



HAL
open science

Une évaluation économique du risque de modèle pour les investisseurs de long-terme

Christophe Boucher, Benjamin Hamidi, Patrick Kouontchou, Bertrand Maillet

► **To cite this version:**

Christophe Boucher, Benjamin Hamidi, Patrick Kouontchou, Bertrand Maillet. Une évaluation économique du risque de modèle pour les investisseurs de long-terme. 2012. halshs-00825337

HAL Id: halshs-00825337

<https://shs.hal.science/halshs-00825337>

Preprint submitted on 23 May 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Laboratoire d'Economie d'Orléans

Document de Recherche

n° 2012-01

**« Une évaluation économique du risque de modèle
pour les investisseurs de long-terme »**

**Bertrand MAILLET
Christophe BOUCHER
Benjamin HAMIDI
Patrick KOUONTCHOU**

Laboratoire d'Economie d'Orléans – UMR CNRS 7322 Faculté de Droit, d'Economie et de Gestion,
Rue de Blois, B.P. 26739 – 45067 Orléans Cedex 2 - France

Tél : 33 (0)2 38 41 70 37 – 33 (0)2 38 49 45 04 – Fax : 33 (0)2 38 41 73 80

E-mail : leo@univ-orleans.fr - <http://www.univ-orleans.fr/leo/>

Une évaluation économique du risque de modèle pour les investisseurs de long-terme

Christophe BOUCHER*
Benjamin HAMIDI**
Patrick KOUONTCHOU***
Bertrand MAILLET****

Les récents épisodes de turbulence financière sont venus remettre en cause la précision des mesures classiques de risque pour évaluer les risques extrêmes. Ces mesures de risques, telles que la VaR, sont devenues incontournables dans la gestion des risques et l'allocation d'actifs (Basak et Shapiro [2001] ; Monfort [2008]). Nous estimons le risque de modèle des mesures de risque et nous évaluons son impact sur l'allocation d'actifs optimale à différents horizons. Nos résultats montrent, sur des données longues américaines, une relation en U-inversé entre notre mesure du risque de modèle sur les VaR historiques et l'horizon de l'agent représentatif, qui impacte sensiblement son allocation optimale.

AN ECONOMIC EVALUATION OF THE MODEL RISK FOR LONG-TERM INVESTORS

The recent experience from the global financial crisis has raised serious questions about the accuracy of standard risk measures as a tool to quantify extreme downward risks. These standard risk measures, such as the VaR, emerge over the last decades as the industry standard for risk management and asset allocation (Basak and Shapiro [2001]; Monfort [2008]). We estimate the riskiness of risk models and we evaluate its impact on optimal portfolios at various time horizons. Based on a long sample of U.S. data, we find an inverse U-shape relation between VaR model errors and the horizon that impacts the optimal asset allocation of the representative agent.

Classification *JEL*: C14, C52, G11, G32.

* A.A.Advisors-QCG (ABN AMRO), Variances et Université Paris-1 (CES/CNRS). Courriel : christophe.boucher@univ-paris1.fr.

** Neufilize OBC Investissements (ABN AMRO). Courriel : benjamin.hamidi@fr.abnamro.com.

*** Variances et Université de Metz (CEREFIGE). Courriel : patrick.kouontchou@univ-metz.fr.

**** A.A.Advisors-QCG (ABN AMRO), Variances et Université d'Orléans (LEO/CNRS et IEF). Correspondance à : Bertrand Maillet, LEO/CNRS, Université d'Orléans, Rue de Blois - BP 26739 - 45067 ORLEANS Cedex 2. Courriel : bertrand.maillet@univ-orleans.fr.

Nous remercions Monica Billio, Christoph Becker, Massimiliano Caporin, Christophe Hurlin, Christophe Pérignon, Michaël Rockinger et Jean-Michel Zakoïan pour leurs premiers commentaires lors de la préparation de ce travail, ainsi que les participants des conférences du GDR-CNRS « Monnaie Banque Finance » (Reading, mai 2011), de l'AFFI (Montpellier, mai 2011) et de l'AFSE (Nanterre, septembre 2011) pour leurs suggestions lors de la préparation de cet article. Le premier auteur remercie la Fondation Banque de France et le quatrième l'Institut Eurolplace de Finance pour leurs soutiens financiers. L'avertissement habituel s'applique ici.

