Idées : le platonisme phénoménologique d'Albert Lautman

Hourya Benis Sinaceur

Idées : le platonisme phénoménologique d'Albert Lautman

HOURYA BENIS-SINACEUR

IPHST (Institut d'Histoire et Philosophie des Sciences et des Techniques)
CNRS-Université Paris 1-ENS Ulm
sinaceur@canoe.ens.fr

RÉSUMÉ. — La question fondamentale d'Albert Lautman concerne la nature du réel et la capacité de l'esprit de l'appréhender. C'est pourquoi elle convoque les données de la physique, leur expression en concepts mathématiques et leur interprétation métaphysique qui doit préciser le rapport de la pensée humaine à la réalité du monde. L'examen des théories mathématiques les plus sophistiquées de son temps (surface de Riemann, loi de réciprocité quadratique, théorie du corps de classes) est destinée à montrer l'affinité de la genèse des concepts mathématiques avec une Dialectique supérieure, qui met en jeu les Idées, comprises en un sens dérivé de Platon. Mon but est d'expliquer comment Lautman comprend les termes « Dialectique », « Idée », « genèse », simultanément sur le plan métaphysique et dans leur incarnation mathématique. Je montrerai que Lautman développe une conception très personnelle du platonisme, différente de celle de la version reçue par la tradition philosophique. Lautman rejette la séparation des Idées et du sensible, et adopte le style de pensée heideggerien pour montrer que les Idées sont mues par une Dialectique et qu'elles entretiennent une relation réciproque, dialectique, avec le sensible.

ABSTRACT. — Albert Lautman's main questioning was about the nature of reality and the capacity of mind to grasp reality. The answer needs to go at the same time into the laws and tools of physics and the corresponding concepts of mathematics, and to search for the metaphysical interpretation that could give an account of the relation between scientific thought and reality. The examination of the most sophisticated mathematical theories (Rieman's surfaces, law of quadratic reciprocity, class field theory) was intended to show the affinity between the generation of mathematical concepts and the dialectical movement of Ideas. My aim is to explain how Lautman understood 'Idea', 'Dialectic', 'genesis' at once in a mathematical and in a metaphysical meaning. I will point out that Lautman had a very personal conception of Platonism, very different from Platonism of mathematicians of his time (notably Gödel and Bernays) and very different from the traditional interpretation developed in philosophy. Lautman did not assume the separation between Ideas and the sensible world. By contrast, he adopted the Heideggerian style of thought to show the Dialectic between Ideas and the reciprocal relation between Ideas and the sensible.

> « La pensée s'engage nécessairement dans l'élaboration d'une théorie mathématique dès qu'elle veut résoudre de façon précise un problème susceptible d'être posé de façon purement dialectique. »
>
> LAUTMAN, 2006, p. 255.

Cet exergue est destiné à indiquer que le principal problème d'interprétation des thèses philosophiques d'Albert Lautman est de comprendre ce que pouvait signifier pour lui « poser un problème de façon purement *dialectique* ». Ou, plus brièvement, que signifie pour lui « dialectique » ou « Dialectique » avec une majuscule ?

Il ne faudrait pas croire, cependant, que cette question philosophique est surimposée aux théories mathématiques que Lautman étudie. Ni s'imaginer que notre philosophe regarde ces théories de haut. C'est tout le contraire. Lautman fait preuve d'une connaissance précise, fine et profonde de ces théories, avec en plus la distance qui lui permet d'en parler clairement sans convoquer tous les détails. Il en discute avec l'aisance d'un praticien des mathématiques et, plus d'un demi-siècle après, on ne peut qu'admirer cette aisance qui trahit une familiarité locale avec les théories du jour, doublée d'une familiarité globale de tout le champ mathématique.

Dans son étude liminaire à la réédition par la maison Vrin des *Œuvres* d'Albert Lautman, Fernando Zalamea écrit :

> Lautman aborde [le problème de] l'émergence de l'inventivité dans le très large spectre du développement des mathématiques *réelles*. Théorie des groupes, géométrie différentielle, topologie algébrique, équations différentielles, analyse fonctionnelle, fonctions de variables complexes, corps de nombres, sont quelques-uns de ses champs préférés[1].

D'emblée, Lautman lie ce problème de l'inventivité mathématique à celui, métaphysique, de l'interprétation du monde. Ce pourquoi l'on trouve chez lui une étroite intrication de questions mathématiques très techniques, comme la loi de réciprocité quadratique, les surfaces de Riemann ou la théorie du corps de classes, avec des idées proprement philosophiques, notamment inspirées de Platon, puis, vers 1939, de Heidegger[2]. Dira-t-on que le mathématicien éprouvait le besoin de lire philosophiquement les théories mathématiques dans la difficulté desquelles il entrait sans peine ? Ou que le philosophe cherchait dans les mathématiques un mode de rationalité spécifique ?[3] Les deux sans doute. Mais, en outre et surtout : 1) Lautman avait la conviction que « les conceptions relatives à l'univers physique ne

1. Zalamea, Lautman 2006, p. 17.

2. Cf. *Nouvelles recherches sur la structure dialectique des mathématiques*, in Lautman 2006, p. 235-257. Le Heidegger de Lauman est plus « allemand » que « français », très différent de celui que traduit et célèbre Jean Beaufret, et que rejettent de nombreux « rationalistes » en (s')interdisant de faire référence à sa philosophie, même quand ils y puisent souterrainement de quoi renouveler leur vision des choses et du monde.

3. Dans son *Rapport* de mars 1935, Lautman « représente » l'existence mathématique par le principe de la *solidarité rationnelle* du tout (point de vue global) et des parties (point de vue local). Ce qui rend caduques les discussions sur la possibilité ou l'interdiction de définir un élément par le tout, pourvu qu'on renonce à une définition énumérative ou inductive et utilise le procédé des définitions par conditions nécessaires et suffisantes, qui était celui d'Euclide et que les Modernes, Hilbert surtout, ont qualifié de « définition axiomatique ». Je profite de

sont qu'une représentation concrète de notions définissables uniquement au sein d'une théorie mathématique[4] » ; 2) Il concevait les théories mathématiques comme « un donné au sein duquel nous nous efforcerons de dégager la réalité idéale à laquelle cette matière participe »[5].

Dans la mesure où l'épistémologie tend à constituer un secteur de la philosophie autonome et indépendant de toute thèse métaphysique, on voit que la pensée de Lautman déborde les frontières de la stricte épistémologie mathématique pour s'ouvrir sur une interprétation générale visant à expliquer la nature du lien des mathématiques abstraites avec la physique, tant abstraite qu'appliquée, et avec les questions que celle-ci ne manque de poser à la fois sur la nature du réel et sur la capacité de l'esprit à l'appréhender. Selon la formule de Zalamea, pour Lautman « la contamination physique et métaphysique est irremplaçable pour la créativité mathématique »[6]. Dans l'avant-propos à l'*Essai* de 1939, Lautman prévient que le rapprochement de réflexions sur Platon et Heidegger et de remarques sur la loi de réciprocité quadratique ou la répartition des nombres premiers « n'est pas contingent mais nécessaire ». Et plus loin, « alors que Cavaillès cherche dans les mathématiques elles-mêmes le sens philosophique de la pensée mathématique, ce sens m'apparaît au contraire dans le rattachement des mathématiques à une métaphysique (ou Dialectique) dont elles sont le prolongement nécessaire ». Puis, dans une fidélité stricte à l'inspiration platonicienne, il ajoute : « Elles [les mathématiques] constituent la matière la plus proche des Idées[7]. Il ne me semble pas que ce soit pour les mathématiques une diminution, cela leur confère au contraire un rôle exemplaire ». Lautman attribue aux mathématiques la même fonction qu'elles ont chez Cavaillès (ainsi que chez bien d'autres philosophes classiques, Spinoza, Leibniz, Bolzano, etc.) : elles sont la discipline par excellence de l'exercice de la pensée humaine dans sa capacité d'abstraction la plus poussée, et donc un modèle de toute rigueur. Mais la philosophie de cette « exemplarité » diffère grandement de l'un à l'autre des deux amis. Pour Lautman il ne s'agit pas d'observer la raison pure en acte, mais de qualifier le genre de « proximité » qu'elle a avec les Idées.

La question primordiale pour comprendre la position de Lautman est donc celle de savoir ce que sont pour lui les Idées, dont il apparaît d'emblée, d'après la dernière citation, qu'elles sont du ressort de la métaphysique, et non de celui des mathématiques proprement dites. Et pourtant la mathématique

---

l'occasion pour remercier Fernando Zalamea de m'avoir généreusement signalé l'existence de ce *Rapport* et de m'en avoir fourni une copie.

4. *Rapport*de mars 1935, page 1.

5. Lautman 2006, p. 132.

6. Lautman 2006, p. 24.

7. Pour souligner la référence à Platon, Lautman écrit le mot avec i majuscule. Il lui arrive aussi de l'écrire avec une minuscule, y compris dans des phrases évoquant la philosophie platonicienne, par exemple p. 50 quand il parle de la participation du sensible à l'intelligible ; de même p. 131 (citation infra) ; de même p. 227, 234.

structurale, neuve à l'époque et directement recueillie par l'auteur auprès de ses maîtres allemands, avant même que les mathématiciens du groupe Bourbaki en présentent leur version plus doctrinaire, est étroitement impliquée dans la conception que se fait Lautman des Idées platoniciennes.

Le contenu de mon exposé revient, quant au fond, à expliciter les termes « Idée », « Dialectique » et « genèse » que Lautman interprète simultanément sur un double plan : celui de la métaphysique et celui des mathématiques, celles-ci étant le « prolongement »[8] de celle-là. J'ai l'ambition de mettre en place le canevas structurel le plus fidèle possible de la conception de Lautman, après quoi chacun pourra élargir à sa guise l'interprétation du lien triadique que Lautman établissait entre les mathématiques, la physique ou le monde réel, et les principes de métaphysique.

1. Platon revisité

1.1 *L'idée comme schéma de structure*

« Nous n'entendons pas par les Idées des modèles dont les êtres mathématiques ne seraient que des copies, mais, au *véritable sens platonicien du terme*[9], des schémas de structure selon lesquels s'organisent les théories effectives »[10].

