale reliée à une information sur la manière dont les objets sont perçus, se comportent, sont utilisés. Envisagés sous cet angle, les concepts sont fortement contextualisés ; ils sont intégrés dans des schémas ou structures conceptuelles fondées sur des principes fonctionnels d'organisation. Cette idée n'est pas nouvelle en psychologie et a été remise à l'ordre du jour sous le vocable de schéma dans les années 70. Désormais, le concept de schéma est évoqué pour caractériser la structure des représentations d'événements statiques, d'objets (Le Ny, 1989, 2005 ; Rumelhart & Norman, 1981), de situations (Bryant, Tversky & Franklin, 1992 ; Mandler, 1979, 1983), d'événements dynamiques, et d'actions (Nelson, 1977 ; Schank & Abelson, 1977 ; cf. Jagot, 2002, pour une recension critique). Dans les schémas, les entités sont liées entre elles parce qu'ensemble elles concourent à remplir une certaine fonction. Les schémas sont stockés dans la mémoire à long terme et servent de modèle ou de cadre pour analyser, structurer, interpréter et utiliser activement des informations nouvelles. Nous en avons rencontré un exemple dans le symbole mental d'ensemble associé à l'individuation parallèle des objets d'une petite numérosité ($\{\square\square\square\}$ ou $\{i, j, k\}$), un autre dans l'hypothèse de la métaphore conceptuelle. Inutile de souligner ce que le concept de schéma doit à la mathématique moderne.

La théorie fonctionnelle et dynamique du concept¹⁰⁴ a le mérite de souligner l'existence d'une connaissance conceptuelle des objets fondée non seulement sur une analyse interne des propriétés de l'objet mais aussi sur l'analyse des relations externes de cet objet. Les structures formées sont plus flexibles, car les propriétés à la base de la similitude impliquée dans la formation d'une catégorie sont diversifiées et sélectionnées en fonction du contexte ou de l'intention de l'agent.

Mais elle laisse par contre inchangé le postulat que les processus de formation des concepts – fondamentalement inductifs – portent sur des représentations symboliques, complexes, sémantiquement interprétables. Ne peut-on en rendre compte par de simples mécanismes associatifs agissant sur des données élémentaires (issues de la perception) fortement connectées, et par une mise en commun de multiples traitements locaux ? Une catégorisation sans représentation ?

CONCLUSIONS

J'ai commencé cette étude par la patiente lecture d'une large moisson de publications de neurobiologistes et de psychologues du développement, dans l'espoir de recomposer, à partir des résultats éparpillés, parcellaires et sans cesse à nouveau subdivisés et stratifiés, des lignes de direction pour une philosophie contemporaine de la science. J'ai acquis ainsi quelque familiarité avec une petite fraction du domaine fascinant et incroyablement foisonnant des neurosciences, celle qui concerne les nombres. J'en ai saisi quelques

¹⁰⁰ Le programme de (Dehaene & Brannon, 2010) cherche à « comprendre comment naissent les intuitions fondamentales et comment elles sont reliées à leurs mécanismes neuraux associés et à déterminer lesquelles de ces intuitions sont indépendantes de l'expérience et lesquelles sont enrichies par l'exercice et l'éducation ».

¹⁰¹ (Dedekind, 1888).

¹⁰² (Dehaene, 2010, Préface à la seconde édition, p. III).

¹⁰³ (Weiskopf, 2008).