INTRODUCTION

Les récents épisodes d'instabilité financière ont remis en cause la précision des mesures classiques de risque pour évaluer les risques extrêmes. Malgré des progrès notables dans la mesure et la prise en considération des risques financiers (nouvelles mesures, meilleure connaissance des propriétés des mesures de risque, intensification des contrôles de risque...), les turbulences observées depuis quelques années sur les marchés financiers ont mises en évidence les limites des mesures de risques extrêmes traditionnelles, telles que la *Value-at-Risk* (*VaR*), utilisées par l'industrie financière et imposées par les régulateurs (Engle et Manganelli [1999]). Recommandée pour les banques (Bâle II) et les assurances (*Solvency II*)¹ afin de suivre les risques et déterminer le capital nécessaire à leur couverture (Schulte-Herbrüggen et Becker [2005]), la *VaR* intervient également directement dans l'allocation d'actifs. En effet, un large spectre de nouvelles méthodes d'allocations d'actifs, qui reposent sur des mesures de risques fondées sur les quantiles telles que la *VaR*, a émergé (Basak et Shapiro [2001] ; Favre et Galeano [2002] ; Gabih *et al.* [2005] ; Monfort [2008]).

La littérature financière montre que les mesures de risque symétriques, telles que la variance ou l'écart-type (volatilité), sont inadaptées pour rendre compte des caractéristiques des rendements des actifs financiers (Jondeau *et al.* [2007]). Les méthodes d'allocation d'actifs fondées sur la *VaR* permettent au contraire d'appréhender les risques extrêmes. Toutefois, la *VaR* a fait l'objet de nombreuses critiques en raison de sa propriété théorique de non sous-additivité, et du fait qu'elle ne nous renseigne pas complètement sur l'ampleur de ces risques extrêmes. Elle reste toutefois une mesure très usitée.

Nous nous intéressons, dans cet article, au risque de modèle des mesures de risque, et en particulier de la *VaR*, et à ses conséquences sur l'allocation d'actif. Nous focalisons notre analyse en particulier sur la *VaR* estimée selon la méthode historique puisqu'il s'agit de la méthode la plus employée dans l'industrie financière (Christoffersen et Gonçalves [2005])². La contribution de ce papier est de proposer une quantification du risque de modèle et de construire des allocations d'actifs de long-terme ajustées du risque de modèle. L'ajustement optimal est défini à partir d'un contrôle de validation des modèles internes de risque mis en place par les autorités prudentielles. En d'autres termes, nous ajustons la *VaR* estimée des principales erreurs de modèle potentielles (principalement les erreurs d'estimation, de spécification, d'identification et de granularité), en calculant une *VaR* corrigée du risque de modèle. Cette correction est calibrée à partir du test du nombre « d'exceptions »³ des régulateurs. A partir d'un programme d'optimisation de portefeuille avec richesse *pseudo-garantie* à terme (contrainte de probabilité de perte à l'échéance), nous montrons que la prise en compte de l'ajustement de la *VaR* conduit à réduire significativement la part de l'actif risqué dans le portefeuille pour certains horizons.

L'impact du risque de modèle sur la variance prévue et l'allocation d'actif à des horizons longs a été analysé par plusieurs auteurs. Barberis [2000] montre en particulier comment l'incertitude sur les paramètres du modèle d'estimation des rendements futurs exerce des effets plus marqués à des horizons longs. Pastor et Stambaugh [2011] montrent que l'effet de retour à la moyenne du prix des actions⁴, qui entraîne une réduction de la variance avec

¹ Voir pour cela, les recommandations du comité de Bâle (BCBS, [1988 et 1996] et celles des autorités des services financiers (FSA, [2006]).

² Il est à noter que les résultats pour cette méthode peuvent facilement être appliqués sur les autres principales mesures de risque.

³ Une exception correspond à une date où le rendement dépasse le risque calculé par le modèle.

⁴ Ce phénomène conduit mécaniquement à renforcer la part des actions dans les allocations de long terme (car il réduit leur risque de long-terme), même si le risque de marché, à court terme, est accru.

l'horizon temporel, est plus que compensé par les multiples incertitudes de la modélisation – et en particulier celles correspondant aux espérances de rendement – ce qui a pour effet au final de réduire l'allocation en actions à long-terme. Aussi, Kerkhof *et al.* [2010] évaluent le risque de modèle de la *VaR* sur le calcul des réserves en capital, mais sans toutefois en mesurer l'impact sur les allocations d'actifs.

Le reste de l'article est organisé comme suit. Nous présentons dans une première section la procédure d'évaluation du risque de modèle des modèles de risque et nous quantifions les ajustements de *VaR* sur plusieurs horizons. Nous développons ensuite dans une seconde section un programme d'allocation d'actifs ajustée du risque de modèle, avant de conclure dans la dernière section.

