Des éléments d'analyse des pratiques de classe dans les phases de correction en calcul littéral au collège

Sylvie Coppé, Rabih El Mouhayar

Des éléments d'analyse des pratiques de classe dans les phases de correction en calcul littéral au collège

Sylvie Coppé

Maîtresse de conférences IUFM de l'Académie de Lyon, Université Lyon 1

UMR ICAR (CNRS Université Lyon 2, INRP, ENS Sciences, ENS LSH)

Rabih El Mouhayar

UMR ICAR (CNRS Université Lyon 2, INRP, ENS Sciences, ENS LSH)

Résumé : Nous présentons des résultats provenant d'un travail de thèse (El Mouhayar, 2007) qui porte sur la caractérisation, pour la France et le Liban, des pratiques de classes concernant les phases de correction en calcul littéral au collège (classe de 5ème au Liban et de 4ème en France). Cette analyse tente de mettre en lien les pratiques des professeurs et les apprentissages des élèves.
Pour cela nous avons croisé différentes analyses portant sur des données variées : étude des programmes, des manuels, questionnaire professeurs et élèves et vidéo de classe. Dans cette communication nous présenterons des résultats sur l'analyse des vidéo en terme de variabilités et régularités.

1. Introduction

Nous souhaitons présenter des résultats provenant d'un travail de thèse (El Mouhayar, 2007) qui porte sur la caractérisation, pour la France et le Liban, des pratiques de classes concernant les phases de correction en calcul littéral au collège (classe de 5ème au Liban et de 4ème en France). Cette analyse tente de mettre en lien les pratiques des professeurs et les apprentissages des élèves.

Nous définissons les phases de corrections comme une organisation de la classe, mise en place par le professeur (après qu'il a donné un exercice ou un problème aux élèves, soit en classe soit à la maison, et en supposant que les élèves l'ont fait, l'ont commencé, ou l'ont regardé). Le but de cette organisation dépend évidemment du choix de l'enseignant ; en effet, cette phase peut être destinée à indiquer aux élèves la bonne réponse directement, si leur réponse est juste ou fausse, les erreurs commises ou encore la procédure à suivre pour obtenir la bonne réponse.

Nous avons fait le choix des phases de correction parce qu'elles sont fréquentes dans la classe et donc dans la pratique des professeurs et que peu de recherches se sont intéressées à ce sujet. De plus, elles semblent particulièrement propices à la mise à jour d'éléments de savoir et de connaissances, notamment par la confrontation entre ce que l'élève a fait et ce que le professeur attend. Elles permettent de donner à voir des erreurs et/ou des procédures de validation des élèves ainsi que leur prise en compte et leur traitement par le professeur.

En outre, que l'élève donne une bonne réponse ou une réponse erronée, celui-ci dispose d'un certain moyen de validation qui lui est propre, auquel le professeur a du mal à accéder. Sur ce sujet, Coppé, 1993, a montré, que contrairement à ce que les professeurs pensent, les élèves mettaient en œuvre des vérifications, mais que celles-ci faisaient partie de la composante privée de leur travail et qu'elles n'étaient, en général, pas données à voir au professeur.

Nous avons choisi le thème du calcul littéral parce que les travaux en didactique de l'algèbre sont nombreux et variés. Des études ont porté sur l'analyse de ce savoir mathématique et notamment sur l'articulation (en termes de ruptures et de continuités) entre l'arithmétique et l'algèbre (Vergnaud, 1988, 1989, Chevallard, 1985, 1989, 1990 ou Gascon, 1994). D'autres travaux ont porté sur les statuts des différents objets (lettres, signe égal, signes opératoires, etc) comme ceux de Kieran, 1990 ou Bednarz et al., 1996, et enfin d'autres sur les erreurs (Behr et al., 1980, Booth, 1988, Drouhard, 1992, Grugeon, 1995 et Kirshner et al., 2004). Quelques études plus récentes prennent en compte la situation de classe et le professeur comme dans les thèses de Coulange, 2000 ou Lenfant, 2002.

Enfin nous avons fait une étude comparative entre le Liban et la France afin de voir les caractéristiques de l'enseignement : organisation des séances, activités du professeur, interactions professeurs – élèves, acquisitions des élèves. Plus précisément voici quelques-unes des questions de recherche que nous nous sommes posées :

- Comment le professeur organise-t-il les phases de correction, à la fois du point de vue du savoir mathématique et des interactions avec les élèves ?
- Quelles sont les procédures de contrôle que les élèves peuvent mettre en œuvre pour montrer la validité de leurs résultats ? Comment ces procédures de contrôle sont-elles prises en compte par les professeurs ? Notamment quelles hypothèses sur les contrôles faits par les élèves sont utilisées par le professeur ?
- Comment les erreurs sont-elles traitées du point de vue du savoir et des interactions par le professeur et, par l'élève du point de vue de l'avancement de ses connaissances ?

Cette étude croise plusieurs cadres théoriques et plusieurs types de données qui sont en lien et s'éclairent mutuellement (analyse des programmes, de manuels, questionnaire élèves, questionnaire professeurs, analyse de séances de classe portant sur tout le chapitre Calcul littéral chez quatre professeurs). Dans cette communication, nous nous centrons sur l'analyse des pratiques des quatre professeurs, mais nous donnerons quelques résultats provenant des autres observables afin de prendre plus particulièrement en compte la question « des méthodes utilisées pour capter et analyser les événements de la classe » sans oublier celle des cadres théoriques utilisés.