Cette phrase montre combien la mathématique structurale fournit pour ainsi dire à Lautman la matière et la méthode pour l'explicitation des Idées platoniciennes. Les Idées sont certes premières, mais toujours et déjà « contaminées » par les mathématiques. Des unes aux autres le va-et-vient est de règle. Les Idées ne sont donc pas des modèles, *séparés* des existences qui n'en sont qu'un pâle reflet et dont elles seraient des « essences », mais des schémas structurels *investis* et présents dans les théories mathématiques prises dans toute leur substance et concrétude. Cet « investissement » est un peu à la manière d'Aristote pour la genèse des notions mathématiques, de point, de ligne, de surface, etc., sauf que Lautman ne renvoie pas à des objets du monde sensible dont les concepts mathématiques représenteraient « immatériellement » les propriétés (le bord d'un bloc de pierre plus ou moins cubique donnerait l'idée de la ligne, une de ses faces l'idée de surface, etc.), mais d'emblée à des êtres mathématiques et aux *théories* qui sont leur contexte et leur humus propre.

Observons qu'à propos des mathématiques Lautman a une interprétation très personnelle du platonisme, différente de celle que les discussions

8. Ne faut-il pas comprendre ce terme aussi dans le sens usuel des mathématiciens, à savoir qu'un certain nombre de propriétés discriminantes et opératoires peuvent être étendues au-delà de leur domaine d'origine ? Si oui, et cela est bien confirmé par la conception des Idées comme « schémas de structure », la thèse de Lautman est alors très forte : les mathématiques prolongent la métaphysique, qui est donc *première*, c'est à dire qu'elle a un statut fondateur.

9. Souligné par moi. On verra plus bas ce que Lautman entend par « véritable sens platonicien ».

10. Lautman 2006, p. 238.

entre formalistes, logicistes et intuitionnistes ont installé pour longtemps dans la tradition de philosophie des mathématiques du XX^e siècle. Il n'y est, en effet, pas question de donner une interprétation philosophique des entités mathématiques indépendamment des procédures qui les impliquent ou indépendamment de la pensée que j'en ai. En particulier, Lautman ne se préoccupe pas de savoir quel est le type d'existence des ensembles infinis, question qui constituait la pomme de discorde entre les divers courants issus de Cantor, de Kronecker, de Poincaré, de Frege, de Russell, de Hilbert, de Brouwer, de Herbrand, de Gödel et de Tarski. Lautman n'a pas cherché à « sauver » la théorie des ensembles par une philosophie platoniste radicale ou modérée comme l'a fait Paul Bernays dans son célèbre article de 1935, où il souligne que le « formalisme finitiste de Hilbert » se limite à admettre la totalité actuelle de l'ensemble des nombres entiers naturels, hypothèse minimale dont se passent aussi bien le finitisme strict de Kronecker que le potentialisme constructiviste de Poincaré et de Brouwer. Lautman fait usage des Idées platoniciennes, mais il les « descend » de leur ciel platonicien, et les plonge dans les théories que les mathématiciens inventent et réinventent, les modifiant sans cesse par un travail qui les décharnent jusqu'à en faire voir la charpente tout en montrant leur généralité et la possibilité de les représenter autrement (par d'autres axiomes). Un concept mathématique, nombre entier, surface ou autre, est toujours le même à travers les siècles des siècles et en même temps toujours différent. Il s'enrichit continuellement d'aspects différenciés que jusque là l'œil confondait. L'histoire révèle donc le feuilletage de ces êtres toujours en mouvement parce que toujours et encore mobilisés dans les études plus sophistiquées. Lautman écrit clairement : « J'admets l'impossibilité d'un Univers immuable d'êtres mathématiques idéaux. Les propriétés d'un Être mathématique dépendent des axiomes de la théorie […][11]. » La conséquence manifeste aux yeux d'un mathématicien est la révision toujours recommencée des concepts initiaux : *cela est un fait*, peu importe comment on l'interprète après coup. Le Platon de Lautman n'est donc absolument pas celui de Gödel, qui reprend à Frege et à Bolzano la supposition de l'existence d'un troisième monde, d'un monde d'entités en soi immuables, existant comme un continent géographique dont les mathématiciens ne cessent de « découvrir » de nouveaux territoires et notamment de nouveaux axiomes pour la théorie des ensembles. Pourtant, et de manière complémentaire, Lautman ne confie pas le sort des Êtres[12] mathématiques à l'activité de l'esprit. Ou plutôt, selon lui, le mathématicien et le philosophe-mathématicien visent *à travers* l'activité de l'esprit *au-delà* de l'activité de l'esprit, une « réalité idéale, indépendante de l'activité de l'esprit », et, en tout cas, indépendante des paramètres des contingences de la découverte.

11. Lettre à Fréchet, Lautman 2006, p. 263.

12. Lautman écrit généralement ce terme avec une majuscule quand il se réfère à Platon, mais il l'écrit aussi certaines fois avec une minuscule.

Naturellement, on peut penser que Lautman, comme son ami Cavaillès, répudiait l'aspect « psychologie de l'intelligence » de leur maître commun, Léon Brunschvicg. Les contingences d'une découverte n'en expliquent pas, en effet, le contenu, la substance, « la structure interne[13] », mais seulement les circonstances de son apparition. On ne saurait faire une place à la contingence quand il s'agit de pénétrer « la solidarité logique[14] » des êtres et des théories ou « la connexion rationnelle du tout et des parties[15] ».

La question est alors : qu'est cette « réalité idéale » des Êtres mathématiques qui ne sont pas des êtres mathématiques idéaux, vu qu'ils sont soumis à la sélection des axiomes (conditions nécessaires et suffisantes) qui en commandent le mouvement, ce dernier terme étant compris dans le sens à la fois de dynamique opératoire et de mobilité sémantique ?

Avant de répondre je ferai quatre observations liminaires.

1) Lautman ne fait pas un sort particulier à l'infini actuel car, pour lui, il n'y a pas opposition mais complémentarité entre le fini et l'infini et, éventuellement, expression de l'un par l'autre. Par exemple, la structure d'un domaine fini peut envelopper l'existence d'un autre domaine, infini celui-là, qui se trouve ainsi exprimer l'existence du domaine fini de départ :

> Lorsque Hilbert *transporte*[16] en analyse des méthodes de décomposition dimensionnelle d'origine algébrique, il impose à l'espace fonctionnel [dit « espace de Hilbert »] une structure qui imite celle d'un espace à un nombre fini de dimensions.

2) De même il y a des liens d'expression du continu par le discontinu, et réciproquement :

> Lorsque Poincaré envisage un groupe discontinu de transformations et la fonction continue automorphe attachée à ce groupe, il rapproche deux genres d'êtres totalement étrangers de nature, mais l'existence de la fonction continue n'en *exprime*[17] pas moins les propriétés du domaine de discontinuité qui sert à la définir[18].

Je reviendrai plus bas sur la connotation nettement leibnizienne de cette entre-expressivité ou *réflexion* qui n'est que le phénomène de surface de l'analogie de structure profonde.

---

13. *Rapport* de mars 1935, p. 2.
14. Pour Lautman la logique n'a rien à voir avec une grammaire extérieure à la chair de la langue.
15. *Rapport* de mars 1935, p. 2.
16. Souligné par moi.
17. Souligné par moi.
18. Lautman 2006, p. 123.

3) Lautman dédramatise totalement la notion d'existence mathématique. Il assure d'ailleurs apporter « une théorie nouvelle des rapports de l'essence et de l'existence ». L'existence mathématique est définie par ou comme une structure : un ensemble, généralement limité à un petit nombre de conditions nécessaires et suffisantes, délimite une notion qui n'est rien d'autre que le corrélat de la satisfaction simultanée de ces conditions. Ou bien on « voit la structure d'un être s'interpréter en termes d'existence pour d'autres êtres que l'être dont on étudie la structure ». Exister se dit donc de ce qui répond ou correspond à une structure[19]. Lautman apporte effectivement une vision nouvelle de la question qui a vivement agité la fin du XIX^e^ et le début du XX^e^ siècle, et opposé les plus grands créateurs : Kronecker, Cantor, Hilbert, Poincaré, Gödel, pour n'en citer que quelques-uns, la question de ce qu'est ou signifie « exister » en mathématiques.

4) Ce que Lautman n'admet pas, ce n'est pas *simpliciter* un Univers d'êtres mathématiques Idéaux, mais qu'un tel Univers soit *immuable*. On verra en effet plus loin que les Idées, notamment les nombres Idéaux, *s'incarnent* en notions mathématiques reliées selon le mouvement d'une dialectique interne.

D'un côté, donc, les « schémas de structure » renvoient clairement à la mathématique abstraite qui est, dans le premier tiers du XX^e^ siècle, en train de se développer dans l'École de Hilbert et de Emmy Noether. Ces schémas de structure sont une *acquisition*, alors récente, des mathématiques et donc, pour une part, *produits* par l'activité mathématique *concrète*. Ce ne sont donc pas des idées *séparées* du monde de la pratique effective. Ce ne sont pas les références immobiles et toujours identiques à elles-mêmes des structures réalisées dans des modèles mathématiques divers, à dominance algébrique ou géométrique ou analytique ou topologique ou arithmétique. Il y a, au contraire, un va-et-vient, une dynamique de la structure réalisée au schéma de structure, et inversement. « La solidarité entre [un] domaine et les opérations possibles sur ce domaine met au premier plan de la recherche mathématique la liaison entre opérations abstraites et domaine concret[20]. » Cette phrase simple et significative comporte tout un programme. Elle pourrait, en effet, être mise en exergue à toute l'œuvre épistémologique de Gilles Gaston Granger[21], dont plusieurs, y compris moi-même, ont souligné la filiation, déviée certes de sa ligne originelle et néanmoins bien reconnaissable et assumée, avec la « philosophie du concept » de Cavaillès. En relisant Lautman, je découvre une influence déterminante

19. Lautman, 2006, p. 132.
20. Lautman, 2006, p. 63.
21. Cf. par exemple Granger, 1994.

sur Granger de cet aspect dialectique particulier des analyses de Lautman, qui sont à la fois moins monolithiques et plus profondément engagées dans divers domaines mathématiques spécialisés, sans beaucoup d'égard pour la logique mathématique en tant que telle. La corrélation opérations-objets est considérée par Granger comme une catégorie générale de la pensée symbolique rendant compte du rapport forme-contenu tant mis en valeur par Cavaillès. Or, dans le cas particulier d'une théorie complète au sens logique (Lautman dit « achevée »), Lautman rejoint les analyses de Cavaillès sur les rapports entre forme et contenu[22]. Nous lisons, par exemple, « l'achèvement [...] s'affirme dans son *pouvoir créateur* [souligné par moi] : [...] l'essence d'une forme se réalisant dans une matière qu'elle créerait, l'essence d'une matière faisant naître les formes que sa nature dessine[23] ». Mais à la différence de Cavaillès qui prend une orientation moins « réaliste » et plus logique (en dépit de sa ferme critique du logicisme du Cercle de Vienne), Lautman n'hésite pas à affirmer ici, pour un type particulier de théories (les théories complètes), une sorte d'hylémorphisme qui résout de façon préalablement unitaire le problème de la dualité forme/matière, problème qui ne se pose que dans une conception où forme et matière sont d'abord pensées comme séparées l'une de l'autre, comme c'est généralement le cas de la philosophie classique. La solution de Lautman est de type aristotélicien en dépit de son platonisme de principe (mais nous allons voir que ce platonisme est tout à fait singulier). L'hylémorphisme aristotélicien sera l'option majeure de René Thom.