¹⁰⁴ J'ai montré ailleurs (Benis Sinaceur, 2014) tout ce que l'analyse de la catégorisation conceptuelle doit aux processus, immémoriaux ou plus récents, de l'abstraction mathématique.

bifurcations historiques et quelques oscillations de l'empirisme au rationalisme, dans leurs versions modernes naturalisées. La plupart des scientifiques soulignent le caractère expérimental de leurs recherches, dénué veulent-ils d'*a priori* idéologique, de parti-pris philosophique et de preuve déductive logique. Rien que des hypothèses, des observations, des expérimentations en si multiples variantes, des inductions, des propositions ou thèses spéculatives qui sont des extrapolations et des rationalisations de résultats expérimentaux censés traduire des *faits*. Tout un matériau distribué en modèles destinés à expliquer des faits, à réformer nos vues philosophiques sur la nature et l'origine des nombres, et à adapter nos principes éducatifs pour faciliter l'acquisition de performances arithmétiques. Ces modèles pourtant sont tributaires de points de vues correspondants à une préférence philosophique ou à un état du développement de la science et de la culture caractérisé par l'abondante utilisation des structures comme outil d'investigation, d'organisation et d'analyse des données (structures gestaltistes des formes, structures physico-géométriques du mouvement, structures ensemblistes et fonctions de transfert, et d'autres encore). Les derniers acquis de la science sont retrouvés dans les aptitudes tenues pour innées à l'état inchoatif. C'est évidemment la façon la plus « rationnelle » et en tout cas la plus directe de raccorder nos constructions conceptuelles à nos données naturelles en rapportant à l'évolution la cause de leur adéquation.¹⁰⁵

Cette circularité entre le construit et le donné, entre les faits et leurs explications n'étonnera pas un philosophe, elle est l'indice de la tenace illusion de l'origine et de l'espoir insensé mais si fécond qui la conforte, l'espoir de surprendre le commencement ou le « fondement ultime » de nos pensées et de nos actes. Si la neuropsychologie et les sciences cognitives développent de nouveaux champs d'investigation, fourmillant d'aperçus inédits et de pistes de réflexion en elles-mêmes stimulantes, est-il besoin de leur prêter des lettres de noblesse en leur octroyant le privilège de fonder la connaissance ? Non, car la force d'une théorie ou d'une discipline est d'avoir ou de placer sa raison d'être dans son dynamisme propre.

Du tournant cognitif, je retiens l'abandon du primat du langage et une certaine distance par rapport aux postulats logico-linguistiques de Chomsky et de Fodor et, plus généralement, à ceux de la philosophie analytique. Cependant, les analyses proposées des états mentaux suivent des modèles computationnels ou des schémas syntaxiques y compris pour expliquer la manipulation des images engendrées par la perception ou les mutations sémantiques (le *bootstrapping* tel qu'il est expliqué par S. Carey combine l'idée d'émergence à des concepts logico-structuralistes comme celui de « placeholder »). D'un côté, les cognisciences nous confirment qu'il y a de la pensée avant l'acquisition du langage, de la pensée visuelle (*visual thinking*) notamment, mais d'un autre côté, la pensée avant le langage, si elle a une expression visuelle, sa structure n'en demeure pas moins celle d'un langage puisqu'elle combine des signes, index ou symboles. Pensée et langage

¹⁰⁵ « In the course of their evolution, humans and many other animal species might have internalized basic codes and operations that are isomorphic to the physical and arithmetic laws that govern the interaction of objects in the external world » (Dehaene & Brannon, 2010, p. 517).

fonctionnent quasi-pareillement ou, du moins, sont soumis aux mêmes outils d'analyse.

Plusieurs auteurs – mais pas tous – insistent sur le fait que nos images mentales ne sont ni des photocopies ni des tableaux des objets et des événements du monde réel. Pour eux, contrairement à ceux qui plaident pour une perception analogique du monde fondée sur l'adéquation installée par l'évolution (Dehaene notamment), les images mentales sont des symboles (Pylyshyn, Carey); leur contenu est plus ou moins arbitraire mais il a une référence dans le monde et une signification pour l'esprit.

Les représentations ou images mentales sont-elles la naturalisation des schémas au sens kantien, comme pourrait le suggérer le programme de S. Dehaene et E. Brannon ?