UNE EVALUATION DU RISQUE DE MODELE

Les estimations de *VaR* contiennent des erreurs qui peuvent engendrer des problèmes de solvabilité, induire un risque systémique et entraîner des coûts de régulation. Il est donc nécessaire de les réduire pour limiter leur impact économique¹. Si les agents économiques n'ont aucune idée du « vrai » risque de modèle *a priori*, il est cependant possible de calculer des *VaR* corrigées du risque de modèle à partir d'un ou de plusieurs critères prédéfinis. L'ajustement optimal que nous retenons dans cet article est défini à partir du test de validation des modèles de risque instauré par les autorités prudentielles.

Dans ce contexte, la *VaR* imparfaite ajustée du risque de modèle (notée *IMA-VaR* pour *Imperfect Model-Adjusted - VaR*) peut s'écrire :

$$IMA-VaR(P, \alpha, \hat{\theta}, n) = EVAR(P, \alpha, \hat{\theta}, n) + \underline{adj}(P, \alpha, \hat{\theta}, n), \quad (1)$$

où $EVAR(.)$ est la *VaR* estimée avec un risque de modèle spécifique, α est la probabilité associée à la *VaR* calculée, $\hat{\theta}$ sont des paramètres du modèle estimé avec T observations, n les actifs du portefeuille P , et $\underline{adj}(P, \alpha, \hat{\theta}, n)$ l'ajustement nécessaire pour que le modèle de risque soit validé par les régulateurs, *i.e.* tel que :

$$IMA-VaR(P, \alpha, \hat{\theta}, n)^* = \sup_{VaR^* \in IR} \left\{ VaR(P, \alpha, n)^* \right\}, \quad (2)$$

où $VaR(.)^*$ est un ensemble de *VaR*, composé d'un modèle de *VaR* et de sa correction, considéré comme valide par les autorités, et $IMA-VaR(.)^*$ est la limite supérieure de *VaR* (la moins prudente des *VaR*), juste assez prudente pour que le régulateur valide le modèle.

Plus généralement, plus le modèle de *VaR* est adapté, moins le réajustement requis est important et *vice-versa* (Lönnbark [2010]). Nous détaillons, dans la suite, la *VaR* limite du modèle imparfait ajusté qui permettra de se conformer au principal test de validation des autorités de marché (lié au nombre d'exceptions récentes cumulées comme décrit ci-dessous).

¹ Voir par exemple Cont [2006], Derman [1996], Figlewski [2004], Gagliardini et Gouriéroux [2010], Gagliardini *et al.* [2010], Green et Figlewski [1999] et Wilde [2001] pour l'estimation des risques de modèle.

Une bonne VaR selon le « test du feu tricolore »

Soit $I_t^{EVaR}(\alpha)$ la variable booléenne associée à l'observation *ex post* de la violation de l' $EVaR(\cdot)$ au seuil α à la date t et définie par :

$$I_t^{EVaR(\cdot)}(\alpha) = \begin{cases} 1 & \text{si } r_t < -EVaR(P, \sigma, \hat{\sigma})_{t-1} \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases} \quad (3)$$

où r_t est le rendement du portefeuille P à la date t , avec $t = [1, \dots, T]$.

Si nous supposons que les séquences de $I_t^{EVaR}(\cdot)$ sont *i.i.d.*, alors sous l'hypothèse de couverture inconditionnelle (Kupiec [1995]), le nombre total de violations (ou exceptions cumulées) de VaR sur une période, suit une distribution Binomiale (Christoffersen [1998]).

Le dispositif micro-prudentiel de contrôle *ex post* lié à l'utilisation des modèles internes de VaR repose sur la fréquence des exceptions. Le régulateur utilise le nombre d'exceptions sur les 250 derniers jours ouvrés pour déterminer la majoration du coefficient multiplicateur appliqué aux fonds propres de l'institution financière (test dit « du feu tricolore »)¹.

Du point de vue pragmatique des régulateurs, une VaR parfaite (ni trop prudente, ni trop agressive) dans le sens de ce contrôle, est telle que sa séquence de valeurs ($VaR(\cdot)^*$) respecte la condition suivante :

$$\begin{cases} T^{-1} Hit_T^{VaR(\cdot)^*} < \alpha \\ T^{-1} \left[Hit_T^{VaR(\cdot)^*} + 1 \right] \geq \alpha, \end{cases} \quad (4)$$

où $Hit_T^{VaR(\cdot)^*} = \sum_{t=1}^T I_t^{EVaR(\cdot)}(\alpha)$ est la variable de « Hit » (cumul des violations) associée aux $VaR(\cdot)^*$.