2. Cadre théorique

Pour analyser les manuels et les séances de classes ordinaires, nous avons utilisé la théorie anthropologique du didactique de Chevallard (1998, 1999). La notion d'organisation praxéologique mathématique et didactique vise à analyser toute action humaine en termes de bloc pratico-technique qui comprend des types de tâches et des techniques pour réaliser ce type de tâches (qui constituent un savoir-faire) et le bloc technologico-théorique qui justifie la technique (ordinairement identifié comme un savoir). Dans cette approche, on décrit toute activité humaine par des praxéologies, quadruplets formés de types de tâches T (présents dans une institution donnée), des techniques τ (permettant de réaliser les tâches), des technologies θ (discours justifiant la technique τ), et des théories Θ (technologies de la technologie). De plus, pour décrire et analyser les séances de classe, Chevallard définit six moments de l'étude dont l'un est le travail de la technique et un autre est l'évaluation. Nous étudions les phases de correction qui font partie de ces deux moments, les techniques en question étant celles correspondant, actuellement en France et au Liban, aux types de tâches de calcul algébrique : développement et/ou réduction d'expressions littérales en classes de 4ème en France et le 5ème au Liban.

Nous avons utilisé la notion d'ostensifs développée par Bosch et al., 1999 qui indique que dans toute activité humaine, il y a co-activation d'objets ostensifs et d'objets non ostensifs. Les écritures, symboles, mots, discours, graphismes et gestes mobilisés dans l'activité mathématique sont des objets ostensifs et ont une caractère matériel et perceptible. D'autre part, les objets non ostensifs sont des notions, concepts, idées, etc.. Par exemple, écrire 2+3=5 peut être vu comme une simple manipulation d'objets ostensifs, mais ne saurait s'effectuer intentionnellement sans l'intervention de certains objets non ostensifs spécifiques, telle la notion d'addition. Or dans le calcul littéral, nous pouvons mettre en évidence certains ostensifs qui seront particulièrement utilisés comme les symboles d'opération, le signe =, les lettres pour désigner les variables, les parenthèses, les graphismes comme les flèches, les traits qui soulignent ou qui entourent, les couleurs ainsi que les gestes qui peuvent être faits par le professeur ou les élèves. Tous ces ostensifs sont mobilisés pour permettrent un travail sur le savoir mathématique ou pour aider à une meilleure compréhension.

Pour les interprétations par les professeurs des productions des élèves, notamment leurs erreurs nous avons repris la typologie de DeBlois, 2006 qui définit cinq milieux auxquels les professeurs sont sensibles et se réfèrent pour interpréter les erreurs des élèves.

- M1 : L'enseignement offert : comparaison entre ce qu'ils font dans leur classe et exigent de leurs élèves et ce qui est fait par l'élève.
- M2 : La familiarité des élèves avec la tâche : comparaison de la tâche à l'ensemble de celles que l'élève fait habituellement qui amène quelques éléments d'interprétation.
- M3 : La compréhension des élèves : évaluation de cette compréhension par des indices présents dans les textes des élèves.
- M4 : Les caractéristiques de la tâche proposée aux élèves : identification de certaines caractéristiques de la tâche qui amènent des interprétations.
- M5 : Les savoirs liés aux programmes d'études : identification des opérations dans la démarche d'un élève pour résoudre la tâche et description des attitudes de l'élève. Ici, les professeurs positionnent d'abord l'élève, puis décrivent l'erreur de ce dernier.

Méthodologie

Pour faire une analyse du savoir relatif au calcul littéral et comparer des mêmes objets d'enseignement à des niveaux analogues dans des institutions différentes, nous avons tout d'abord étudié les programmes officiels du collège dans les deux pays, puis le chapitre portant sur le calcul littéral dans les manuels de mathématiques de 4ème en France et 5ème au Liban. Ensuite, nous avons élaboré et diffusé deux questionnaires, contenant des parties semblables :

un pour les élèves (de $4^{ème}$ et $3^{ème}$ à Lyon et de $5^{ème}$ et $4^{ème}$ à Beyrouth) et l'autre pour les professeurs, qui visent à étudier leurs représentations (utilisation et définition) sur des tâches majoritairement utilisées en calcul littéral.

Nous avons fait une synthèse des recherches en didactique sur l'algèbre pour préciser les difficultés et erreurs classiques des élèves en calcul littéral. Cette étude nous a permis d'élaborer un questionnaire pour les élèves, afin de mieux connaître leurs procédures de validation, et un autre, pour les professeurs pour spécifier leurs interprétations des erreurs. Les deux questionnaires contiennent des tâches semblables, qui apparaissent fréquemment en calcul littéral, avec les mêmes erreurs classiques effectuées par des élèves fictifs.

Les résultats de ces différentes études nous ont permis de faire des hypothèses sur les liens entre les pratiques des professeurs et les apprentissages des élèves, hypothèses que nous avons testées dans les analyses des classes ordinaires. Ainsi, nous avons filmé dans quatre classes toute la séquence portant sur le calcul littéral (deux classes de $4^{ème}$ en France et deux classes de $5^{ème}$ au Liban). Nous avons mené des entretiens avec les quatre professeurs filmés, avant qu'ils commencent le chapitre "Calcul littéral", pour déterminer leurs connaissances sur les difficultés et les erreurs des élèves ainsi que leurs représentations sur « développer et/ou réduire une expression littérale ». Ensuite, nous avons décrypté et découpé l'ensemble des séances, pour obtenir une vue d'ensemble appelée script composé de sept dimensions, permettant une première analyse (Tiberghien et al. 2007) et donnant une idée générale sur la séance.En utilisant le logiciel Transana[1], nous avons pu ensuite accéder facilement aux phases de correction dans lesquelles nous avons tenté de repérer des régularités dans la pratique de chaque professeur.

3. Quelques résultats

3.1. Sur les programmes

L'analyse des programmes du collège dans les deux pays montre que les savoirs relatifs au calcul littéral sont introduits progressivement et séparés dans le temps : on introduit la distributivité simple (en $6^{ème}$ au Liban, en $5^{ème}$ en France) puis la double distributivité (en $5^{ème}$ au Liban, en $4^{ème}$ en France) et enfin les identités remarquables (en $4^{ème}$ au Liban, en $3^{ème}$ en France). Au Liban, les expressions rencontrées n'ont pas le même degré de complexité qu'en France (utilisation de plusieurs variables, polynômes de degré plus élevé au Liban). En France, contrairement au Liban, les types de tâches liées à la factorisation et au développement ne se font pas la même année. On peut penser que ce découpage dans le temps et dans les notions peut amener les professeurs à faire de même dans la construction de leurs progressions et séances et risque d'empêcher les élèves de voir les liens entre ces différentes notions et outils et, donc de parcelliser leur savoir sur l'algèbre élémentaire.