Il me semble d'abord que ce pourrait être le cas dans la conception symbolique plutôt que dans la conception analogique des représentations mentales. Car le schème kantien n'est pas une image mais un procédé général pour représenter un concept dans une image. Voici un passage qui illustrera ce propos :

« Le schème est toujours, en lui-même, un simple produit de l'imagination ; mais étant donné que la *synthèse* [souligné par moi] qu'accomplit cette dernière n'a pour objectif aucune intuition particulière, mais seulement la détermination de la sensibilité, le schème doit cependant toujours être distingué de l'image. »¹⁰⁶

Ensuite, même dans le cas d'une conception symbolique des représentations mentales il resterait à préciser les différences avec le système kantien. L'une d'elles est patente : les représentations mentales surgissent de la perception et sont matériellement *causées* par elle, tandis que les schémas kantien sont « les vraies et uniques *conditions* [souligné par moi] qui permettent de procurer [aux catégories ou concepts purs de l'entendement] une relation à des objets, par suite une *signification* [*Bedeutung*, souligné par Kant] »¹⁰⁷. Les schémas kantien ne sont pas le produit de l'intuition mais les « *règles générales de la synthèse* »¹⁰⁸, c'est-à-dire de la détermination de notre intuition conformément à un concept pur de l'entendement restreint dans son usage par les conditions formelles de la sensibilité (l'espace et le temps). Chaque catégorie a un schème : le schème des grandeurs pour le sens externe est l'espace, le schème de tous les objets des sens en général est le temps, le schème de la quantité est le nombre, le schème de la substance est la permanence du réel dans le temps, etc. Sans schème il n'y pas de représentation d'objet mais seulement des concepts de l'entendement, c'est-à-dire selon Kant de simples unités logiques des représentations. Le schème kantien n'est pas la représentation. Ni son format ni son contenu. Mais la règle

¹⁰⁶ (Kant, 1781, Deuxième partie : La logique transcendante, Analytique transcendante, 2^e livre, chapitre I, trad. A. Renaut, Paris, Aubier, 1997, p. 225-226).

¹⁰⁷ (Kant, 1781, *ibid.*, trad. A. Renaut, Paris, Aubier, 1997, p. 229). Selon notre usage actuel hérité de la division établie ensuite par Frege entre '*Sinn*' et '*Bedeutung*' il faudrait traduire par référence. Mais on peut aussi comprendre « signification » au sens modèle-théorique de « réalisation ».

¹⁰⁸ Souligné par moi.

générale qui rend la représentation possible. La question qui se pose alors est de savoir dans quelle mesure la substitution d'un symbole (la représentation mentale effective et variable) à une règle fixe et générale (le schème kantien) préserve l'architecture cognitive kantienne par un simple transfert des structures formelles kantiennes sur les structures neurales ou neuropsychologiques.