D'un autre côté, l'élaboration des schémas les plus abstraits n'est pas coupée de la réalité du monde extérieur ; elle est, au contraire, en harmonie avec lui ; et cela explique la « miraculeuse » efficacité des mathématiques les plus abstraites dans l'explication, par le biais de théories physiques ou biologiques, des phénomènes naturels. Je me dois de citer des passages entiers de « Mathématiques et réalité », écrit en 1935 à la suite du Congrès international de philosophie scientifique à Paris. Le premier passage est dirigé contre la « logistique ».

> Les logisticiens de l'école de Vienne prétendent que l'étude formelle du langage scientifique doit être le seul objet de la philosophie des sciences. C'est là une thèse difficile à admettre pour ceux des philosophes qui considèrent comme leur tâche essentielle d'établir une théorie cohérente des rapports de la logique et du réel. Il y a un réel physique, et le miracle à expliquer, c'est qu'il soit besoin des théories mathématiques les plus développées pour l'interpréter. Il y a de même un réel mathématique[24], et c'est un pareil objet d'admiration de voir des domaines résister à l'exploration

22. Cf. Cavaillès, 1947, et Sinaceur (Benis Sinaceur) 1994.
23. Lautman, 2006, p. 186.
24. On verra plus loin de quoi se compose selon Lautman le « réel mathématique ».

jusqu'à ce qu'on les aborde avec des méthodes nouvelles. C'est ainsi que l'analyse s'est introduite en arithmétique[25] ou la topologie en théorie des fonctions[26]. Une philosophie des sciences qui ne porterait pas tout entière sur l'étude de cette solidarité entre domaine de réalité et méthodes d'investigation serait singulièrement dépourvue d'intérêt… Il se produit même ce fait curieux que ce qui est pour les logisticiens obstacle à éliminer devient pour le philosophe le plus haut objet de son intérêt. Il s'agit de toutes les implications « matérielles » ou « réalistes » que la logistique est obligée d'admettre : ce sont les axiomes bien connus de Russell, axiome de l'infini et axiome de réductibilité[27]. C'est surtout, chez Wittgenstein, l'af-

---

25. Bien entendu, Lautman fait allusion à la théorie analytique des nombres telle qu'elle a été développée par Peter Gustav Lejeune Dirichlet (1805-1959) et poursuivie par Richard Dedekind (1831-1916). À la page 115 il écrit : « Dirichlet et Dedekind ont généralisé la fonction $\zeta(s)$ en définissant sur un corps quelconque K une fonction $\zeta_K(s)$ susceptible également d'être représentée comme une somme et comme un produit d'une infinité de termes. Ces termes sont les normes d'idéaux du corps K. »

On appelle idéal de K tout sous-ensemble I de K tel que I est stable pour l'addition et que le produit d'un élément de K par un élément de I est un élément de I. Deux nombres de K sont *congrus modulo* un idéal I si leur différence est dans I ; cette relation d'équivalence détermine une division de K, et le nombre de ces classes est appelé la norme de l'idéal I.

26. Lautman distingue (2006, p. 84-85) à juste titre la topologie ensembliste (inventée par Dedekind et Cantor), à laquelle est liée la théorie de la mesure des ensembles de points, si utile pour l'étude des fonctions réelles de variables réelles, de la topologie algébrique, qui caractérise de façon arithmétique ou algébrique les propriétés des figures invariantes par une transformation continue. La topologie algébrique s'est développée à partir des travaux de Riemann. Celui-ci a, d'une part, généralisé le concept d'espace euclidien à un espace à n dimensions, n quelconque, et étendu à ces espaces riemanniens la caractérisation intrinsèque (sans référence à un espace de plongement), due à Carl Friedrich Gauss (1777-1855), d'une surface par sa courbure (Riemann, 1854). Celle-ci peut être soit constante nulle, comme c'est le cas pour le plan euclidien, soit constante positive, comme c'est le cas de la surface d'une sphère, soit constante négative (géométrie hyperbolique). La métrique d'une surface (son $ds^2 = \sum dx^2$) est liée à la classe topologique à laquelle cette surface appartient. D'autre part, Riemann a défini dans sa *Dissertation* de 1851 la surface, dite surface de Riemann, d'une fonction algébrique de variable complexe (voir Lautman 2006, p. 174-175). Le problème étudié par Riemann est le suivant : étant donné une surface quelconque, existe-t-il une fonction algébrique dont cette surface soit la surface de Riemann ? La solution consiste à chercher, en fait, des fonctions qui sont des intégrales de fonctions algébriques et montre que le genre de la surface, qui est un invariant topologique de la surface, détermine *l'existence* [c'est dans un contexte de ce genre que Lautman insère toujours le terme « existence » ou « existence mathématique » ; il s'agit donc toujours d'existence réalisée ou définie par un ensemble de conditions nécessaires et suffisantes] d'intégrales définissables sur cette surface. Hermann Weyl (1913) a montré le lien entre le point de vue local de géométrie différentielle développée sur un espace de Riemann défini par son ds^2 et le point de vue global présenté par la caractérisation d'une surface de Riemann par son genre.

27. Russell appelle ainsi le fait de définir une propriété P par la classe des éléments ayant cette propriété P. Ce principe réintroduit ce que l'on a appelé, d'après Henri Poincaré, les définitions non prédicatives qui, elles, consistent à définir un élément par l'ensemble auquel il appartient. Mais pour Lautman ce procédé a toujours été utilisé et il est « parfaitement légitime », à condition de procéder par définitions axiomatiques et non par définitions énumératives ; de plus il manifeste la solidarité entre la partie et le tout. Lautman cite le calcul des variations où « la détermination d'une fonction extrêmale [se fait] par la considération de la totalité des fonctions de la classe à laquelle appartient l'extrêmale cherchée » (*Rapport* de 1935, p. 5).

> firmation qu'à toute proposition vraie correspond un événement du monde, ce qui entraîne tout un cortège de restrictions et de précautions pour la logique[28].

La clarté et la richesse de ce texte se passe de commentaire. Je veux néanmoins relever que Lautman souligne ici la solidarité entre domaine mathématique et méthodes d'investigation dudit domaine. Cette nouvelle solidarité redouble la solidarité fondamentale et totalement intrinsèque entre opérations et objets. Un peu plus loin, Lautman précise :

> M. Carnap semble considérer parfois les rapports des mathématiques et de la physique comme ceux de la forme et de la matière. Les mathématiques fourniraient le système de coordonnées dans lequel s'inscrivent les données physiques. Cette conception ne paraît guère défendable puisque la physique moderne, loin de maintenir la distinction d'une forme géométrique et d'une matière physique, unit au contraire données spatio-temporelles et données matérielles dans l'armature commune d'un mode de représentation synthétique des phénomènes ; que ce soit par la représentation tensorielle de la théorie de la relativité ou par les équations hamiltoniennes de la mécanique. On assiste ainsi pour chaque système à une *détermination simultanée et réciproque du contenant et du contenu* [souligné par moi]. C'est de nouveau une détermination propre à chaque domaine à l'intérieur duquel ne subsiste plus *aucune distinction entre matière et forme* [souligné par moi][29].

On observera que Lautman puise dans sa connaissance approfondie des différents domaines mathématiques les arguments sans réplique aux théories réductrices de Carnap.

L'accord entre géométrie et physique qu'il souligne se manifeste dans l'indistinction *épistémologique* (du point de vue de la théorie de la connaissance) entre forme et matière, et il constitue la preuve pour ainsi dire tangible de l'intelligibilité de l'univers. « Il résulte de la mise au point par l'esprit d'une façon de structurer l'univers en harmonie profonde avec la nature de cet univers. On conçoit que cette pénétration du réel par l'intelligence humaine n'ait pas de sens pour certains formalistes à outrance. » Ce thème de l'harmonie est un des axes de la métaphysique leibnizienne. Mais, il est plus ou moins clairement assumé par des scientifiques et philosophes de tous bords qui cherchent à comprendre ou à justifier *l'objectivité* des sciences par leur rapport d'applicabilité aux faits et événements du monde réel. Ce rapport d'applicabilité postule l'identité, ou au moins « l'affinité », la similitude, la correspondance de ce qui est et de ce qui est connu. Il échappe ainsi au cercle de la *philosophie critique* kantienne qui repose sur la non-connaissance des choses en soi et retrouve le fil des conceptions antique et classique de la rationalité.

---

28. Lautman, 2006, p. 47.

29. Lautman, 2006, p. 49. Ces analyses sonnent comme celles que fera plus tard René Thom, qui insistera sur la dynamique géométrique (théorie des « catastrophes » élémentaires).

Ainsi, la pensée structure le monde, mais elle ne réussit à le faire qu'en ajustant ses théories aux relations du monde (philosophie classique), ou plutôt aux relations que *manifeste* le monde (Lautman).