Ainsi, une VaR qui correspond au critère des autorités est telle qu'elle satisfait la probabilité associée, jusqu'à la limite où une exception supplémentaire ferait en sorte que la fréquence empirique des exceptions dépasse sa probabilité théorique associée. En d'autres termes, puisque la VaR est estimée et que les limites de l'intervalle de tolérance du contrôle sont connues, il suffit de calculer l'ajustement minimum qui permette d'obtenir une VaR modifiée qui respecte les conditions, *i.e.* :

¹ Trois zones sont ainsi définies pour évaluer les résultats des contrôles *ex post* : verte (de 0 à 4 exceptions), orange (de 5 à 9 exceptions) et rouge pour 10 exceptions et plus.

$$\underline{adj}(P, \alpha, \hat{\theta}, n) = \underline{q}^* = \underset{q^* \in \mathbb{R}}{\text{Max}} \left\{ VaR(P, \alpha, \hat{\theta}, n)_t^* \right\}$$

sous contraintes :

$$\begin{cases} T^{-1} Hit_T^{VaR(\cdot)^*} < \alpha \\ T^{-1} \left[Hit_T^{VaR(\cdot)^*} + 1 \right] \geq \alpha, \end{cases} \quad (5)$$

avec:

$$VaR(P, \alpha, \hat{\theta}, n)_t^* = EVaR(P, \alpha, \hat{\theta}, n)_t + q^*.$$

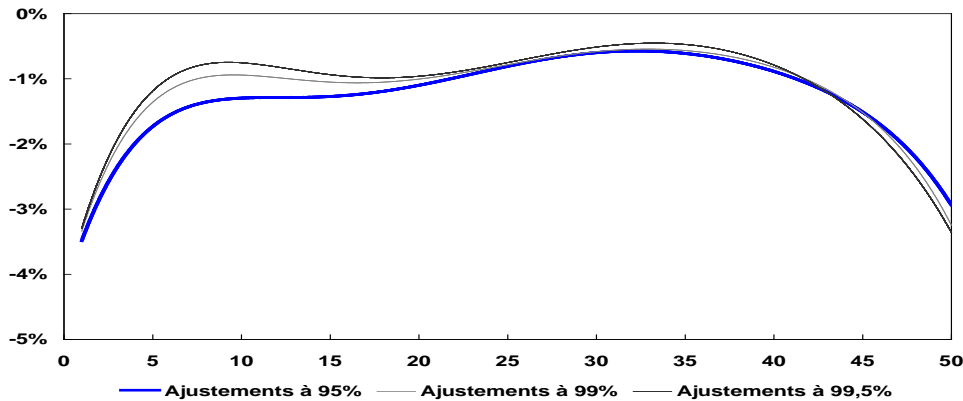
La structure par terme du risque de modèle

Dans cette section, nous quantifions le risque de l'allocation d'actifs de long terme à partir de la *VaR* et nous mesurons l'ajustement nécessaire pour chacun des horizons. Les données utilisées pour cette illustration correspondent aux rentabilités historiques de l'indice *DJIA* (en *USD*) du 1^{er} janvier 1900 au 12 octobre 2011.

Nous utilisons une approche de simulation par simple ré-échantillonnage (Efron et Tibshirani [1994]) des séries originales pour construire des *VaR* à des horizons de long terme. L'ajustement minimum (l'erreur) est représenté sur le graphique 1, pour la *VaR* historique simulée sur un an à partir de la série du *DJIA* sur un siècle. Elle représente le minimum de *VaR* additionnelle que l'on aurait dû rajouter sur les estimations des quantiles de façon à produire une séquence de *VaR* globale validée par le « test du feu tricolore ».

Les termes d'ajustement associés aux *VaR* qui apparaissent sur le graphique 1 sont annualisés et représentés pour des horizons de 1 à 50 ans. L'ampleur du « risque de modèle » est inférieure à 4% en valeur absolue (en information complète). La correction négative implique des *VaR* plus prudentes que celles initialement estimées sans introduire le risque de modèle. Nous trouvons aussi une relation en forme de U inversé (pour les trois niveaux de confiance) entre l'ajustement lié aux *VaR* historiques et l'horizon de calcul. Les corrections (erreurs de modèles) sont plus élevées pour des horizons de court terme (tout comme les *VaR* sont plus importantes pour des horizons de court terme), mais elles augmentent aussi à nouveau pour des horizons de long terme. Cette évaluation du « risque de modèle de risque » est ainsi plus importante pour des horizons de court terme (horizons d'investissement inférieurs à 5 ans) et pour des horizons supérieurs à 40 ans.