RÉFÉRENCES

- Anderson, M.L. (2010). Neural Reuse: A Fundamental Organizational Principle of the Brain. (Target article). *Behavioral and Brain Sciences*, 33(4).
- Ansari, D. & Dhital, B. (2006). Age-related Changes in the Activation of the Intraparietal Sulcus during Nonsymbolic Magnitude Processing: An Event-related Functional Magnetic Resonance Imaging study. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 18 (11), 1820-1828.
- Benis Sinaceur, H.
- (1993). Du formalisme à la constructivité : le finitisme. *Revue internationale de philosophie*, vol. 47, n° 186, 4/1, 251-283.
 - (1994). Calculation, Order and Continuity. In Ph. Ehrlich (éd.) *Real numbers, Generalizations of the Reals, and Theories of Continua* (pp. 191-206). Dordrecht, the Netherlands, Kluwer Academic Publishers.
 - (1994). Jean Cavaillès. Philosophie mathématique. Paris, Presses Universitaires de France.
 - (1995). Formes et concepts. In J. Proust & E. Schwartz (éds.), *La connaissance philosophique, Essais sur l'œuvre de Gilles-Gaston Granger*. Paris, Presses Universitaires de France, 93-120.
 - (2000). L'interprétation en mathématiques : de Descartes à Hilbert et Tarski. In P. Radelet-de Grave & J.F. Stoffel (éds), *Les «enfants naturels» de Descartes*. Brepols. 205-221.
 - (2006). From Kant to Hilbert: French Philosophy of Concepts in the Beginning of the XXth century. In J. Ferreirós & J.Gray, *The Architecture of Modern Mathematics*. Oxford University Press, 349-376.
 - (2010). Nominalisme ancien, nominalisme moderne. Les entités mathématiques sont-elles des créations de notre esprit ? In *Construction. Festschrift for Gerhard Heinzmann*. Tributes Series Editor Dov Gabbay, 261-276.
 - Cavaillès. Paris. Les Belles Lettres.
 - (2014). Facets and Levels of Mathematical Abstraction, *Philosophia Scientiae*, 18 (1), 81-112.
 - (2015). Is Dedekind a Logician? Why such a Question Arises? In M. Panza. (éd.) *Functions and Generality of Logic. Reflections on Dedekind's and Frege's logicisms*. Springer. (Sous presse).
- Burge, T. (2011). Border Crossings: Perceptual and Post-perceptual Object Representation. In S. Carey, Précis of The Origin of Concepts, *Behavioral and brain sciences*, 34, 125.
- Butterworth, B. (1999). *The Mathematical Brain*. Londres, Macmillan.
- Carey, S.
- (2009). *The origin of concepts*. Oxford University Press.
 - (2011). Précis of The Origin of Concepts. *Behavioral and Brain Sciences*, 34, 113-167.
- Carey S. & Xu, F. (2001). Beyond Object-files and Object Tracking. Infants Representations of Objects. *Cognition*, 80, 179-213.
- Chinello, A., Cattani, V., Bonfiglioli, C., Dehaene, S. & Piazza, M. (2013). Objects, Numbers, Fingers, Space: Clustering of Ventral and Dorsal Functions in Young Children and Adults. *Developmental Science*, 16 (3), 377-393. May 2013.
- Cordes, S. & Brannon, E.
- (2008). The Difficulties of Representing Continuous Extent in Infancy: Using Number Is Just Easier. *Child Development*, Vol. 79, N° 2, 476-489, March/April 2008.
 - (2009). Crossing the Divide: Infants Discriminate Small From Large Numerosities. *Developmental Psychology*, American Psychological Association 2009, Vol. 45, No. 6, 1583-1594.
 - (2011). Attending to One of Many: When Infants Are Surprisingly Poor at Discriminating an Item's Size. *Frontiers in Psychology*, April 2011, vol. 2, article 65, www.frontiersin.org.
- Coubart, A., Izard, V., Spelke, E., Marie, E.S. & Streri, A. (2014). Dissociation Between Small and Large Numerosities in Newborn Infants. *Developmental Science*, 17, p. 11-22.
- Dedekind, R. [1872]. *Stetigkeit und irrationale Zahlen*. Braunschweig. Édition française par H. Benis Sinaceur dans Richard Dedekind, *La création des nombres*. Paris, Vrin, 2008.
- Dedekind, R. [1888]. *Was sind und was sollen die Zahlen ?* Braunschweig. Édition française par H. Benis Sinaceur dans Richard Dedekind, *La création des nombres*. Paris, Vrin, 2008.
- Dehaene, S.
- (2001). Précis of The number Sense. *Mind & Language*, vol. 16, 1, 16-36.
 - (2008). Cours du Collège de France, <http://citeserx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.4.1207&rep=rep1&type=pdf> et le résumé substantiel publié dans l'Annuaire du Collège de France, n° 108, 2007-2008.
 - (2010). « La bosse des maths. » 15 ans après. 2^e éd. revue et augmentée (première édition 1997). Paris, Odile Jacob.
 - 2011 *The Number Sense. How the Mind Creates Mathematics*, 2^e éd. revue et augmentée. Oxford University Press.
- Dehaene, S. & Brannon, E. (2010). Special Issue on Space, Time, and Number, *Trends in Cognitive Sciences*, Vol. 14, N° 12, 517-519.
- Dehaene, S. & Cohen, L.
- (1991). Two Mental Calculation Systems: A Case Study of Severe Acalculia with Preserved Approximation. *Neuropsychologia*, 29, 1045-1074.
 - (1997). Cerebral Pathways for Calculation: Double Dissociation Between Rote Verbal and Quantitative Knowledge of Arithmetic. *Cortex*, 33, 219-250.
- Diester, I. & Nieder, A. (2007). Semantic Associations Between Signs and Numerical Categories in the Prefrontal Cortex. *PLoS Biology*, 5 (11) e294, 2684-2695.
- Feigenson, L. (2005). A Double Dissociation in Infants' Representation of Object Arrays. *Cognition*, 95, B37-B48.
- Feigenson, L. & Carey, S. (2003). Tracking Individuals via Object-files: Evidence from Infants' Manual Search. *Developmental Science*, 6:5, 568-584.
- Feigenson, L., Carey, S., & Hauser, M. (2002). The Representations Underlying Infants' Choice of More: Object-files Versus Analog Magnitudes. *Psychological Science*, 13, 150-156.
- Feigenson, L., Carey, S. & Spelke, E. (2002). Infants' Discrimination of Number vs. Continuous Extent. *Cognitive Psychology*, 44, 33-66.
- Feigenson, L., Dehaene, S. & Spelke, E. (2004). Core Systems of Number. *Trends in Cognitive Science*, 8 (7), 307-314.
- Feigenson, L. & Halberda, J. (2004). Infants Chunk Object Arrays into Sets of Individuals, *Cognition*, 91, 173-190.
- Feigenson, L. & Spelke, E. (1998). Numerical Knowledge in Infancy: the Number/mass Distinction. Poster Presented at the International Society for Infant Studies, Atlanta, Georgia.