1.2 *Le postulat d'intelligibilité*

L'intelligibilité de l'univers est le postulat principal de la philosophie rationaliste de Lautman. Ce postulat est anti-cartésien, dans la mesure où la raison n'est pas comprise comme ce qui s'affranchit de la sensation, mais comme ce qui la *comprend*. Tournant le dos au dualisme cartésien de l'esprit et de la matière, et au dualisme kantien du concept et de la sensibilité, Lautman donne explicitement à ce postulat une tonalité platonicienne en écrivant que « la *participation*[30] du sensible à l'intelligible [...] permet de dégager, derrière les changements des apparences, les rapports intelligibles des idées ». La « participation » désigne un processus moniste, *une* dynamique à deux composantes, sensible et intelligible, où s'unifient la *connaissance* et l'*expérience* du monde réel, ou, en termes repris par Lautman, l'*Erkennen* et l'*Erleben* : « Si les premiers contacts avec le sensible ne sont que sensations et émotions, la constitution de la physique mathématique nous donne accès au réel par la connaissance de la structure dont il est doué[31]. » Pas de rupture, mais continuité entre l'émotion et la pensée, entre le mouvement sensori-moteur d'appréhension du monde et le mouvement structurant d'intelligibilité du monde. De fait, c'est une vue très moderne, anti-platonicienne, puisque la participation est effective au lieu de se borner à être un principe explicatif, autant qu'elle est post-cartésienne et post-kantienne, que Lautman présente avec les mots et les images que lui offrait Platon. Je fais allusion ici aux travaux des neurobiologistes contemporains qui convergent tous vers la preuve expérimentale de la continuité et de la fécondation réciproque des sensations, des émotions et de l'intelligence[32]. Il est d'ailleurs remarquable que Lautman ne retienne pas l'opposition, ni même la distinction, essentielle chez Platon, entre deux sortes d'être : entre ce qui devient incessamment sans jamais être véritablement et ce qui, étant éternellement identique à soi, exclut tout devenir. En fait, la référence à

30. Lautman, 2006, p. 50 (souligné par moi).

31. Lautman 2006, p. 50.

32. Cf. les travaux d'Antonio Damasio qui mettent en lumière l'indéchirable alliance de l'affect et du pouvoir discriminant de l'esprit dans la production des pensées et des œuvres. Ce que Freud fut, du reste, le premier à découvrir en montrant que la construction de l'image du corps et la construction de la pensée par l'enfant sont deux processus totalement intriqués. L'on pourrait exprimer cela par les formules bien frappées du psychanalyste contemporain François Roustang : « Il ne peut pas penser celui qui ne peut pas sentir » ou « toute pensée engage le corps d'une certaine façon » (*Il suffit d'un geste*, Odile Jacob, 2003, p. 123). Voir aussi les travaux de Boris Cyrulnik, qui montre à quel point les nourritures affectives sont déterminantes pour le développement de l'intelligence et de la capacité d'apprendre des enfants et des adultes, sans limite d'âge.

Platon est d'abord dirigée contre une mathématique conçue comme pur symbolisme ou pur langage (Carnap et le Cercle de Vienne), excluant toute considération d'une *réalité* sous-jacente au symbolisme ou, comme l'écrit Lautman, d'une réalité « inhérente » aux mathématiques. Platon est ici le support du postulat rationaliste d'une pénétration par l'esprit du *devenir* des choses, grâce à « la connaissance des liaisons mathématiques auxquelles elles [les choses] participent[33] ». Remarquons, au passage, l'emploi du terme « liaison », qui implique une dynamique, en lieu et place du terme « relation », qui est souvent compris de manière statique.

1.3 *L'analyse des mixtes*

Les « liaisons mathématiques » sont les Idées intelligibles des choses et des phénomènes soumis au changement, mais elles sont elles-mêmes en devenir, advenant à un moment donné du développement des mathématiques et restant sujettes à modification, sans quoi elles ne pourraient rendre compte du devenir. Plus précisément les Idées se dissocient en leurs composantes dont les liens avec des composantes d'autres Idées viennent alors au jour, engendrant de nouveaux complexes, de nouvelles Idées. Lautman insiste sur le fait que le mathématicien ne cherche pas à réduire le complexe au simple mais à montrer la richesse multiple de ce qui est réputé simple, à montrer la nature « mixte », et par suite décomposable, de ce qui est d'abord tenu pour simple. « Le passage des notions dites "élémentaires" aux notions abstraites ne se présente pas comme une subsomption du particulier sous le général, mais comme la division ou l'analyse d'un "mixte" qui tend à dégager les notions simples auxquelles ce mixte participe[34]. » Un nombre aussi anodin que 21 s'écrit de manières différentes selon le corps de nombres considéré : 3×7 dans le corps des rationnels et $(1 + 2\sqrt{-5})(1-2\sqrt{-5})$ dans le corps $k\sqrt{-5}$ (la décomposition n'est pas unique, elle dépend du corps de base). Les notions dissociées peuvent alors entrer dans de nouvelles associations, permettant des combinaisons inédites et des unifications inattendues, comme, pour prendre des exemples précis, celles qu'offre l'élaboration conjointe du continu et du discontinu[35], de la topologie et de l'algèbre[36], des méthodes

33. Lautman 2006, p. 64.

34. Lautman, 2006, p. 78.

35. Lautman renvoie à un écrit de Hilbert, qui présente « *eine methodisch einheitliche Gestaltung von Algebra und Analysis* », *Gesam. Abh.* III, p. 57, cité dans Lautman 2006, p. 87. Voir aussi la conclusion du chapitre III de l'*Essai sur l'unité des sciences mathématiques dans leur développement actuel*, p 112 : « Le calcul [algébrique] des grandeurs non commutatives en analyse opère un rapprochement du continu et du discontinu où s'efface la distinction des deux mathématiques. »

36. Lautman évoque la définition riemannienne d'un espace abstrait, dont la détermination de la topologie et de la métrique *précède* la caractérisation des fonctions définies et à valeurs dans cet espace. Voir aussi p. 134 : « avec Riemann les considérations topologiques [...] ont permis de lier *l'existence* de fonctions analytiques à *l'existence* [souligné par moi] de

synthétiques de géométrie telle que la définit Felix Klein par la propriété structurale d'invariance par rapport à un groupe de transformations[37] , qui précède la détermination d'une métrique) et des méthodes de calcul analytique en coordonnées rectangulaires issues du cartésianisme[38].

Le problème de ces genèses a une face purement philosophique, manifeste dans les questions classiques du même et de l'autre, du tout et de la partie, de l'intrinsèque et de l'extrinsèque, de l'achevé et l'inachevé, de l'essence et de l'existence. Mais « ce n'est que dans le mouvement propre des théories mathématiques que se présentent [...] les distinctions [les dissociations] nécessaires à sa solution[39] ». Ou, comme je l'ai cité en exergue, « la pensée s'engage nécessairement dans l'élaboration d'une théorie mathématique dès qu'elle veut résoudre de façon précise un problème susceptible d'être posé de façon purement dialectique », les mathématiques étant « la matière la plus proche des Idées ».

Du point de vue technique, la généralisation est donc analyse et non recherche d'un genre plus étendu. Cette remarque, très pertinente, modifie la perception superficielle que l'on a des procédures des mathématiques modernes. Bien des structures abstraites sont nées, en effet, d'un processus d'analyse d'entités aussi familières et acceptées comme évidentes que les nombres entiers (Dedekind, *Que sont et à quoi servent les nombres ?* 1888)[40] ou les figures de la géométrie euclidienne (Hilbert, *Les fondements de la géométrie*, 1899). Comme le souligne Lautman, « toute une conception de l'intelligence mathématique, issue du platonisme et du cartésianisme, est en jeu dans cette distinction »[41]. Lautman veut dire que les idées simples ne sont pas simples ; plus clairement les idées simples ne sont pas premières ; elles

---

domaines de base, définis dans leur totalité par leurs propriétés topologiques. Les conditions relatives à l'existence de la dérivée en chaque point [étude locale] ne jouent plus le premier rôle, et la fonction n'est plus tant définie en chaque point du domaine que parce qu'elle est appropriée au domaine tout entier [étude globale] [...] À la conception globale de Riemann s'oppose la conception locale de Weierstrass ». Ce texte, qui n'est pas unique dans son genre à travers les écrits de Lautman, est remarquable de pénétration.

37. C'est l'apport du fameux « Programme d'Erlangen ». Ainsi, la géométrie euclidienne est caractérisée par l'invariance des figures par le groupe des déplacements, la géométrie affine caractérisée par l'invariance par une transformation linéaire, la géométrie projective par l'invariance par une transformation homographique. Une homographie sur Δ est une bijection de Δ sur elle-même telle si m a pour image m' par cette bijection les abscisses de m et m' dans un repère projectif sont liées par la relation $x' = \frac{ax+b}{cx+d}$ avec $ad - bc \neq 0$ et la double convention 1°) si $x = -\frac{d}{c}$, alors $m' = \infty$ (le point à l'infini de Δ; 2°) si $m = \infty$, alors m' a pour abscisse $x' = \frac{a}{c}$. Une homographie ne change pas le birapport (ou rapport anharmonique) de quatre points. Si A, B, C, D sont quatre points distincts d'une droite on appelle birapport de (A,B) et (C,D) le rapport des mesures algébriques suivant : $\frac{\overline{CA}}{\overline{CB}} \Big/ \frac{\overline{DA}}{\overline{DB}}$.

38. Lautman, 2006, p. 100-105.

39. Lautman, 2006, p. 67.

40. Édition française dans Dedekind , 2009 (traduction, introduction et notes de Hourya Benis Sinaceur).

41. Lautman, 2006, p. 80.

naissent d'un processus de dissociation qui intervient à un moment déterminé de l'histoire et dont l'effectuation est liée à la recherche de la solution d'un problème donné.