3.2.Sur les manuels

[1] Transana est un outil de transcription et d'analyse qualitative des données audio/vidéo développée par le Centre de Recherche en Education de Wisconsin (WCER).

Nous avons fait l'analyse de quatre manuels français de la classe de 4ème et quatre manuels libanais de la classe de 5ème pour le chapitre Calcul littéral qui apparaît dans tous les manuels. Les deux analyses nous ont permis de déterminer les types de tâches et les techniques, mettant en jeu du calcul littéral, qui nous serviront dans l'analyse des vidéos. Nous excluons « résoudre une équation/inéquation » qui est traitée dans un autre chapitre.

- Développer, réduire et factoriser des expressions littérales : ce sont les tâches de calcul littéral classique qui permettent de faire des calculs.

- Obtenir un résultat numérique : par exemple, calculer la valeur numérique d'une expression littérale ou calculer la longueur, l'aire, etc. d'une figure donnée ou vérifier un résultat.

- Traduire par une expression littérale/Associer diverses expressions dans des registres différents/ Indiquer un ou des éléments caractéristiques. Par exemple, indiquer si une expression donnée est une expression somme ou une expression produit, associer des expressions littérales à des situations décrites en langue naturelle ou à des figures géométriques.

- Déterminer et utiliser une expression littérale. Par exemple, écrire une expression littérale à partir d'une situation donnée, (périmètre, aire, volume, d'une figure donnée ou correspondant à un programme de calcul donné) et se servir de cette expression pour démontrer une formule générale.

Ces types de tâches possèdent pour la plupart un aspect technique important ; or, certaines, qui ne devraient être que des tâches mises au service d'autres tâches (comme par exemple tester l'égalité de deux expressions par une valeur numérique) deviennent des types de tâches à part entière. De plus, comme le chapitre portant sur le calcul littéral est séparé de celui des équations, cela renforce encore l'aspect technique et cela explique, en partie, pourquoi la plupart des tâches proposées dans le chapitre « Calcul littéral » n'ont pas de finalité et correspondent seulement à des exercices de technique pure, notamment développer et/ou réduire une expression littérale.

Dans chaque manuel, la majorité des tâches est de type développer et/ou réduire une expression littérale et/ou factoriser (de 55% à 80% pour la France et de 60% à 65% pour le Liban). Parmi elles, un pourcentage important allant jusqu'à la moitié est composé de types de tâches portant sur réduire. Parmi ces tâches de type réduire ou développer et réduire, on trouve plusieurs formulations qui peuvent être "simplifier"ou "supprimer ou enlever les parenthèses", termes qui n'apparaissent pas dans les programmes. Nous avons constaté que ces termes variaient en fonction de la forme de l'expression, alors qu'il s'agit toujours du même type de tâche : développer et/ou factoriser une expression en utilisant la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition. Par exemple, on trouve « supprimer les parenthèses » ou « réduire » pour des expressions de type (a±b)-(c±d) tandis qu'on utilise « développer » pour des expressions de type (a±b)(c±d). Ceci nous emble un point important et on peut penser que les élèves risquent d'associer un terme de la consigne et un type d'expression littérale, favorisant ainsi des effets de contrat. Le terme « simplifier » apparaît dans les consignes de cinq manuels (avec une fréquence moindre : 6% et 8%) avec une somme des polynômes de degré 1, à l'intérieur de parenthèses, ou une somme de termes (produits de polynômes de degré 1 et de termes constants). Notons que le terme « calculer » (à la place de développer ou de réduire) apparaît dans un seul des manuels.

Les autres types de tâches apparaissent peu fréquemment. On peut penser que les auteurs de manuels considèrent que les tâches simples qui ne mettent en jeu que de la technique sur le calcul littéral sont tellement importantes qu'elles deviennent quasiment les seules proposées. On voit également, comme annoncé précédemment, que ces tâches sont réalisées sans finalité et qu'elles sont peu liées aux autres tâches.

Nous avons cherché dans la partie « Cours » des manuels, toutes les expressions (phrases en langue naturelle ou expressions symboliques) qui pourraient avoir un statut (explicite ou non) de définitions, propriétés. Nous avons ainsi répertorié diverses désignations pour la propriété de distributivité : définition, règle, propriété ou encore juste un encadré pour en souligner le caractère important. Pour certaines, aucune indication sur l'ensemble de nombres dans lequel la propriété est vraie. Là encore cette variété de formulations et de statuts risquent de laisser penser aux élèves qu'il n'y a pas de théorèmes en algèbre. Enfin, toutes ces différences peuvent amener des effets de contrats différents suivant les classes et les niveaux.

En ce qui concerne le type de tâches « développer une expression littérale » on trouve trois types de formulation :

- Celles qui font référence explicite à la distributivité.(3 manuels sur 8) comme : « Développer c'est transformer le produit de facteurs en une somme (ou différence) de termes en utilisant les règles de la distributivité par rapport à l'addition ou la soustraction » ;

- Celles qui font référence à la forme des expressions développée/factorisée(2 sur 8) : « la factorisation est l'opération inverse du développement » ou « ab-ac (forme développée)= a(b-c) (forme factorisée) » ;

- Celles qui font référence à la transformation effectuée (produit/somme) (4 sur 8) : « Transformer une expression de la forme d'un produit de facteurs à la forme d'une somme ou différence de termes » ou « remplacer le produit (a+b)(c+d) par la somme ac+ad+bc+bd » ou « remplacer m(a+b) par la somme ab+ac ».