- Gallistel, Ch. & Gelman, R.
 - (1978). *The Child's Understanding of Number*. Cambridge, Mass., Harvard University Press.
 - (2000). Non-verbal Numerical Cognition: From Reals to Integers. *Trends in cognitive Science*, 4(2), 59-65.
 - (2005). Mathematical Cognition. In K. Holyoak & R. Morrison (éds), *The Cambridge Handbook of Thinking and Reasoning* (pp. 559-588). Cambridge University Press.
- Gauker, C. (2011). Concepts are not Icons. In S. Carey, *Précis of The Origin of Concepts*. *Behavioral and Brain Sciences*, 34, p. 127.
- Gelman, S. & Wellman, H. (1991). Insides and Essences: Early Understandings of the Non-obvious. *Cognition*, 38, 213-244.
- Goodwin, B.C. (1993). La genèse de formes dynamiques : l'organisme et l'esprit. *Intellectica*, 16, 45-60.
- Gopnik, A. (2003). The Theory Theory as an Alternative to the Innateness Hypothesis. In L. Antony & N. Hornstein (éds.), *Chomsky and his Critics*. New York, Basil Blackwell.
- Gordon, P. (2004). Numerical Cognition without Words: Evidence from Amazonia. *Science*, 306, 496-499.
- Halberda, J. & Feigenson, L. (2008). Set Representations Required for Acquisition of the Natural Number Concept. *Behavioral and Brain Sciences*, 31(6), 655-656.
- Harnad, S. (1987). Psychophysical and Cognitive Aspects of Categorical Perception: A Critical overview. Harnad, S. (éd.) *Categorical Perception: The Groundwork of Cognition*, Chapter 1. New York, Cambridge University Press.
- Harvey, B.M., Klein, B.P., Petridou, N. & Dumoulin, S.O. (2013). Topographic Representation of Numerosity in the Human Parietal Cortex. *Science*, 341, 6, 1123-1126, September 2013.
- Hodes, H. (1984). Logicism and the Ontological Commitments of Arithmetic. *Journal of Philosophy*, 81, 123-149.
- Hodes, H. (2008). On Some Concepts Associated with Finite Cardinal Numbers, in Rips *et al.*, From numerical concepts to concepts of number, *Behavioral and brain sciences* 31, 657-658.
- Hubbard, E.M., Piazza, M., Pinel, Ph. & Dehaene, S. (2005). Interactions Between Number and Space in Parietal Cortex. *Nature Reviews Neuroscience*, 6, 435-448, (June 2005).
- Hyde, D., Boas, D., Blair, C. & Carey, S. (2010). Near-infrared Spectroscopy Shows Right Parietal Specialization for Numbers in Pre-verbal Infants. *Neuroimage*, 53(2), 647-652.
- Hyde, D. & Spelke, E.
 - (2009). All Numbers are not Equal: an Electrophysiological Investigation of Small and Large Number Representations. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 21, (6), 1039-1053.
 - (2011). Neural Signatures of Number Processing in Human Infants: Evidence for Two Core Systems Underlying Numerical Cognition. *Developmental Science*, 14(2), 360-371.
- Izard, V., Dehaene-Lambertz, G. & Dehaene, S. (2008). Distinct Cerebral Pathways for Object Identity and Number in Human Infants. *PLoS Biology*, 6 (2), 275-285.
- Izard, V., Pica, P., Spelke, E., Dehaene, S. (2008). Exact Equality and Successor Function: Two Key Concepts on the Path Towards Understanding Exact Numbers. *Philosophical Psychology*, Vol. 21, No. 4, 491-505, August 2008.
- Izard, V., Sann, C., Spelke, E. & Streri, A. (2009). Newborn Infants Perceive Abstract Numbers. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 106(25), 10382-10385.
- Kant I. (1997). *Kritik der reinen Vernunft*. Hamburg, Felix Meiner, 1956 ; trad. A. Renaut, Paris, Aubier [1781].