Du point de vue philosophique, mettre en question la généralité par subsomption, c'est restreindre, sinon rejeter, l'applicabilité de l'analyse logique issue des *Catégories* d'Aristote. L'armature logique du discours est *autre chose* que la fluidité du réel. Tandis que les sciences, même abstraites, ne sont pas aussi étrangères à cette fluidité. Dire ainsi que les choses sont « à l'image » des Idées ou « participent » des Idées, ce n'est pas affirmer l'éternelle immuabilité des Idées par rapport aux choses variables, ce qui aurait pour conséquence un divorce inévitable entre le monde des Idées et celui des choses, et le rejet de ce dernier dans l'irrationalité d'un chaos impénétrable, incompréhensible. C'est, pour Lautman, affirmer qu'il y a un développement parallèle et des choses et des Idées. Ce parallélisme, qu'il appelle « harmonie », instaure l'unité du monde tel qu'il est et du monde tel qu'il est pensé. Les mathématiques offrent le moyen de *concevoir* et de *connaître* avec précision cette unité qui les dépasse [« domine »] en ce qu'elles ne la *créent* pas. Dire que les Idées sont dominatrices signifie qu'elles orientent et expliquent la convergence des théories mathématiques différentes entre elles, et la convergence de ces mathématiques avec les théories physiques et avec la dynamique des phénomènes. Mais alors on s'aperçoit que le terme « Idée », avec un i majuscule, n'a plus le sens de « schéma de structure », mais celui de ce qui fonde et engendre les schémas de structure. C'est le sens proprement dialectique (ou métaphysique) de ce terme.

2. La dialectique

2.1 *Le sens mathématique*

Le terme apparaît dans l'introduction de l'*Essai sur les notions de structure et d'existence en mathématiques*, p. 131 :

> Des résultats partiels, des rapprochements arrêtés à mi-chemin, des essais qui ressemblent encore à des tâtonnements, s'organisent sous l'unité d'un même thème et laissent apercevoir dans leur *mouvement* une *liaison*[42] qui se dessine entre certaines idées abstraites, que nous proposons d'appeler dialectiques.

Et un peu plus loin :

> Les idées que nous inscrivons en tête de chacun de nos chapitres et qui nous paraissent *dominer*[43] le mouvement de certaines théories mathématiques, pour être concevables indépendamment des mathématiques, ne sont néanmoins pas susceptibles d'une étude directe. Elles n'existent que par rapport à une matière qu'elles pénètrent d'intelligence, mais on peut dire en revanche que ce sont

42. Souligné par moi.
43. Souligné par moi.

> elles qui confèrent aux mathématiques leur éminente valeur philosophique [...] [L]es théories mathématiques constituent pour nous un donné au sein duquel nous nous efforcerons de dégager la réalité idéale à laquelle cette matière participe.

Après quoi suivent ici les études de couples de notions *duales* : local/global, prolongement/métrisation initiale (définition d'un ds^2 déterminée par la topologie de l'espace global), propriétés intrinsèques/propriétés induites ou propriétés structurales/propriétés de situation, propriétés du tout/propriétés relatives à une partie, essence/existence. À quoi il faut ajouter les notions duales fini/infini, continu/discontinu qui apparaissent constamment dans d'autres passages. La dialectique mathématique est essentiellement constituée par la *dualité* entre entités complémentaires ou même convertibles l'une en l'autre par des procédures inversibles. La dialectique est le *passage* d'un aspect à l'autre, d'un point de vue à un autre, et la *coexistence* de ces différents aspects dans le même être, ou plutôt dans le même devenir. La dialectique n'est pas opposition de contraires mais mouvement de décomposition du même en l'autre, transformation de l'un en multiples, feuilletage d'une notion d'abord compacte, déploiement d'une richesse implicite, complexification de ce qui paraissait simple. C'est comme un point qui laisse voir un faisceau. D'où les multiples chemins qui vont relier ce point à d'autres éléments qui joueront, dans leur domaine propre, le rôle de « point ». La complexification locale d'un concept donné s'accompagne d'une schématisation globale des mathématiques en différents domaines devenus, d'une certaine manière à préciser et jusqu'à un certain point à déterminer, miroirs l'un de l'autre.

D'où la conclusion du chapitre I de l'*Essai sur l'unité des sciences mathématiques dans leur développement actuel :*

> Les exemples que nous avons donnés permettent de comprendre que s'il y a des *modes de pensée différents*[44] en mathématiques, il est peu vraisemblable qu'à ces différences de méthodes correspondent des différences de domaines.
>
> La *dualité*[45] des types de décomposition [...] n'aboutit pas à constituer deux mathématiques différentes. [...] Les *mêmes êtres*[46] sont étudiables de deux façons et c'est cette rencontre des méthodes qui fait l'unité profonde des mathématiques[47].

Or la *convergence* [souligné par moi] de résultats ou méthodes arithmétiques, analytiques, algébriques « ne s'explique que par la *structure dialectique commune* [souligné par moi] auxquelles ces trois théories participent[48] ».

---

44. Souligné par moi.
45. Souligné par moi.
46. Souligné par moi.
47. Lautman, 2006, p. 98.
48. Lautman, 2006, p. 250.

Un peu plus haut, Lautman soulignait la solidarité entre un domaine et les méthodes d'investigation dudit domaine, ce qui signifiait qu'un outil (une méthode) est conçu à l'origine pour résoudre un problème donné d'un domaine donné. Après quoi on peut s'apercevoir que le même outil permet d'ouvrir d'autres serrures, situées en des régions différentes. Ici, Lautman souligne, au contraire, que la diversité des *types de méthode*, arithmétique, analytique ou algébrique, ne signifie pas vraiment la diversité des domaines correspondants (arithmétique, analyse, algèbre), parce que la diversité est contrebalancée par une convergence qui pointe du doigt une certaine unité *supérieure*, que Lautman qualifie de « structure dialectique commune ». Est esquissé un mouvement de « montée », dont nous allons voir ce qu'il traduit.

2.2 *Le sens métaphysique*

Dans sa lettre à Fréchet du 1er février 1939[49], Lautman propose de préciser comment il entend « dialectique » au sens platonicien, cet adjectif concernant des questions qui ne sont pas proprement mathématiques mais philosophiques. Aussitôt après, Lautman distingue entre, d'une part, les notions, comme celles de tout, de partie, de structure, d'existence et, d'autre part, les Idées, qu'il conçoit comme problèmes d'élaboration de *relations* entre notions : ainsi, le problème de savoir si des propriétés globales peuvent s'inscrire dans des propriétés locales (problème mathématique concrétisant le problème dialectique des rapports du tout et de la partie).

> *Même si, historiquement ou psychologiquement, c'est l'existence de la réponse qui suggère l'Idée de la question (l'existence de théories mathématiques permettant de dégager le problème dialectique auquel elles répondent), il est de la nature d'une question d'être rationnellement et logiquement antérieure à la réponse* [souligné par Lautman].

À la lumière de la philosophie de Heidegger, Lautman transforme les problèmes, qui sont le moteur reconnu du développement de nouvelles notions mathématiques, en Idées motrices, productrices de relations, celles-ci étant elles-mêmes à l'origine de nouveaux êtres mathématiques. Derrière Heidegger se profile le mode de philosopher des dialogues socratiques de Platon, où les questions sont plus déterminantes que les réponses, celles-ci aboutissant à des apories, tandis que les premières ont secoué nos habitudes spontanées de penser.

Lautman parle ici non pas de la dialectique interne des mathématiques, manifestée par la dualité de nombreux couples de leurs notions, mais d'une dialectique externe aux mathématiques et qui permet d'accéder à « une réalité plus cachée qui constitue un véritable monde des Idées[50] ». Affirmation platoniste surprenante sous la plume de quelqu'un qui a plaidé

---

49. Lautman, 2006, p. 260.
50. Lettre à Fréchet, Lautman, 2006, p. 263.

contre l'existence séparée des Idées et pour une participation effective, une pénétration réciproque du sensible et de l'intelligible. Une réponse à Cavaillès va nous éclairer davantage : « Il y a dans l'expérience, écrit Lautman, plus que l'expérience [...] saisir au-delà des circonstances temporelles de la découverte la réalité idéale, indépendante de l'activité de l'esprit. » Là, c'est bien clair, il y a bien un monde des Idées indépendant de ma pensée et une réalité idéale indépendante de l'activité de l'esprit. Mais qu'on y prenne garde ! Ce platonisme affirmé ne se situe pas au niveau de l'activité mathématique, mais au niveau ontologique proprement dit. Le second niveau fonde le premier. Lautman n'a pas besoin de soutenir un platonisme *mathématique* (pour lui les Idées ou schémas de structure du monde mathématique sont concrètement investis dans différentes régions de ce monde) parce qu'il adhère à un platonisme *philosophique* : il pose une réalité idéale, à laquelle participent les mathématiques et garante selon lui de l'objectivité de leurs théories.

Pour rappel, la dialectique platonicienne se caractérise par la méthode anagogique (*anagoge* : montée) d'élévation du sensible au monde des Idées, la montée du visible à l'invisible, cet invisible que Lautman nomme la réalité cachée à l'arrière-plan des mathématiques (2006, p. 131).

Cependant, Lautman fait une lecture « moderne » de Platon inspirée des commentaires de Léon Robin[51] et d'Oskar Becker[52]. Selon lui, ces commentateurs modernes ont insisté sur le fait que « ces Idées ne sont pas les essences immobiles et irréductibles d'un monde intelligible, mais qu'elles sont *liées* [souligné par moi] les unes aux autres selon les schèmes d'une dialectique supérieure *qui préside à leur venue* [souligné par moi][53] ». Cela est bien différent de la doxa du « platonisme mathématique », qui affirme l'existence statique d'êtres abstraits (paradigmatiquement les ensembles actuellement infinis) qu'on ne sait pas construire en un nombre fini d'étapes. Les Idées platoniciennes de Lautman sont non seulement justificatrices mais actives ; ce qui importe, c'est leurs liaisons et le fait que ces liaisons donnent naissance à de nouvelles Idées. En un mot, comme il l'écrit lui-même, Lautman « introduit du devenir au sein des Idées[54] ». C'est pourquoi sa métaphysique est une dialectique. Mais en utilisant le même terme que d'autres philosophes des mathématiques contemporains (Cavaillès et Gonseth notamment), Lautman lui donne un sens qui le distingue bien nettement des autres. Pour Lautman, la Dialectique, au sens métaphysique, se décline en deux sens : d'une part les Idées sont, du fait même de leurs liaisons, animées de mouvement,

51. Son *Platon* est publié en 1935.

52. Lautman cite l'article de cet auteur intitulé « Die diairetische Erzeugung der platonischen Idealzahlen », publié dans la revue dirigée par O. Neugebauer, J. Stenzel, O. Toeplitz : *Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik*, tome I, 1929. L'article « Mathematische Existenz » est de 1927.