En ce qui concerne le type de tâche « réduire une expression littérale », c'est un peu la même chose, voici les formulations relevées :

- Celles qui font référence explicite à la distributivité.(4 manuels sur 8) : « k, a et b désignent des nombres relatifs : ka±kb=k(a±b) ; ak±bk=(a±b)k, est une propriété pour réduire une expression »

- Celles qui font référence à la méthode (3 sur 8) : « Trouver la somme des termes semblables dans une expression » ;

- Celle qui font référence à la forme finale (1 sur 8) : « Ecrire avec le moins de termes possibles ».

Dans les deux cas, on peut dire que les éléments technologico-théoriques ne sont pas explicités :

- soit parce qu'on n'indique pas clairement que c'est la propriété de distributivité de l'addition sur la multiplication qui permet de justifier les calculs, ce qui fait que, par exemple, « réduire » est employé au sens courant comme « écrire avec le moins de termes possibles ».

- soit parce qu'on a recours à des éléments technologico-théoriques qui ne sont pas enseignés au collège (la théorie des polynômes) et on utilise alors des expressions comme « termes semblables ».

L'utilisation des ostensifs (notamment les flèches) est fréquent. Cela peut conduire le professeur à ne donner que des éléments de procédures ou des critères portant sur la forme finale des expressions et pas de procédures de contrôle aux élèves. Ainsi ceux-ci risquent de se concentrer sur la forme des expressions ou sur le sens commun sans donner des techniques justifiées par des éléments technologiques-théoriques pour réaliser des tâches et ils peuvent se limiter à des critères de surface portant sur des ostensifs pour valider ou invalider une réponse. Ces hypothèses sont confirmées dans le questionnaire élèves.

4. Analyse des vidéos

Nous avons filmé, dans quatre classes (deux classes de 4ème en France, professeurs F1 et F2, et deux classes de 5ème au Liban, professeurs L1 et L2), toute la séquence portant sur la partie « Calcul littéral ». Après avoir décrypté l'ensemble des séances, nous les avons découpées pour obtenir ainsi un script[2] qui nous permet d'accéder facilement, grâce au logiciel Transana, aux phases de correction qui peuvent être également caractérisées par les types de tâches ou les types d'erreurs.

4.1.Méthodologie d'analyse

Au début du script (adapté de Tiberghien et al., 2007), nous marquons la date, le niveau de la classe, le nombre d'élèves, la durée de la séance et sa place dans la séquence, le manuel mathématique utilisé et les types de tâches mises en place durant la séance. Puis, nous découpons en sept rubriques :

1. Temps : nous avons segmenté l'échelle du temps toutes les deux minutes.
2. Organisation de la classe : classe entière, travail individuel ou en groupes.
3. Tâches mathématiques : repérées grâce à notre classification.
4. Phases didactiques : introduction de la séance, exposition du cours et rappels, résolution d'exercices, correction, institutionnalisation, synthèse, clôture de la séance.
5. Actions du professeur et des élèves : actions observables, du professeur et des élèves, traduites par des verbes et spécifiées.

[2] D'après le projet TIMSS, le script est « an intermediate representation of each lesson that can serve to guide as someone tries to understand a lesson, and that can be coded itself » ou « a table that maps out the lesson along several dimensions »

6. Description du contenu : les réponses orales ou écrites au tableau soit du professeur soit des élèves.

7. Les types d'erreurs commises par les élèves.

Le logiciel Transana est un outil d'analyse qualitative des vidéos. A l'écran apparaissent quatre sous-fenêtres qui peuvent être mises en lien : « vidéo », « transcription », « base de données » et « son ». Dans la fenêtre «base de données », on trouve quatre onglets : les « Séries » contenant les fichiers vidéo appelés « Épisodes » avec les transcriptions jointes, les « Collections » et « Collections imbriqués » contenant des clips, c'est-à-dire des portions d'épisodes analytiquement intéressants, les « Mots-clés » permettant une indexation de chaque clip et une rubrique « Rechercher » qui permet de faire une recherche simple (à chaque clip est associé une série de mots-clefs).

Nous avons utilisé les scripts pour choisir et créer les clips correspondant à des tâches et des erreurs dans les phases de correction. Les collections imbriquées que nous avons construites forment un ensemble reflétant, pour les quatre classes observées, les types de tâches en calcul littéral, les différentes formulations de la consigne et les formes des expressions travaillées. Ainsi l'utilisation de ce logiciel nous permet de repérer assez facilement dans l'ensemble des séances, des clips significatifs pour nos questions de recherche et d'accéder facilement à la vidéo et au texte décrypté ainsi que d'étudier plusieurs clips semblables du point de vue de certains critères.

Il a été alors possible de déterminer des caractéristiques générales dans les techniques de correction des professeurs ou bien ce que nous appellerons des profils pour chacun d'entre eux. L'attention a été portée sur les régularités et invariants dans les conduites des professeurs durant les phases de correction des tâches du même type. Nous avons repéré le(s) moment(s) d'intervention du professeur et caractérisé la façon de valider une étape de calcul (ou une réponse) et de corriger une erreur. L'accent est mis, d'une part, sur les interactions dans la classe et, d'autre part, sur la gestion du savoir.

4.2.Mise en évidence de régularités

Pour les quatre professeurs, la séquence se déroule pendant un temps long, de neuf à douze séances selon le professeur. La moyenne des tâches par séance pour chaque classe, est élevée : 12 tâches dans la classe 1F ; 18 tâches dans la classe 2F ; 14 tâches dans la classe 1L ; 9 tâches dans la classe 2L. Le nombre de phases de correction faites au tableau et en classe entière, est également élevé dans chaque séance.