- Lakoff, G. & Núñez, R. (2000). Where Mathematics Comes from: How the Embodied Mind Brings Mathematics into Being. New York, Basic books.
- Lecorre, M. & Carey, S.
 - (2005). One, Two, Three, Four, Nothing More: An Investigation of the Conceptual Sources of the Verbal Counting Principles. *Cognition*, 105, 395-438.
 - (2008). Why the Verbal Counting Principles are Constructed out of Representations of Small Sets of Individuals: A reply to Gallistel. *Cognition*, 107, 650-662.
- Lécuyer, R. (2002). Inné fable ?. *Intellectica*, 34, 2002/1. Introduction au volume « Débats actuels sur la cognition chez le bébé ». www.intellectica.org/SiteArchives/archives/n34/34_1_Introduction.pdf.
- Lécuyer, R. & Durand, K. (2012). Aux sources de la connaissance. L'état du débat constructivisme/nativisme chez le très jeune enfant. *Devenir*, 24 (3), 181-214.
- Libertus, M., Starr, A. & Brannon, E. (2013). Number Trumps Area for 7-Month-Old Infants. *Developmental Psychology*, Advance online publication. doi: 0.1037/a0032986.
- Loefer, S. & Longo, M. (2010) General Magnitude Representation in Human Infants. *Psychological Science*, 21(6), 873-881.
- Mechner, F. (1958). Probability Relations within Response Sequences under Ratio Reinforcement. *Journal of the experimental analysis of behaviour*, 1, 109-121.
- Medin, D.L. (1989). Concepts and Conceptual Structure. *American Psychologist*, 44, 1469-1481, December 1989.
- Neisser, U. (1987). *Concepts and Conceptual Development: Ecological and Intellectual Factors in Categorization*. Cambridge University Press.
- Nieder, A. (2005). Counting on Neurons: the Neurobiology of Numerical Competence. *Nature Reviews-Neuroscience*, 6(3), 177-190.
- Nieder, A. & Miller, E.
 - (2003). Coding of Cognitive Magnitude. Compressed Scaling of Numerical Information in the Primate Prefrontal Cortex. *Neuron*, 37 (1), 149-157.
 - (2004). A Parieto-frontal Network for Visual Numerical Information in the Monkey. *Proceedings of the National Academy of Sciences, USA*, 101 (19), 7457-7462.
- Núñez, R. (2011). No Innate Number Line in the Human Brain. *Journal of Cross-Cultural Psychology*, 42, 651-668.
- Piazza, M., Fumarola, A., Chinello, A. & Melcher, D. (2011). Subitizing Reflects Visuo-spatial Object Individuation Capacity. *Cognition*, 121 (1), 147-153.
- Pica, P., Lemer, C., Izard, V. & Dehaene, S. (2004). Exact and Approximate Arithmetic in an Amazonian Indigene Group. *Science*, 306, 499-503.
- Pica, P., McKrunk, K., Spelke, E. & Dehaene, S. (2013) Non-symbolic Halving in an Amazonian Indigene Group. *Developmental Science*, 16(3), 451-462.
- Platt J. & Johnson, D. (1971). Localization of Position within a Homogeneous Behavior Chain: Effects of Error Contingencies. *Learning and Motivation*, 2, 386-414.
- Pylyshyn, Z.W.
 - (1999). Is Vision Continuous with Cognition? The Case for Cognitive Impenetrability of Visual Perception. *Behavioral and Brain Sciences*, 22, 341-423.
 - (2002). Seeing and Visualizing. <http://ruccs.rutgers.edu/faculty/pylyshyn/bookall.pdf>. 2002.
 - (2003). Return of the Mental Image: Are there Really Pictures in the Brain? *Trends in Cognitive Sciences*, Vol. 7, N°3, 113-118, March 2003. http://ruccs.rutgers.edu/faculty/pylyshyn/tics_imagery.pdf