53. Lautman, 2006, p. 230.

54. Lautman, 2006, p. 231.

d'autre part l'*anagoge* consiste à « remonter aux idées dont la science incarne les liaisons[55] ». Cette remontée permet d'appréhender et de comprendre les schémas de genèse qui ont pour résultat la « venue » des Idées et l'apparition concomitante de notions mathématiques.

3. Schémas de genèse

Comme dans le cas de la dialectique, il y a deux sens de la genèse des notions mathématiques, dont je rappelle que c'est le problème auquel Lautman s'est principalement attaqué : « Nous essaierons de dégager une philosophie des genèses mathématiques[56]. » Il y a une genèse mathématique interne et une genèse métaphysique des notions mathématiques, qui est censée remplacer la déduction transcendantale de style kantien.

3.1 Genèse mathématique interne

Elle est une « procession des êtres mathématiques les uns à partir des autres[57] ». Elle se fait dans l'indissoluble association du concret et de l'abstrait, de la structure et de l'existence, du domaine global et des êtres distingués, en un mot de la matière et de la forme. L'analyse des « mixtes » a pour conséquence « l'engagement du concret dans la genèse de l'abstrait » par l'instauration d'une relation « d'imitation [...] entre la structure de cet abstrait et celle du concret de base »[58]. Réciproquement il y a aussi engagement de l'abstrait dans la genèse du concret, de la structure à la découverte de modèles inattendus ou d'êtres nouveaux. Par exemple, les représentations linéaires d'un groupe abstrait constituent un passage de la structure à l'existence. Le cas n'est pas rare où « l'on voit une structure *préformer* [souligné par moi] l'existence d'êtres abstraits sur le domaine que cette structure définit[59] ». Ainsi le genre[60] d'une surface de Riemann constitue un passage de la structure topologique de la surface à l'existence d'intégrales abéliennes partout finies et linéairement indépendantes sur ladite surface. « Le passage de l'essence à l'existence devient ainsi une liaison entre la décomposition [l'analyse] structurale d'un être et l'existence d'autres êtres que cette

55. Lautman, 2006, p. 234 (on se serait attendu ici à un i majuscule pour le mot idée).
56. Lautman, 2006, p. 181.
57. Lautman, 2006, p. 171.
58. Lautman, 2006, p. 195.
59. Lautman, 2006, p. 187.
60. On peut par déformation continue donner à une surface de Riemann la forme d'un disque à deux faces percé de trous ; le nombre p de ces trous représente un invariant topologique de ladite surface ; on appelle p le genre de la surface. Ce nombre p détermine le nombre maximum $2p$ de courbes fermées que l'on peut tracer sur cette surface sans la diviser en deux régions séparées ; il mesure également le nombre maximum d'intégrales abéliennes partout finies linéairement indépendantes définissables sur cette surface. On appelle intégrale abélienne une intégrale de la forme $R(x,y)dx$ où R est une fraction rationnelle et où x et y sont liées par la relation $P(x,y) = 0$ avec P polynôme à deux variables.

décomposition fait naître[61]. » De même, en théorie du corps de classes quadratiques[62], pour qu'il existe dans k un nombre m tel que $k(\sqrt{m})$ soit corps de classes, il faut que le nombre h des classes d'idéaux dans k soit pair. Lautman exprime cette condition nécessaire en disant que « l'existence d'un être *émerge* [souligné par moi] de la décomposition structurale d'un domaine de base[63] ». Justement, Lautman souligne que le nombre p ou le nombre h a un double sens : à la fois structural et créateur d'existences. Et il ajoute que ce qui est abstrait dans un certain schéma de genèse peut fort bien être, dans un autre schéma, le concret d'un nouvel abstrait. Ainsi, un groupe peut être conçu comme structure abstraite par rapport à un espace de points constituant le domaine de base, et jouer le rôle de domaine concret par rapport aux représentations du groupe. « L'élément essentiel dans le passage de l'essence à l'existence, ce n'est pas tant la nature du rôle assumé par chacun des genres de l'être en présence que l'existence même du *passage* [souligné par moi] entre deux genres de l'être[64]. » C'est le mouvement dialectique qui engendre de nouveaux êtres à partir d'une structure tout en permettant de dégager la structure de ces êtres nouveaux. On peut dire que, tandis que certains voient les idées d'essence et d'existence comme séparées par une sorte de gouffre qui ne se comble pas forcément, par exemple dans le cas d'une théorie logiquement incomplète comme l'est celle de l'arithmétique élémentaire, Lautman n'y voit que liaisons renouvelées, surajoutées les unes aux autres, imbriquées les unes dans les autres. Ces liaisons ne sont cependant pas strictement logiques, mais spécifiques de la substance mathématique même, travaillée tant par les problèmes que par les structures explicitées ou émergentes. Si l'on veut absolument parler de « logique », alors il faut employer l'expression « logique dialectique ». Lautman le fait effectivement, apportant sa propre contribution à la tendance logico-philosophique de son époque, qui découvrait à la fois le mouvement du concept (Hegel), la capacité tant explicative que créative des structures (structuralisme mathématique), et le rôle de l'histoire effective dans l'émergence de structures, ce qui pulvérise la tentation d'hypostasier les structures en essences immobiles et éternelles, la tentation des arrière-mondes. Mais même la logique

61. Lautman, 2006, p. 190.

62. Soit k un corps. Certains sur-corps K de k sont appelés corps de classes. Les corps K entretiennent une relation remarquable avec les sous-groupes H du groupe G de tous les idéaux de k. Un sur-corps de k est quadratique s'il est de la forme $k(\sqrt{m})$, c.-à-d. si l'on adjoint à k la racine carrée d'un élément m de k.

63. Lautman, 2006, p. 191.

64. Lautman, 2006, p. 194.

dialectique reste en deçà du « mouvement propre » des liaisons mathématiques. C'est ce que je vais expliquer tout de suite.

3.2. *Le réel mathématique*

C'est :

– tantôt les faits mathématiques,
– tantôt les êtres mathématiques,
– tantôt les théories mathématiques,
– tantôt les Idées qui dominent ces théories[65].

> Loin de s'opposer, ces quatre conceptions s'intègrent naturellement les unes dans les autres : les faits consistent dans la découverte d'êtres nouveaux, ces êtres s'organisent en théories et le *mouvement* de ces théories *incarne* [souligné par moi] le schéma des liaisons de certaines Idées.

Si la réalité mathématique pose un sérieux problème, ce n'est ni sur le plan des faits, qu'on peut constater et décliner historiquement, ni sur celui des êtres, qui sont factuellement imposés par la nécessité de calculs et raisonnements spécifiques, ou suffisamment déterminés par leur caractérisation et leur implication dans diverses méthodes ; mais c'est plutôt sur le plan des théories ; ce sont elles qui sont concernées par les distinctions introduites par l'esprit, tandis que les faits et les êtres, bien que d'une richesse souvent plus grande que prévu, constituent des unités. Sur le plan des théories,

> la nature du réel se dédouble ; nous avons montré [...] comment les théories mathématiques sont susceptibles d'une double caractérisation, l'une qui porte sur le *mouvement propre* [souligné par moi] de ces théories, l'autre sur les *liaisons d'idées* qui *s'incarnent* [souligné par moi] dans ce mouvement. Ce sont là deux éléments distincts dont la réunion constitue à notre avis la réalité inhérente aux mathématiques [...][66].

Lautman affirme à la fois « [l']union intime et [l']indépendance complète de la logique dialectique », telle qu'il la conçoit, et des mathématiques.

> Les théories mathématiques se développent par leur force propre, dans une étroite solidarité réciproque et *sans référence aucune* [souligné par moi] aux Idées que leur mouvement rapproche. Les schémas logiques que le philosophe découvre alors dans ce mouvement ne peuvent avoir la netteté de contours qu'auraient des règles données antérieurement à l'expérience, *ils n'ont d'existence qu'unis à ces théories qui se font en même temps qu'eux* [souligné par moi], et s'ils empiètent tous les uns sur les autres, c'est pour pouvoir mieux soutenir le magnifique et universel réseau des relations mathématiques[67].

65. Lautman, 2006, p. 223.
66. Lautman, 2006, p. 227.
67. Lautman, 2006, p. 221.

Ici, il faut noter un problème d'interprétation. En effet, page 221, Lautman nous dit que les théories mathématiques se développent « sans *référence* [souligné par moi] aucune aux Idées que leur mouvement rapproche ». D'autre part, il écrit que ce mouvement « *incarne le schéma* [souligné par moi] des liaisons de certaines Idées ». Je comprends cette double déclaration de la manière suivante : le mouvement des théories n'est pas une *application* des liaisons d'Idées, puisque ces liaisons *ne préexistent pas* au mouvement ; elles en sont contemporaines. Le mouvement des théories mathématiques est *l'incarnation*, la réalisation, des schémas de liaisons d'Idées dont *nous n'avions pas connaissance* avant ladite réalisation. Ce mouvement est *le passage au réel*, qu'il engendre. Autrement dit, le mouvement des théories a un effet sur le rapprochement des Idées, en même temps qu'il incarne ce rapprochement qui prend l'aspect ou la forme de schémas de liaisons émergents. On pourrait objecter que les liaisons d'Idées peuvent exister sans que nous en ayons connaissance, mais cette disjonction de l'être et du connaître ne cadre ni avec la mobilité agissante et le pouvoir créateur que Lautman a insufflé au monde des Idées de Platon ni avec le fait que, réciproquement, ce monde ne m'est donné, selon Lautman, que dans l'expérience. Le monde des Idées n'est pas un arrière-monde séparé, il est incarné, éprouvé et connu au sein de l'expérience. En ce sens, et en dépit de sa coloration platonicienne, la philosophie de Lautman n'est pas *stricto sensu* celle d'un *réalisme* des Idées. Pour un réaliste, en effet, les idées existent indépendamment et antérieurement à l'expérience et à la connaissance que nous en avons. Elle n'est pas non plus un constructivisme, dans la mesure où l'être n'est pas *réduit* à la connaissance. Pour Lautman, l'être est contemporain du connaître, il se « dévoile » dans le connaître, mais il ne se réduit pas au connaître ; c'est juste que nous n'avons pas d'autre moyen de l'appréhender que par le connaître. L'être nous apparaît, mais ce qui apparaît n'est pas une apparence. La philosophie de Heidegger va apporter quelques expressions dont Lautman se saisit pour exprimer ce double refus du réalisme strict (qui se réclame de Platon) et du constructivisme pur (issu du kantisme).