Les tâches, réalisées ou corrigées, sont nombreuses, elles correspondent aux quatre types définis. Les tâches développer et/ou réduire une expression littérale constituent la majorité des exercices réalisés et corrigés dans les quatre classes. A ce sujet, on observe généralement un ordre bien défini : d'abord, réduire une expression littérale, ensuite, développer, puis développer et réduire. Notre analyse sur ces séquences d'enseignement, nous permet de valider notre hypothèse à savoir que la finalité de ce chapitre est de maîtriser la manipulation des expressions littérales. Il n'y a pas de lien avec les chapitres relatifs à la résolution des équations et les problèmes d'algèbre sont traités après. Il semble donc que, pour ces professeurs, la manipulation et le calcul d'expressions littérales soient, d'une part considérées comme une partie importante du programme (puisqu'elle constitue un chapitre à part entière) et d'autre part comme un préalable à d'autres types de tâches comme la mise en équation et la résolution de problèmes.

Au Liban la réalisation et correction d'un exercice prend plus du temps à cause du degré de complexité des expressions qui sont, en général, formées de plusieurs variables et dont les polynômes sont de degré plus élevé, contenant des termes plus nombreux que ceux étudiés en France. On peut donc noter là une régularité dû au pays par le biais des programmes.

Les professeurs n'organisent pas de travaux en groupes, ce qui conduit à n'avoir que des échanges entre les élèves médiatisés par le professeur. Les élèves sont assez peu actifs pendant les phases de correction, notamment durant la production de la solution : ils écoutent et regardent l'élève qui donne la réponse soit oralement soit, le plus souvent, par écrit au tableau.

Les corrections ne se limitent pas à donner la bonne réponse, souvent le professeur en profite pour faire des rappels, des institutionnalisations locales ou encore pour prendre des informations sur le travail des élèves. Nous voulons souligner le lien entre correction et institutionnalisation. Ces rappels peuvent avoir des formulations semblables à celles institutionnalisées dans le cours, des formulations qui précisent, complètent celles institutionnalisées dans le cours, des rappels sur des notions déjà vues dans d'autres chapitres ou d'autres années.

En ce qui concerne le savoir mathématique en jeu, les quatre professeurs n'utilisent pas la technique « tester par un nombre » qui serait intéressante du point de vue du contrôle des calculs, comme un outil de validation. Ce résultat correspond à celui du questionnaire élèves et valide ainsi l'hypothèse que nous avons faite, à savoir que cette technique est enseignée comme un objet sans finalité.

Enfin, lors des corrections dans lesquelles il y a des erreurs, on peut constater que les propriétés mathématiques sont peu utilisées comme outil de justification au profit des ostensifs. Là encore, ce résultat est cohérent avec ce que nous avons montré sur l'analyse des manuels.

Nous avons donc mis en avant des régularités au sens de Roditi, 2003 « Les régularités constatées, constantes indépendantes des professeurs observés, montrent que l'institution scolaire, en fixant le contenu à enseigner et la durée de l'enseignement contraint les pratiques enseignantes, depuis la préparation du cours jusqu'à leur déroulement en classe avec les élèves. ». Ces régularités sur les pratiques portent sur l'organisation des corrections mais aussi sur le savoir mathématique en jeu. Certaines pouvaient être prévues par l'analyse des programmes et des manuels, d'autres mettent en avant des éléments des pratiques qu'il nous paraît intéressant de préciser.

4.3.Des variabilités importantes

Roditi, 2003 a aussi défini des variabilités d'un professeur à l'autre : « Les professeurs investissent des marges de manœuvre qui existent par delà les contraintes ». Un premier élément est la gestion différente des moments et des types d'échanges entre les élèves et le professeur. Dans les deux classes de France, les élèves posent des questions après la correction. Plus spécifiquement, le professeur F1 fait davantage d'échanges avec les élèves de la classe que F2.

Une autre différence porte sur la vérification du travail fait et de l'écriture de la correction par les élèves : F1 et F2 en France et L1 au Liban vérifient souvent les cahiers des élèves, c'est-à-dire qu'ils regardent si les exercices donnés à faire à la maison ont été faits. Enfin, une dernière porte sur l'organisation de la classe : les professeurs F2 et L1 invitent parfois deux ou trois élèves en même temps au tableau pour corriger des exercices contenant des tâches de même type, comme s'ils voulaient accélérer la correction.

Plus précisément, voici donc quelques éléments sur le profil de chaque professeur.

Le professeur F1 en France

La correction de la plupart des exercices est faite au tableau par un élève sans l'intervention du professeur jusqu'à la fin du calcul. F1 demande toute la résolution et pas seulement la réponse finale. A la fin, il fait valider la réponse par les autres élèves: « est-ce que vous êtes d'accord ? ». Quand la réponse est juste, il se limite à cet accord sans autre justification (en revanche il peut demander des explications à l'élève au tableau). Par contre, quand la réponse est fausse, il demande aux élèves de repérer et de corriger l'erreur en justifiant les calculs.

Une fois la correction faite, le professeur vérifie le nombre d'élèves qui ont la bonne réponse. Puis il interroge deux ou trois élèves qui ont une réponse fausse pour faire apparaître les erreurs et les corriger. On peut penser que ce questionnement, qui va au delà de la correction de l'exercice particulier, est une façon pour le professeur d'avoir des éléments d'évaluation de la classe et même de chaque élève. Nous mettons donc ici en avant, à travers l'exemple de F1, une autre fonction des phases de correction qui est de participer à l'évaluation en donnant au professeur des éléments qui lui permettent d'avoir une meilleure connaissance des apprentissages des élèves.

Voici un extrait du protocole qui illustre la prise en compte des réponses des élèves de la classe et d'une élève particulière.

876. Pr : est-ce que vous êtes d'accord avec le résultat d'Alice (?)
877. Es : oui
Ensuite, il repère le nombre des élèves qui ont donné la bonne réponse
878. Pr : qui avait trouvé la même chose (?)
879. Pr : Clémence c'était juste ou pas ton calcul (?)
880. Clé : non

Enfin notons que F1, même s'il a fait noter dans le cahier des élèves que « réduire c'est écrire plus simplement », est contraint, du fait de son habitude de prendre en compte les réponses fausses, d'utiliser la distributivité pour invalider les réponses fausses, lors des corrections.