Graphique 1. Structure par terme du risque de modèle de la VaR historique (de 1 à 50 ans)



Source : *Bloomberg*; données journalières sur l'indice *DJIA* en USD du 1er janvier 1900 au 12 octobre 2011 ; calculs des auteurs. L'ajustement minimal nécessaire pour respecter le critère du « feu tricolore » est ici considéré comme un *proxy* de la valeur économique du risque de modèle. La *VaR* historique est ici calculée sur différents horizons (de 1 à 50 ans), comme un quantile empirique sur une fenêtre glissante de 1 305 rendements journaliers passés. Les termes d'ajustements associés à la *VaR* historique présentés sur ce graphique sont annualisés, lissés selon un polynôme d'ajustement d'ordre 3 et déterminés par rapport à des horizons de 1 à 50 ans.

RISQUE DE MODELE ET ALLOCATIONS D'ACTIFS A LONG-TERME

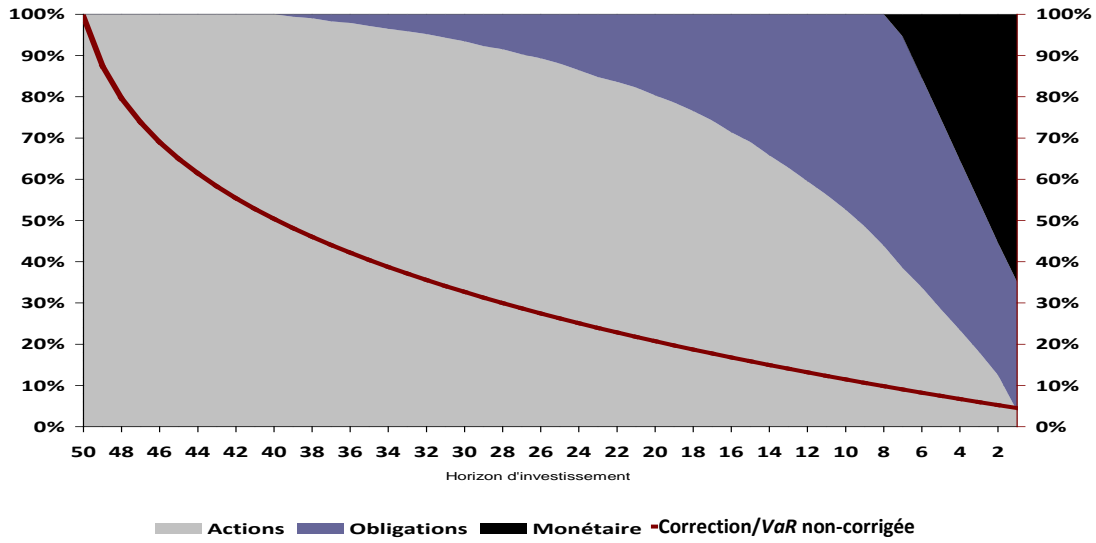
Généralement, dans les mauvais états de la nature, les investisseurs de long terme sont confrontés à un dilemme : *ceteris paribus*, la diminution des prix rend les nouvelles évaluations des actifs risqués plus attractives (particulièrement pour les horizons de long terme), mais si leurs poids sont renforcés, alors le risque de perte est aussi intensifié (et la perte potentielle à court terme est plus importante). Les arguments de long terme s'opposent ainsi aux arguments de court terme (demande de prudence). Les critères de type « *Safety First* », qui se concentrent sur les probabilités de perte, permettent à l'investisseur de résoudre ce dilemme, en imposant une limite aux arguments de long terme.

Supposons que l'on se place à la date t , et que l'on souhaite écrire le problème d'optimisation du portefeuille pour un investisseur qui achète et conserve les actifs sur un horizon h . Pour simplifier la relation théorique sans perte de généralité¹, nous supposons qu'il y a deux actifs (actif sans risque et un actif risqué) sur le marché, et que le rendement continu de l'actif sans risque est constant et égal à r_f . Si la richesse initiale de l'agent est $W_t = 1$ et que ω est la part dans l'allocation de l'actif risqué, la richesse à l'échéance h est donnée par :

$$W_{t+h} = (1 - \omega) \exp(r_f h) + \omega \exp(r_f h + \epsilon_{t+1} + \dots + \epsilon_{t+h}). \quad (6)$$

¹ La généralisation à plusieurs actifs se fera directement dans le paradigme d'optimisation cherchant à maximiser la performance sous contrainte de risque, qui conduira aux parts optimales sur chaque actif.