Mon interprétation est étayée sur les données suivantes. D'une part il n'y a, pour Lautman (comme pour Cavaillès), aucun *a priori* catégoriel, préformant l'expérience. « Le seul élément *a priori* que nous concevions est *donné dans l'expérience* [souligné par moi] de cette urgence des problèmes, antérieure à la découverte de leurs solutions ». Pourtant, d'autre part et contrairement à Cavaillès, Lautman décrit la nature de cet *a priori* de la manière suivante : « au-delà des conditions temporelles de l'activité mathématique, mais au sein même de cette activité, apparaissent les contours d'une réalité idéale qui est dominatrice par rapport à une matière mathématique qu'elle *anime* [souligné part moi], et qui pourtant, sans cette matière, ne saurait *révéler toute la richesse* [souligné part moi] de son pouvoir formateur[68] ».

68. Lautman, 2006, p. 229-230.

Ce qui se révèle n'est pas un être mais un pouvoir. Il n'est pas question pour Lautman du pouvoir de la pensée, mais il est question de la puissance de l'Être, question donc du Devenir. Un pouvoir ne se laisse pas enfermer dans des catégories prédéterminées ; il n'en a pas moins une *réalité active*. Quelle vision peut, sur le plan métaphysique, rendre compte de cette réalité active ?

3.3 Genèse métaphysique des mathématiques

Contre l'empirisme et le néo-positivisme logique du Cercle de Vienne, Lautman veut non pas éliminer la métaphysique au profit de la logique, mais dégager « la métaphysique de la logique », c'est-à-dire justifier ontologiquement le passage de la structure aux réalisations, du domaine global aux êtres qui naissent de sa caractérisation (pas seulement les éléments qui appartiennent aux domaines en question, mais aussi les éléments que l'on découvre liés à lui), de l'essence à l'existence. Il veut faire la « théorie générale des liaisons qui unissent les considérations structurales aux affirmations d'existence[69] ». Cette théorie tient en une genèse de l'existant à partir de la Dialectique des Idées. Celle-ci implique de distinguer les *notions* dialectiques des *Idées* dialectiques[70]. Les Idées « envisagent » les relations *possibles* [souligné par moi] entre notions dialectiques. Lautman pense que cette Dialectique « domine » les théories mathématiques dans le sens où le possible domine le réel, mais, à strictement parler, elle ne les *crée* pas, ne les *engendre* pas. Il récuse en effet l'interprétation cosmologique, appuyée sur l'idée de *création*, de cette relation de domination comme celle dans laquelle une matière sensible existerait à titre de réceptacle pour les Idées qui l'organisent en monde. En ce qui concerne les mathématiques, Lautman refuse en effet « l'interposition contingente d'une Matière hétérogène aux Idées » autant que la coupure entre dialectique métaphysique et mathématique[71]. Des Idées (ordre ontologique des Idées de relations possibles) aux mathématiques (ordre ontique des théories mathématiques effectives) il y a selon lui « émanation » ou « procession », et pour en rendre compte il recourt à une interprétation transcendantale de style heideggerien, appelée à rendre compte du fait que les théories mathématiques *procèdent* de la Dialectique des Idées sans être *engendrées* par elle.

Plus précisément, Lautman entend « montrer qu'un *effort* de *compréhension adéquate* [souligné par moi] des Idées dialectiques est, par le fait même qu'il s'applique à connaître les liaisons internes de cette dialectique,

69. Lautman, 2006, p. 179. Notons que Lautman ne s'arrête absolument pas à la disjonction entre structure (ou syntaxe) et existence (ou réalisation sémantique) qui est le fait de théories incomplètes et qui a fait couler tant d'encre.

70. Lautman, 2006, p. 242-243.

71. Lautman, 2006, p. 238. La relation va de l'une à l'autre *et inversement* : les mathématiques sont un « modèle où observer comment les choses viennent à l'existence » (p. 242).

créateur de systèmes de notions plus concrètes où s'affirment ces liaisons». Et il poursuit aussitôt: «La genèse n'est plus alors conçue comme la *création matérielle* [souligné par moi] du concret à partir de l'Idée, mais comme *la venue* [souligné par moi] des notions relatives au concret au sein d'une analyse de l'Idée.» «La venue» des notions, c'est-à-dire l'apparition, la manifestation ou l'auto-manifestation, laquelle n'est pas une création et n'est cependant pas indépendante de «l'effort» de connaître. Mode de raisonnement qui est la réplique de celui par lequel Heidegger affirme que le dévoilement de la vérité ontologique de l'être ne peut se faire sans que se dessinent simultanément les aspects de l'existence ontique[72]. Ainsi, le souci[73] de connaître ce qui fait l'essence d'un concept n'est peut-être pas primitivement orienté vers les réalisations de ce concept, mais «l'analyse conceptuelle aboutit nécessairement à projeter comme au-devant du concept les notions concrètes en lesquelles il se réalise ou s'historialise[74]». Lautman relève le primat des préoccupations anthropologiques de la phénoménologie de Heidegger, mais pour lui la distinction ontologie/ontique a une portée générale par le fait que la «genèse des notions relatives à l'Existant [se produit] au sein de l'analyse des Idées relatives à l'Être[75]». La question est alors: quelle est la signification de «l'effort de compréhension»? Ou, en d'autres termes, quel est le sujet de l'analyse des Idées et de l'*anagoge* vers elles? C'est, me semble-t-il, le philosophe en tant qu'il est le témoin du pouvoir, de la puissance du Devenir, et *l'interprète* de l'incarnation des Idées dans le réel mathématique. C'est ainsi que je le comprends, bien que Lautman ne soit pas très explicite sur ce point, ne serait-ce que parce qu'il est partie prenante dans la philosophie, alors dominante, de l'effacement du sujet, qu'il s'agisse du sujet mathématicien ou du sujet philosophe, au profit de l'objet. Cependant, j'évoque le sujet philosophe, et non le sujet mathématicien, dans la mesure où l'*anagoge* est une démarche éminemment philosophique.

En tout état de cause, Lautman affirme l'antériorité de la Dialectique par rapport aux mathématiques tout en précisant que cette antériorité

- n'est pas selon l'ordre chronologique de la création;
- n'est pas selon l'ordre de la reconstruction logique. La dialectique ne fait pas partie des mathématiques, et ses notions sont sans rapports avec les notions primitives d'une théorie (déductive). Le

72. Comme l'explique Lautman, l'ontologie est relative à l'essence, l'ontique est la vérité (*aletheia*) de l'existant, dans sa relation aux situations effectives de l'existence concrète (Lautman, 2006, p. 239).

73. Ce terme heideggerien est employé par Lautman, par exemple dans Lautman, 2006, p. 229.

74. Lautman, 2006, p. 239-240.

75. Lautman, 2006, p. 240, ou encore «la production de notions relatives à l'existence concrète naît d'un effort de compréhension de concepts plus abstraits». Lautman s'appuie surtout sur l'article «Vom Wesen des Grundes», dans *Qu'est-ce que la métaphysique?*, que Gallimard venait de publier, en 1938.

renouvellement constant du sens des notions montre que la nécessité de fait, induite par des difficultés internes, précède la théorie déductive relatives aux notions renouvelées[76];
– n'est pas selon l'ordre de la connaissance, car la méthode de la philosophie mathématique est analytique et régressive : on remonte de l'appréhension globale d'une théorie aux relations dialectiques que cette théorie incarne (*anagoge* platonicienne), et il est inutile de dresser un *a priori* dont la connaissance serait préalable à la compréhension des mathématiques.

Cette considération concerne l'effort du philosophe, tandis que les deux précédentes sont relatives à la substance dynamique des mathématiques.

L'antériorité est celle du « souci » ou de la « question » par rapport à la réponse. Il s'agit là d'une antériorité « ontologique », pour reprendre l'expression de Heidegger.

Or Heidegger définit la transcendance comme dépassement du sujet vers l'existant. Lautman commente :

> Il en résulte que la transcendance appartient en propre à la réalité humaine, qui ne saurait être conçue autrement qu'orientée vers le monde. En décrivant ainsi la transcendance comme un acte de rapprochement, et non comme un état de séparation, Heidegger n'entend point atténuer la distinction ontologique qui sépare le dévoilement de l'être et la manifestation de l'existant, mais il a voulu insister sur le fait que la *genèse* et le *développement* [souligné par moi] de l'existant étaient le prolongement nécessaire d'un *effort de dévoilement* [souligné par moi] de l'être. On peut à propos de la relation des Idées de la Dialectique aux mathématiques décrire une situation analogue [...] [il y a une] *genèse* [souligné par moi] des mathématiques à partir de la Dialectique, [un prolongement de celle-ci dans celles-là].

Se repose ici la question, vue plus haut, de savoir quelle interprétation donner à la transcendance si on s'interdit tout humanisme ou tout anthropologisme. Paraphrasant ce que Lautman dit de Husserl[77], dirons-nous qu'il penche pour une harmonie, non préétablie certes, mais qui s'actualise dans l'effort d'ajustement de l'esprit à un réel qu'il est disposé à accepter comme tel ? Lautman a cherché une voie moyenne entre le logicisme, attitude statique qui veut réduire les mathématiques à un petit nombre de principes premiers[78], et le psychologisme, qui dissout toute objectivité dans les aléas du dynamisme d'un sujet opérateur[79]. Pour Lautman, le dynamisme est

---

76. Lautman, 2006, p. 128.

77. Lautman, 2006, p. 59.

78. Lautman, 2006, p. 148 : « La véritable logique n'est pas a priori par rapport aux mathématiques mais il faut à la logique une mathématique pour exister. »

79. Lautman, 2006, p. 129.

ontologique, et le sujet n'est opérateur qu'en tant qu'il participe à l'avènement du réel et qu'il se met en situation d'accueillir cet avènement.