455. E : on ne peut pas mettre en facteur parce qu'il y a un carré et un où il y a un
456. Pr : voilà qu'est-ce qu'y se passe cette fois ci (?) c'est qu'un autre facteur ici c'est x et ici c'est (?)
457. E : x au carré
458. Pr : x au carré est-ce que je peux mettre en facteur deux choses différents comme ça (?)
459. Es : non
460. Pr : ben non donc est-ce qu'on peut simplifier l'écriture (?)
461. Es : ben non
462. Pr : ben non donc quelle est la réponse (?)
463. Es : pareil
464. Pr : ben ça reste (?)
465. E : pareil
465. Pr : voilà pareil c'est déjà réduit on ne peut pas réduire plus donc Q ne se réduit pas

Donc,ce professeur a des interactions importantes avec les élèves de la classe en leur donnant la responsabilité de valider les réponses et de corriger les erreurs.

Le professeur F2 en France

F2, comme F1, demande toute la résolution et pas seulement la réponse finale. En revanche, F2 intervient à la fin du calcul pour valider lui-même le travail de l'élève, il demande rarement aux élèves ce qu'ils ont fait et les élèves ne posent des questions qu'à la fin de la correction. Quand la réponse est juste F2 la lit ou la répète et dit « très bien » à l'élève. Quand la réponse est fausse, F2 guide l'élève au tableau en découpant la tâche en micro tâches et en lui posant des questions fermées pour l'amener à la bonne réponse. On voit donc là un fonctionnement différent de F1 puisque F2 a davantage d'interaction avec l'élève au tableau alors que F1 s'adresse plutôt à la classe, ce qui montrerait que F2 considère que l'erreur est davantage personnelle alors que F1 prend en compte le caractère collectif.

De plus, F2 utilise assez rarement la propriété de distributivité pour justifier les calculs, il utilise les ostensifs « même partie littérale »..

Voici un extrait de protocole qui montre l'utilisation de l'expression « parties littérales semblables » comme des monômes de degré au moins égal à 1, c'est-à-dire des expressions où figurent vraiment une lettre. Anaïs a écrit une réponse fausse : « $=-15-1x-4x^2$ », le professeur valide une partie de la réponse (-15) et ensuite pose des questions fermées à Anaïs pour faire corriger l'erreur.

423. Pr : donc là on a combien des parties littérales différentes (?)
424. Es : trois
425. Pr : alors oui
426. Es : deux
427. Pr : véritablement deux on a les x on a les x au carré puis ceux qui n'ont pas une partie littérale
428. Pr : donc moins quinze okay alors ensuite pour le trouver moins un x comment tu as fait (?) qu'est ce que tu as rassemblé
429. Ana : euh ben moins cinq x / plus six x
430. Pr : moins cinq x plus six x
431. E : ça fait un
432. Ana : ça fait moins x
433. Pr : moins cinq plus six (?)
434. E : un / plus un
435. Ana : ça fait un plus
436. E : un plus
437. Pr : sh
438. Pr : oui et alors un x comment tu vas l'écrire Anaïs (?)
439. Ana : x

Il nous semble que nous pouvons faire l'hypothèse que le type d'interaction (correction personnelle/collective, demande ou non de justification) est en lien avec le type d'arguments utilisés.

Le professeur L1 au Liban

Comme les autres professeurs, L1 demande toute la résolution et pas seulement la réponse. En revanche, il n'intervient qu'à la fin du calcul pour lire l'énoncé et toute la production de l'élève en l'expliquant à la classe et en la validant. Quand il y a une erreur, il la corrige en donnant la bonne réponse. Il n'interroge pas les élèves, c'est lui qui corrige et valide. Il ne demande pas de renseignements à l'élève pour savoir comment il a fait pour avoir la réponse.

Il interprète la procédure et les erreurs éventuelles de l'élève. Parfois il arrête la correction pour répondre aux questions des élèves. Les interactions du professeur avec les élèves de la classe se limitent à cela. On peut donc dire que le professeur L1 prend la responsabilité de validation et de l'explication des réponses, ses interventions sont souvent longues. Nous voyons là que L1 se distingue assez nettement des deux autres professeurs sur la question des interactions.

Voici un extrait qui montre la technique du professeur pour valider les procédures de calcul ainsi que la réponse de l'élève. Il fait un rappel de la tâche en expliquant ce que l'élève a fait et il corrige les erreurs

173. Pr : bon donc on revient ici C moins D on a dit ça c'est le C moins tout le D donc le problème ici c'est qu'il faut changer tous les signes de D d'accord (?) parce qu'il y a un moins devant donc ça me donne trois xy trois plus cinq x deux moins huit y plus sept moins deux x deux d'accord mais quand on change c'est fini on enlève les parenthèses d'accord (?) quand on a changé le signe j'enlève les parenthèses autrement je n'enlève pas les paren- c'est-à-dire si j'ai changé les signes c'est faux de laisser les parenthèses d'accord (?) donc moins deux x deux moins fois moins c'est plus xy trois et moins fois plus c'est moins deux y et plus huit c'est claire (?) maintenant qu'est-ce qu'il reste à faire (?) je réduis les termes semblables je regarde bon regardez elle les a écrit bon avant de dit C moins D égal à combien elle a écrit chaque terme ensemble à part donc elle les a fait ensemble on a trois xy trois et plus xy trois là voilà plus

Enfin, il répond aux questions des élèves et ceux-ci se contentent d'affirmer leur accord avec l'explication du professeur.