Graphique 2. Allocation d'actifs optimale et risque d'erreur de VaR



Source : *Datastream* et *Bloomberg*, données journalières du 30 mars 1973 au 12 octobre 2011 ; calcul des auteurs. La grille d'allocation d'actifs est représentée par les aires de couleur et l'ajustement pour le risque de modèle (ratio de la correction sur la VaR 95% non-corrigée) est représenté par la courbe. L'allocation d'actif est obtenue, pour chaque horizon (50, 49, ..., 1 sur l'axe des abscisses), à partir d'une maximisation de l'espérance de rendement sous une contrainte d'une VaR à 95% positive. Nous utilisons 30 000 simulations de Monte-Carlo à partir des caractéristiques historiques des rendements (moyennes et matrice de variance-covariance sur la période 1973-2011) pour générer les rendements pour chaque horizon, sous l'hypothèse d'une loi de Student multivariée à 5 degrés de liberté.

Les préférences de l'investisseur pour la richesse finale sont décrites par des fonctions d'utilité exponentielle (« puissance ») constantes de la forme :

$$U(W) = \frac{1}{1-\gamma} W^{1-\gamma}, \quad (7)$$

avec γ le coefficient d'aversion au risque.

En écrivant le rendement excédentaire cumulé de l'actif risqué sur la période h comme :

$$R_{t+h} = r_{t+1} + r_{t+2} + \dots + r_{t+h}, \quad (8)$$

l'investisseur qui suit une stratégie de type « achat et détention » aura pour allocation optimale la solution du problème d'optimisation suivant (Barberis [2000]) :

$$\omega^* = \underset{\omega \in \mathbb{R}^+}{\text{ArgMax}} E_t \left\{ (1-\gamma)^{-1} \left[(1-\omega) \exp(r_f h) + \omega(r_f h + R_{t+h}) \right]^{1-\gamma} \right\}, \quad (9)$$

sous les contraintes suivantes :

$$\begin{cases} VaR_\alpha(W_{t+h}) \geq W_{\min} & \text{(contrainte de risque)} \\ 0 \leq \omega \leq 1, & \text{(contrainte de budget)} \end{cases}$$

où $E_t(\cdot)$ est l'espérance conditionnelle à l'ensemble de l'information à la date t , $VaR_\alpha(W_{t+h})$ la perte potentielle maximale à l'échéance au seuil α , et W_{\min} la réserve de capital (le capital garanti) à l'échéance.

Le graphique 2 représente les allocations d'actifs à différents horizons de 1 à 50 ans, et le ratio d'ajustement minimum requis pour le risque de modèle sur la *VaR* des actions pour les mêmes horizons. Trois grandes classes d'actifs sont considérées : les actions, les obligations et le monétaire. L'allocation est représentée par les aires sous chaque courbe. Cette allocation est obtenue, pour chaque horizon (de 50 ans à 1 an), à partir d'une maximisation de l'espérance de rendement sous une contrainte d'une *VaR* à 95% positive. Nous retrouvons les profils d'allocations plus risquées au fur et à mesure que l'horizon d'investissement est long. L'ajustement pour risque de modèle, représenté ici par le ratio de la correction divisée par la *VaR* non ajustée, est représenté par la courbe épaisse. Ce graphique montre que la correction croît exponentiellement avec l'horizon. Cette dernière atteint 100% à l'horizon de 50 ans. Les actions sont donc deux fois plus risquées (au sens de la *VaR* 95%) que dans le cas d'une optimisation traditionnelle pour ce type d'horizon long.

Tableau 1 - Allocation optimale et sur-estimation de l'allocation optimale pour la poche « actions » selon le rendement garanti et l'horizon d'investissement

Rendement annualisé <i>pseudo-</i> garanti	Horizon d'investissement (en années)							
	35	30	25	20	15	10	5	
Echantillon A : <i>VaR</i> 95%								
0%	Poids non-ajusté	97,18%	93,44%	88,04%	80,33%	69,04%	52,60%	28,45%
	Surpondération	3,63%	3,10%	6,18%	9,17%	8,08%	6,39%	4,39%
1%	Poids non-ajusté	89,31%	84,09%	77,15%	68,23%	56,12%	38,63%	17,75%
	Surpondération	3,74%	3,11%	5,79%	8,51%	7,71%	5,57%	3,48%
2%	Poids non-ajusté	76,48%	69,82%	61,44%	51,14%	37,63%	18,41%	7,67%
	Surpondération	3,94%	2,90%	5,69%	7,91%	6,37%	3,89%	2,07%
Echantillon B : <i>VaR</i> 99,5%								
0%	Poids non-ajusté	80,76%	74,78%	67,09%	56,24%	41,36%	28,14%	15,72%
	Surpondération	4,99%	4,13%	6,16%	7,18%	7,61%	2,49%	1,19%
1%	Poids non-ajusté	66,10%	59,09%	49,96%	37,91%	25,90%	20,63%	10,83%
	Surpondération	4,39%	4,38%	4,40%	4,24%	1,88%	5,55%	2,64%
2%	Poids non-ajusté	40,12%	33,34%	26,21%	20,53%	14,03%	9,78%	4,69%
	Surpondération	3,50%	5,41%	3,00%	3,14%	1,89%	2,74%	1,37%