Conclusion

Il faut donc distinguer et surtout réunir deux sortes de genèse[80] :

- la « venue » des mathématiques à partir de la Dialectique, c'est-à-dire la réalisation, le passage au réel mathématique des Idées de relations possibles ;
- celle des schémas de genèse montrant diverses manières dont la structure d'un domaine « est adaptée » à la mise en évidence de certains êtres nouveaux. Cette genèse-ci se fait selon une relation d'imitation : affinités structurales entre théories avec des domaines différents : nombres, fonctions, algèbres. Ou bien selon une relation d'expression, par exemple entre le discontinu et le continu, lorsque la structure algébrique ou topologique enveloppe l'existence d'êtres analytiques définissables sur cette structure. C'est à ce niveau, qui est le niveau mathématique proprement dit, que s'effectuent les corrélations dans des couples de *notions* comme le tout et la partie, les propriétés de situation et les propriétés de structure, les domaines de base et les êtres définis sur ces domaines, etc.

Il n'y a pas de différence de nature entre ces deux sortes de genèse.

On pourrait dire en termes platoniciens que la participation des Idées entre elles obéit aux mêmes lois que la participation des Idées aux genres suprêmes et aux nombres Idéaux ; dans l'un et l'autre cas la philosophie mathématique se propose d'assister à *l'acte* [souligné par moi] éternellement recommencé de la genèse d'un Univers.

Ce texte semble indiquer un troisième niveau, au-dessus de celui des notions et au-dessus de celui des Idées : le niveau des « genres suprêmes et [des] nombres Idéaux », qui serait la source de la Dialectique transcendantale. Ce troisième niveau, s'il était bien dans le fil de la pensée de Lautman, pose évidemment la difficulté dite « du troisième homme », c'est-à-dire, en clair, la difficulté d'expliquer les relations dialectiques des genres suprêmes et des nombres Idéaux par participation entre eux et par participation à ce qui serait un quatrième niveau. Je n'ai pas de solution pour cette difficulté dans le cadre des thèses philosophiques de Lautman.

Je m'en tiens donc à penser que Lautman professe un platonisme revu à la lumière de la phénoménologie heideggérienne. C'est Platon revisité, à peu près tel que l'envisageait Heidegger lui-même, qui cherchait à réaffirmer la primauté de l'être, à un stade « antérieur » aux distinctions conceptuelles de la réfutation sophistique, de la dialectique socratique, ainsi que de la

80. Lautman, 2006, p. 256.

« logique » aristotélicienne qui a introduit les « aspects » de l'être, décliné « en tant que » ceci et « en tant que » cela. Il faut remonter (*anagoge* platonicienne) jusqu'à l'Unité d'où procède la multiplicité, l'unité de l'Idée dont les liaisons aux autres Idées s'incarnent dans le réel mathématique. L'Être se dévoile dans le connaître. Comme le fait observer Lautman[81], il ne faut pas s'étonner de voir Platon et Heidegger voisiner dans ses analyses avec la loi de réciprocité quadratique. De fait, selon lui, le « rapprochement de la métaphysique et des mathématiques n'est pas contingent mais nécessaire ». Ainsi, selon les propres termes de Heidegger, cité par Lauman, « s'il appartient à la vérité ontique d'être "état manifeste de l'existant", la vérité ontologique est [...] "dévoilement entendu comme la vérité sur l'être" »[82]. Mais, au moins dans la connaissance mathématique, ce dévoilement de la vérité ontologique ne peut se faire sans que « se dessinent en même temps les aspects concrets de *l'existence ontique* ».

La position de Lautman est très différente de celle de Cavaillès qui, tenté par l'intentionnalité husserlienne en guise de dépassement du dualisme de la matière et de la forme, s'en est tenu à un spinozisme dialectisé tout en donnant l'exclusivité au niveau épistémologique dans une perspective post-critique, laissant de côté l'aspect métaphysique[83]. Pour Cavaillès, la dialectique interne des idées mathématiques, objective et autonome, est exclusivement vue du côté de l'objet et de la structure démonstrative *in concreto*, sans aucune place pour un « effort [humain] de dévoilement » de ce qui est. Cavaillès et Lautman ont eu des lectures divergentes des *Étapes de la philosophie mathématique* de Léon Brunschvicg, leur maître à tous deux. Pour Lautman, « l'objectivité mathématique est bien l'œuvre de l'intelligence humaine dans son effort pour triompher des résistances de la matière sur laquelle elle travaille ». Mais, contrairement à Cavaillès, il ne voit pas dans cette affirmation le projet d'une psychologie de mathématicien, mais bien la « caractérisation intrinsèque du réel [mathématique][84] ». Car, pour lui, l'objectivité du travail de l'intelligence est à la fois « enracinée » [*Gründung*] dans les existences mathématiques concrètes et « fondée » [*Begründung*] (autre terme âprement contesté par Cavaillès) dans la « motivation ontologique de l'existant ». L'objectivité du travail de l'intelligence est autant le produit d'un effort de dévoilement de l'être que la manifestation du processus de *genèse* des théories mathématiques à partir du mouvement des Idées, donc l'affirmation du *pouvoir agissant* des Idées. Le possible précède le réel actualisé. L'ordre du possible est l'ordre des Idées et de leur Dialectique, entre elles et à l'égard des êtres et schémas mathématiques qui en procèdent.

---

81. Lautman, 2006, p. 237.
82. Lautman, 2006, p. 239.
83. Cf. Sinaceur (Benis Sinaceur), 1994.
84. Lautman, 2006, p. 128-129.

Références

Becker, Oskar. « Beiträge zur phänomenologischen Begründung der Geometrie und ihre physikalischen Anwendungen », *Jahrbuch für Philosophie und phänomenologische Forschung* IV, 1923, p. 493-560.

——. « Mathematische Existenz, Untersuchungen zur Logik und Ontologie mathematischer Phänomene », *Jahrbuch für Philosophie und phänomenologische Forschung* VIII, 1927, p. 439-809.

——. « Die diairetische Erzeugung der platonischen Idealzahlen », dans *Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik*, *Astronomie und Physik*, tome I, n° 4, revue éditée par O. Neugebauer, J. Stenzel, O. Toeplitz, 1931.

Benis Sinaceur (ou Sinaceur), Hourya. « Lettres inédites d'Albert Lautman à Jean Cavaillès », « Lettre inédite de Gaston Bachelard à Albert Lautman », *Revue d'histoire des sciences*, Paris, PUF, tome XL-1, 1987, p. 117-129.

——. *Jean Cavaillès. Philosophie mathématique*, Paris, Presses Universitaires de France (PUF), 1994.

——. « The Nature of Progress in Mathematics : the Significance of Analogy », in E. Grosholz and H. Breger (eds.), *The Growth of Mathematical Knowledge*, Kluwer Academic Publishers, 2000, p. 281-293.

——. « From Kant to Hilbert : French Philosophy of Concepts in the Beginning of the XXth Century », in J. Ferreiros et J. Gray, *The Architecture of Modern Mathematics*, Oxford University Press, 2006, p. 349-376.

——. « David Hilbert et les mathématiques du xx^e siècle », in *Histoire des nombres*, chapitre IV, La Recherche, Paris, Éditions Taillandier, 2007, p. 40-56.

——. « Tarski's Practice and Philosophy : Between Formalism and Pragmatism », in S. Lindström, E. Palgreen, K. Segerberg et V. Stoltenberg-Hansen (eds.), *Logicism, Intuitionism, and formalism*, Springer, Synthese Library 341, 2009, p. 357-396.

Bernays, Paul. « Sur le platonisme en mathématiques », dans *Philosophie des mathématiques*, traduction, introduction et notes de Hourya Benis Sinaceur, Paris, Vrin, 2003, 1935, p. 83-98.

Cavaillès, Jean. *Sur la logique et la théorie de la science*, ouvrage posthume publié en 1947 par les soins de G. Canguilhem et Ch. Ehresmann (1905-1979) — édition de 1960, Paris, Presses Universitaires de France.

Granger, Gilles Gaston. *Formes, opérations, objets*. Paris, Vrin, 1994.

Heidegger, Martin. « Vom Wesen des Grundes », dans *Qu'est-ce que la métaphysique ?* trad. Henry Corbin, Paris, Gallimard, 1938.

Hilbert, David. *Gesammelte Abhandlungen* I, II, III, Berlin, Springer,1932 -1935.

Lautman, Albert. Rapport sur les travaux philosophiques entrepris par M. Lautman, manuscrit inédit, daté de mars 1935, Fonds ENS. Bouglé, Archives nationales cote 61 AJ, carton 96. Copie aimablement communiquée par Fernando Zalamea.

——. *Les Mathématiques, Les Idées et le Réel physique*. Présentation de Jacques Lautman. Étude de Fernando Zalamea, Paris, Vrin, 2006.

Riemann, Bernhard. 1851. « Grundlagen für eine allgemeine Theorie der Funktionen einer veränderlichen komplexen Grösse », Dissertation inaugurale reproduite dans *Gesammelte mathematische Werke* de Riemann, édité par Heinrich Weber et Richard Dedekind en 1876, 2^e éd. 1892, 3-48. Trad. franç. L. Laugel,

Œuvres mathématiques de Riemann, Paris, Albert Blanchard, 1897 ; nouveau tirage, 1968.
——. « Über die Hypothesen, welche der Geometrie zum Grunde liegen », *Habilitationsschrift* éditée par R. Dedekind dans *Abhandlungen der königlichen Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen*, Band XIII, 1867. Reproduite dans *Gesam. math. Werke*, 2e éd., 1854, 272-287.
Robin, Léon, *Platon*, Paris, Félix Alcan, 1935.
Weyl, Hermann. *Die Idee der Riemannschen Fläche*, Leipzig, Teubner, 1913.
——. *Gruppentheorie und Quantenmechanik*, Leipzig, Hirzel, 1928.