- Pylyshyn, Z. W. & Storm, R. W. (1988). Tracking Multiple Independent Targets: Evidence for a Parallel Tracking Mechanism. *Spatial Vision*, 3, 179-197.
<http://ruccs.rutgers.edu/ftp/pub/papers/storm88.pdf>
- Reykin, S., Piazza, M., Izard, V., Cohen, L. & Dehaene, S. (2008). Does Subitizing Reflect Numerical Estimation? *Psychological Science*, 19(6), 607-614.
- Rips, L., Blomfield, A., & Asmuth, J. (2008). From Numerical Concepts to Concepts of Number. *Behavioral and Brain Sciences*, 31, 623-687.
- Roitman, J., Brannon, E., & Platt, M.
 - (2007). Monotonic Coding of Numerosity in Macaque Lateral Intraparietal Area. *PLoS Biology*, 5 (8) e208, 1672-1682.
 - (2012). Representation of Numerosity in Posterior Parietal Cortex. *Frontiers in Integrative Neuroscience*, vol. 6, May 2012.
- Simon, O., Mangin, J.F., Cohen, L., Le Bihan, D., & Dehaene, S. (2002). Topographical Layout of Hand, Eye, Calculation, and language-related Areas in the Human Parietal Lobe. *Neuron*, 33(3), 475-487.
- Spelke, E.
 - (1983). Cognition in Infancy. *MIT Occasional Papers in Cognitive Science*. N° 23.
 - (1985). Perception of Unity, Persistence, and Identity: Thoughts on Infants' Conceptions of Objects. In J. Mehler & R. Fox (éds.), *Neonate Cognition*. Hillsdale, NJ, Erlbaum.
 - (1993). Gestalt Relations and Object Perception: a Developmental Study. *Perception*, 22, 1483-1501.
 - (1998). Nativism, Empiricism, and the Origins of Knowledge. *Infant Behavior and Development*, 21, 181-200.
- Spelke, E., Izard, V., Coubart, A., de Hevia, M.D. & Strer, A. (2014). Representations of Space, Time, and Number in Neonates. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 111(13), 4808-4813.
- Starkey, P., Spelke, E. & Gelman, R.
 - (1983). Detection of Intermodal Numerical Correspondences by Human Infants. *Science*, 22, 179-181.
 - (1990). Numerical Abstraction by Human Infants. *Cognition*, 36, 97-127.
- Starr, A., Libertus M. & Brannon E. (2013). Infants Show Ratio-dependent Number Discrimination Regardless of Set Size. *Infancy*, 1-15.
- Stewart, J. (1993). Au-delà de l'inné et de l'acquis. *Intellectica*, 16, 151-174.
- Weiskopf, D.
 - (2008). First Thoughts. *Philosophical Psychology*, 21(2), 251-268
 - (2009). The Plurality of Concepts. *Synthese*, 169, 145-173.
- Wynn, K.
 - (1992). Addition and Subtraction by Human Infants. *Nature*, 358, 749-750.
 - (1996). Infants' Individuation and Enumeration of Actions. *Psychological Science*, 7, 164-169.
 - (1998). Psychological Foundation of Number: Numerical Competence in Human Infants. *Trends in Cognitive Sciences*, 2, 296-303.
- Xu, F. (2003). Numerosity Discrimination in Infants: Evidence for Two Systems of Representations. *Cognition*, 89, B15-B25.
- Xu, F. & Carey, S (1996). Infants' Metaphysics: the Case of Numerical Identity. *Cognitive Psychology*, 30, 111-153
- Xu, F. & Spelke, E. (2000). Large Number Discrimination in 6-month-old infants. *Cognition*, 74(1), B1-B11.