Source : *Datastream* et *Bloomberg*, données journalières du 30 mars 1973 au 12 octobre 2011 ; calculs des auteurs. Le tableau présente l'allocation optimale (non ajustée du risque de modèle) de la poche « actions » et la sur-estimation (écart de poids) de l'allocation optimale par rapport à l'allocation optimale ajustée du risque de modèle pour deux seuils de *VaR* (95% et 99,5%) et différentes valeurs du rendement nominal garanti. Nous utilisons 30 000 simulations de Monte-Carlo à partir des caractéristiques historiques des rendements (moyennes et matrice de variance-covariance sur la période 1973-2011) pour générer les rendements pour chaque horizon sous l'hypothèse d'une loi Student multivariée à 5 degrés de liberté.

Le tableau 1 présente l'allocation optimale (non-ajustée du risque de modèle) de la poche « actions » et la sur-estimation (écart de poids) de l'allocation optimale brute par rapport à l'allocation optimale ajustée du risque de modèle pour deux seuils de *VaR* (95% et 99,5%) et différentes valeurs du rendement nominal garanti. Comme l'intuition le suggère, l'intégration du risque de modèle induit une réduction du poids des actions quel que soit l'horizon (lignes « surpondération » toujours positives). Compte tenu des autres caractéristiques des actions (en termes d'espérance en particulier), l'effet du risque de modèle sur le poids des actions dans

les portefeuilles optimaux augmente avec l'horizon dans un premier temps, puis se réduit progressivement (à partir de 15 ans environ)¹. L'ajustement du risque des actions est alors plus que compensé par leurs différences relatives d'espérance de rendements à long terme.

CONCLUSION

Dans cet article, nous mesurons le risque de modèle des modèles de risque pour intégrer directement celui-ci dans les risques estimés. Nous évaluons en particulier l'impact de ce risque de modèle sur l'allocation d'actifs optimale à différents horizons.

Nos résultats montrent une relation en U-inversé entre notre mesure du risque de modèle sur les *VaR* historiques et l'horizon d'investissement. Ce risque de modèle des modèles de risque impacte sensiblement l'allocation optimale de l'agent représentatif. La surpondération des actions, induite par l'omission du risque de modèle sur les *VaR*, augmente avec l'horizon dans un premier temps puis se réduit progressivement à partir d'un horizon d'environ 15 ans. L'ajustement du risque des actions pour risque de modèle est alors plus que compensé par leurs différences d'espérance de rendements avec les autres classes d'actifs. Nos résultats ont des applications directes. Ils suggèrent une correction de l'allocation en actifs risqués des différents produits financiers à horizon (fonds d'investissements, produits retraites...) afin d'intégrer les incertitudes de modélisation.

Ce travail ouvre plusieurs pistes de recherche. D'abord, il sera intéressant d'examiner le risque de modèle des *VaR* estimées à partir d'autres approches que la méthode historique (méthodes paramétriques, semi-paramétriques, factorielles, *etc.*), pour ainsi comparer ces différents modèles de *VaR* sur la base des corrections apportées. Ensuite, il conviendra de prendre en compte d'autres qualités de la *VaR* (et donc de tests statistiques formels) telles que l'indépendance et la taille des exceptions. Il pourrait enfin être envisagé d'étudier l'impact des corrections dynamiques sur les allocations intégrant d'autres classes d'actifs (immobilier, matières premières...) et d'autres pays.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- BARBERIS N. [2000], « Investing for the Long Run when Returns are Predictable », *Journal of Finance*, 55 (1), 225-264.
- BASAK S. et SHAPIRO A. [2001], « Value-at-Risk-based Risk Management: Optimal Policies and Asset Prices », *The Review of Financial Studies*, 14(2), 371-405.
- BASEL COMMITTEE ON BANKING SUPERVISION [1988], *International Convergence of Capital Measurement and Capital Standard*, Bank for International Settlements, 30 pages.
- BASEL COMMITTEE ON BANKING SUPERVISION [1996], *Amendment to the Capital Accord to Incorporate Market Risks*, Bank for International Settlements, 63 pages.
- CHRISTOFFERSEN P. [1998], « Evaluating Interval Forecasts », *International Economic Review*, 39(4), 841-862.