185. Pr : oui Fadi (?)
186. Fad : on a ben en haut euh plus sept moins deux x deux euh euh elle ne pas être plus sept moins moins deux x deux moins fois plus (?)
187. E : moins
188. Pr : oui c'est moins on a mis moins fois plus c'est moins donc c'est moins deux x deux d'accord (?)
189. Pr : mais ici le signe de huit y Léna c'est moins huit y donc moins huit y et moins deux y moins deux y ça me donne combien (?) moins dix y c'est clair (?)
190. Pr : après les termes constants on a sept plus huit sept plus huit c'est égale à quinze donc finalement la réponse sera C moins D égale à quatre xy trois
191. E : oui
192. Pr : plus trois xy deux moins dix y plus quinze
193. E : trois xy deux moins dix y plus quinze
194. Pr : c'est clair (?)
195. Es : oui

Le professeur L2 au Liban

L2 se distingue lui aussi des autres professeurs par son intervention répétitive à différents moments du calcul, il guide beaucoup l'élève au tableau en posant des questions fermées ou en imposant la technique de résolution avant d'effectuer le calcul. Nous remarquons encore une fois que ce professeur demande toute la résolution et pas la réponse finale. Il intervient plusieurs fois pendant le calcul, soit avant que l'élève donne la réponse soit à la fin. C'est lui qui valide chaque étape de calcul, qu'elle soit juste ou fausse. Quand il y a une erreur L2 l'indique et la corrige. Nous constatons aussi qu'il guide l'élève en posant des questions simples et courtes, demandent souvent des types de réponses en termes de oui/non, pour que l'élève (ou les autres) puissent répondre. L2 nous permet de déterminer une autre modalité de correction : il semble que L2 fait l'exercice lui-même ou contrôle de très près ce que fait l'élève sans tenir vraiment compte du fait que l'exercice a été déjà réalisé.

Voici un extrait de protocole qui montre un élève de la classe qui donne une réponse fausse sur laquelle le professeur demande une explication :

303 E : moins
304 Jos : plus parce que on a
305 Pr : qui a dit moins (?)
306 Pr : pourquoi moins (?)
307 Joe : (inaud)
308 E : c'est plus
309 Pr : pourquoi plus ou pourquoi moins (?)
310 E : plus
311 Jos : on change le on change le
312 Pr :tu as multiplié deux x trois par six n'est-ce pas (?) bon quel est le signe de deux x trois (?)

Le professeur n'attend pas que l'élève explique, il pose des questions beaucoup plus courtes :

313 Es : plus
314 Jos : plus
315 Pr : quel est le signe de cinq x (?)
316 Es : plus
317 Pr : plus
318 Pr : plus par plus c'est quoi (?)
319 Jos : moins
320 Es : plus
321 Pr : plus par plus (?)
322 Jos : plu- moins
323 E : plus
324 Pr : alors c'est plus douze x trois maintenant deux x trois multiplier par cinq x quel est le signe de deux x trois (?)
325 Jos : plus
326 Pr : et le signe de cinq x (?)
327 Jos : plus
328 Pr : et plus par plus (?)
329 Jos : plus
330 Pr : donc (?)
331 Jos : plus dix x quatre

Le professeur continue à poser des questions courtes et fermées auxquelles Joseph répond. Il écrit donc "$=12x^3+10x^4-42-35x$" ; Puis le professeur pose une question sur la réduction et on voit encore l'utilisation de « termes semblables » et « rendre plus petite » :

332 Pr : alors on a développé combien de termes on a obtenu (?)
333 Es : quatre
334 Pr : quatre termes voilà j'ai effectué la multiplication j'ai développé maintenant je vais essayer si je peux réduire c'est-à-dire cette réponse je peux la rendre plus petite c'est-à-dire additionner les termes semblables
335 Pr : est-ce qu'il y a des termes semblables (?)
336 Jos : non
337 Es : non
338 Pr : on n'a pas donc c'est la réponse

En conclusion on peut noter une différence entre F1 et les autres professeurs dans la prise en compte de la factorisation. Au niveau des interactions dans la classe, il y a également une variabilité qui porte sur la place et la responsabilité donnée aux élèves dans la production, la validation et la correction des exercices. Nous avons également montré que F1 profitait des phases de correction pour prendre de l'information sur les élèves de la classe, ce que ne font pas les autres professeurs.

5. Conclusion

Une de nos questions de recherche portait sur les éléments que les élèves pouvaient mettre en œuvre pour montrer la validité d'une réponse. Grâce au questionnaire dans lequel nous demandions aux élèves de décider de la validité d'une solution fictive d'élève, nous avons pu mettre en évidence que les élèves utilisaient différents processus de validation qui sont donc disponibles pour eux : nouvelle résolution de l'exercice, ensuite comparaison des réponses ; localisation de l'erreur ; références à des règles générales. Ainsi, lors des phases de correction dans la classe, on pourrait penser que les professeurs utilisent ces connaissances oun procédures disponibles. Or nous avons vu que les pratiques sur ce point étaient différentes d'un professeur à un autre : F1 demandant aux élèves de valider alors que L2 se prononce toujours lui-même sur la validité des réponses.

Nous avons montré que la technique "tester par un nombre" qui apparaît comme un type de tâches dans le programme français n'est jamais utilisée ni par les élèves pour valider les réponses ni par les professeurs pour entraîner les élèves à vérifier leurs résultats. Là encore nous pensons que le découpage du programme français est une explication à ce phénomène. D'autres explications peuvent cependant être avancées concernant notamment le choix des expressions très classiques que nous avions fait dans le questionnaire. Cependant ce résultat nous interroge sur les pratiques des professeurs.

Une autre question de recherche portait sur les connaissances qu'avaient les professeurs des erreurs des élèves. Dans les entretiens faits avant les séances, nous avons pointé que les quatre professeurs connaissaient les erreurs classiques des élèves surtout celles relatives au type de tâche réduire une expression littérale. Dans le questionnaire, quand ils analysent les erreurs, certains se limitent à l'identification des opérations dans la démarche de résolution de l'élève, d'autres comparent seulement la technique utilisée par l'élève à celle qu'il a enseignée ; d'autres essayent de spécifier la ou les source(s) d'erreur. Ainsi on voit bien la multiplicité des analyses et des types d'analyse et on comprend bien que dans la classes les pratiques sont différentes. De plus, dans le cours des séances, nous avons repéré à plusieurs reprises que les professeurs font des interprétations des erreurs sur lesquelles ils se basent pour corriger, sans interroger l'élève qui l'a commise et que donc, cela peut ne pas correspondre à la réflexion de ce dernier. Ceci montre qu'un travail important reste à faire sur la prise en compte et le traitement des erreurs des élèves par les professeurs et sur leurs interventions.