intellectica

revue pluridisciplinaire de sciences cognitives

Appel à contributions

intellectica est la revue de l'Association pour la Recherche Cognitive. Elle s'adresse à l'ensemble des disciplines intéressées par l'étude de la cognition.

intellectica publie des travaux théoriques ou expérimentaux originaux, ainsi que des travaux de synthèse, des rapports de recherche et des notes critiques. Elle traite des théories, modèles et architectures associés aux structures et aux processus cognitifs. Ceux-ci peuvent être appréhendés sous leur forme stable ou dans leur développement, décrits abstraitement ou en liaison avec leurs déterminations biologiques, physiques ou sociales.

La revue aborde notamment la perception, la motricité, le langage, le raisonnement, les formes de l'intentionnalité, dans leurs modalités individuelles et collectives, naturelles ou artificielles. Elle s'intéresse aux logiques, aux représentations des connaissances, aux modèles neuro-mimétiques et dynamiques, aux systèmes adaptatifs. Elle présente aussi des applications dans des domaines tels que l'éducation, l'ergonomie, l'interaction homme-machine et la robotique. Elle anime enfin les débats épistémologiques, sur la base d'un pluralisme radical dans le choix des auteurs et des disciplines, comme dans celui des thèmes, des écoles, ou des paradigmes.

Les propositions d'articles ou de dossiers thématiques sont à adresser au rédacteur en chef, Olivier Gapenne : soumission@intellectica.org.

Chaque proposition d'article (assortie de résumés en anglais et en français) est examinée par au moins deux rapporteurs internes et deux rapporteurs externes, de domaines disciplinaires différents. La revue publie exclusivement des travaux à caractère épistémologique, théorique et historique réalisés ou présentés dans une perspective interdisciplinaire. Les articles dont le contenu ou la forme restreignent l'audience à un cercle étroit de spécialistes sont en revanche crédités d'une priorité plus faible.

La revue intellectica est publiée avec le concours du Centre National du Livre, de l'Université de Technologie de Compiègne et de l'Institut des Sciences de la Communication du CNRS.