¹ Pour précision, nous avons vérifié la robustesse de ces résultats en s'assurant de la convergence sur d'autres grands échantillons de simulations (plusieurs jeux de 30 000 données), en utilisant aussi d'autres méthodes alternatives de simulations (*Bootstrap* simple, *Bootstrap* par blocs et *Surrogate datas*) et, enfin, d'autres programmes – similaires – d'optimisation de portefeuille (approche du type « *Safety First* »). Les résultats – non reproduits ici par souci d'économie de place – confirment les ordres de grandeur et la forme non-linéaire de la surpondération avec l'horizon pour les *VaR* au seuil de 99,5%.

- CHRISTOFFERSEN P. et GONÇALVES S., [2005], « Estimation Risk in Financial Risk Management », *Journal of Risk*, 7(3), 1-28.
- CONT R. [2006], « Model Uncertainty and its Impact on the Pricing of Derivative Instruments », *Mathematical Finance*, 16(3), 519-547.
- DERMAN E. [1996], « Model Risk », *Risk*, 9(5), 34-37.
- EFRON B. D. et TIBSHIRANI R., (1994), *An Introduction to the Bootstrap*, Cox-Hinkley-Reid-Rubin-Silverman (Eds), Chapman & Hall/CRC (New York), 456 pages.
- ENGLE R. et MANGANELLI S. [1999], « Value-at-Risk Models in Finance », *ECB Working Paper*, 75, 40 pages.
- FAVRE L. et GALEANO J. [2002], « Mean Modified Value-at-Risk Optimization with Hedge Funds », *Journal of Alternative Investments*, 5(2), 21-25.
- FIGLEWSKI S. [2004], « Estimation Error in the Assessment of Financial Risk Exposure », *Working Paper New-York University*, 48 pages.
- FINANCIAL SERVICES AUTHORITY [2006], « Solvency II: A New Framework for Prudential Regulation of Insurance in the EU », *FSA Discussion Paper*, 1-64.
- GABIH A., GRECKSCH W. et WUNDERLICH R. [2005], « Dynamic Portfolio Optimization with Bounded Shortfall Risks », *Stochastic Analysis and Applications*, 23(3), 579-594.
- GAGLIARDINI P. et GOURIÉROUX C. [2010], « Granularity Adjustment for Risk Measures: Systematic versus Unsystematic Risks », *Proceedings of CREDIT_2010 Conference*, 60 pages.
- GAGLIARDINI P., GOURIÉROUX C. et MONFORT A. [2010], « Micro-information, Non-linear Filtering and Granularity », *Proceedings of CREDIT_2010 Conference*, 56 pages.
- GOURIÉROUX C. et ZAKOÏAN J.-M. [2010], « Estimation Adjusted VaR », *mimeo CREST*, 39 pages.
- GREEN T. et FIGLEWSKI S. [1999], « Market Risk and Model Risk for a Financial Institution Writing Options », *Journal of Finance*, 54(4), 1465-1500.
- JONDEAU E., ROCKINGER M. et POON S.-H. [2007], *Financial Modelling under Non Gaussian Distributions*, Springer, 542 pages.
- KERKHOF J., MELENBERG B. et SCHUMACHER H. [2010], « Model Risk and Capital Reserves », *Journal of Banking and Finance*, 34(1), 267-279.
- KUPIEC P. [1995], « Techniques for verifying the Accuracy of Risk Measurement Models », *Journal of Derivatives*, 3(2), 73-84.
- LÖNNBARK C. [2010], « Uncertainty of Multiple Period Risk Measures », *Umea Economic Studies*, 768, Umea University, Department of Economics, 37 pages.
- MONTFORT A. [2008], « Optimal Portfolio Allocation under Asset and Surplus VaR Constraints », *Journal of Asset Management*, 9(3), 178-192.
- PÁSTOR L. et STAMBAUGH R. [2011], « Are Stocks Really Less Volatile in the Long Run? », *Journal of Finance*, à paraître, 56 pages.
- SCHULTE-HERBRÜGGEN W. et BECKER G. [2005], « From Basel II to Basel III », *Risk*, 18(1), 58-61.
- WILDE T. [2001], « Probing Granularity », *Risk*, 18(4), 103-106.