L'analyse des séances de la classe est un objet assez nouveau dans la recherche en didactique des mathématiques et les cadres théoriques dans ce domaine ne sont pas encore satisfaisants pour ce type d'étude dans lesquelles il y a une masse de données importantes à traiter, à cause de la complexité des situations étudiées. Il convient de poursuivre les recherches dans cette direction. Cependant, il ressort de notre étude que c'est en croisant différentes analyses des données que nous pouvons analyser les pratiques des professeurs.

Nous n'avons pas pu mettre en avant des différences notables et significatives entre les professeurs libanais et français. Ce projet était trop ambitieux. Sur le plan des interactions, nous avons remarqué que les élèves libanais interviennent plus que les élèves français pendant les phases de correction pour poser des questions, peut être parce que les expressions sont plus compliquées, peut-être est-ce un phénomène culturel ou bien cela est lié aux classes filmées. Nous ne pouvons le dire actuellement.

Bibliographie

Behr, M., Erlwanger, S. & Nichols, E. (1980). How children view the equals sign. *Mathematics Teaching*, Vol 92, pp. 13-15.

Bednarz, N. & Janvier, C. (1996). Emergence and development of algebra as a problem-solving tool : continuities and discontinuities with arithmetic. In Sutherland, R. (ed). Approaches to algebra, perspectives for research and teaching. Dordrecht : Kluwer Academic Publishers.

Booth, L. (1988). Children's difficulties in beginning algebra. In A.F. Coxford & A.P. Shulte (Eds.) *The Ideas of Algebra, K-12. Yearbook*. Reston, VA: NCTM.

Bosch, M. & Chevallard, Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématiquesaux ostensifs. Objet d'étude et problématique. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, Vol. 19, n°1, pp. 77-124.

Chevallard, Y. (1985). Le passage de l'arithmétique à l'algébrique dans l'enseignement des mathématiques au collège- première partie : l'évolution de transposition didactique. *Petit x,* n°5, pp. 51-94.

Chevallard, Y. (1989). Le passage de l'arithmétique à l'algébrique dans l'enseignement des mathématiques au collège- Deuxième partie : perspectives curriculaires : la notion de modélisation . *Petit x*, n° 19, pp. 43-72.

Chevallard, Y. (1990). Le passage de l'arithmétique à l'algébrique dans l'enseignement des mathématiques au collège-troisième partie. *Petit x* , n° 23, pp. 5-38.

Chevallard, Y. (1998). Analyse des pratiques enseignantes et didactiques des mathématiques : L'approche Anthropologique. La notion d'organisation praxéologique. *Actes de l'U.E. de la Rochelle: Analyse des pratiques enseignantes et didactiques des mathématiques* , pp. 119-140.

Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, Vol. 19, n°2, pp. 221-266.

Coppé, S. (1993). Processus de vérification en mathématiques chez les élèves de première scientifique en situation de devoir surveillé. Thèse de doctorat en Didactique des Mathématiques de l'Université de Lyon 1.

Coulanges , L. (2000). Etude des pratiques du professeur du double point de vue écologique et économique. Cas de l'enseignement des systèmes d'équations et de la mise en équations en classe de troisième. Thèse de l'Université de Grenoble.

De Blois, L. (2006). Influence des interprétations des productions des élèves sur les stratégies d'interventions en classe de mathématiques. *Educational studies in mathematics*, Vol. 62, n°3, pp. 307-329.

Drouhard, J.-P. (1992). *Les écritures symboliques de l'algèbre élémentaire*. Thèse de doctorat, Université de Paris VII.

El Mouhayar, R. (2007). Etude en France et au Liban des pratiques d'enseignement des mathématiques au niveau de l'école moyenne (11-15 ans) dans le cas de l'algèbre. Thèse de l'Université Lumière Lyon 2.

Gascon, J. (1994). Un nouveau modèle de l'algèbre élémentaire comme alternative à l'arithmétique généralisée ». Petit x n° 37.

Grugeon, B. (1995). Étude des rapports institutionnels et des rapports personnels des élèves à l'algèbre élémentaire dans la transition entre deux cycles d'enseignement : BEP et Première G. Thèse de doctorat en didactique des Mathématiques, IREM PARIS VII.

Kieran, C. (1990). Cognitive processes involved in learning school algebra. In Mathematics and cognition. A research synthesis by the international group for the psychology of mathematics education. P. Nesher et J. Kilpatrick Edits. Cambridge University Press.

Kirshner D, & Awtry, T. (2004). Visual Salience of algebraic transformations. *Journal for research in mathematics Education*, Vol 35/4, pp. 224-257.

Lenfant, A. (2002). De la position d'étudiant à la position d'enseignant : l'évolution du rapport à l'algèbre des professeurs stagiaires. Thèse de l'Université de Paris 7.

Roditi, E. (2003). Régularité et variabilité des pratiques ordinaires d'enseignement. Le cas de l'enseignement de la multiplication des nombres décimaux en sixième, *Recherches en Didactique des Mathématiques* 23/2.

Tiberghien, A., Malkoun L, Buty, C., Souassy, N. & Mortimer, E. (2007). Analyse des savoirs en jeu en classe de physique à différentes échelles de temps. AGIR ENSEMBLE. *L'action didactique conjointe du professeur et des élèves. Presses Universitaire de Rennes.*

Vergnaud, G. (1988). Long terme et court terme dans l'apprentissage de l'algèbre. In C. Laborde (Ed.), *Actes du colloque franco-allemand de didactique des mathématiques et de l'informatique*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

Vergnaud, G. (1989). Difficultés conceptuelles, erreurs didactiques et vrais obstacles épistémologiques dans l'apprentissage des mathématiques. In N. Bednarz et C. Garnier (Eds.), *Construction des savoirs. Obstacles et conflits*. CIRADE.