



Les fractions dans les tablettes économiques du début du second millénaire en Assyrie et en Babylonie

Cécile Michel

► To cite this version:

Cécile Michel. Les fractions dans les tablettes économiques du début du second millénaire en Assyrie et en Babylonie. P. Benoit, K. Chemla, J. Ritter. Histoire de fractions, fractions d'histoire, Birkhäuser Verlag, pp.87-101, 1992, Science Networks: Historical Studies Vol. 10. halshs-00821242

HAL Id: halshs-00821242

<https://shs.hal.science/halshs-00821242>

Submitted on 8 May 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

CHAPITRE V

Les fractions dans les tablettes économiques du début du second millénaire en Assyrie et en Babylonie

PARMI LES multiples tablettes cunéiformes que nous possédons, les textes économiques ou administratifs sont nombreux, et, à certaines époques, constituent la masse principale de nos sources. Ainsi, au début du second millénaire av. J.-C., les Assyriens établis à Aššur en Haute Mésopotamie, organisèrent des échanges intensifs avec l'Anatolie, et y installèrent des comptoirs commerciaux dont l'office central se trouvait à Kaneš, au cœur de l'Anatolie. Exportant étain et étoffes, les marchands assyriens rapatriaient les capitaux produits de leurs ventes : des matières précieuses, de l'or et surtout de l'argent. La valeur des produits était exprimée par un certain poids d'argent qui a pris alors le rôle de « monnaie » au sens économique du terme. Les préoccupations essentielles étaient donc commerciales, fondées sur les échanges, et financières, jouant sur les prêts et intérêts. En effet, de même que dans les communautés marchandes italiennes des XII^e et XIII^e siècles de notre ère, ils fondèrent des associations, ou firmes, rassemblant ainsi les capitaux ; puis, par le biais de contrats de prêts, spéculaient sur les valeurs et marchandises. La pratique de ces techniques commerciales développées a nécessité la tenue de comptabilités précises¹.

¹ Les premières tablettes dites « cappadociennes » apparaissent en 1881 chez les antiquaires de Kayseri et Istanbul ; elles proviennent de fouilles clandestines effectuées par les paysans anatoliens. Les fouilles officielles commencent en 1925 sous la direction de B. Hrozný, sur le site de Kültepe/Kaneš, à une vingtaine de kilomètres de l'actuelle Kayseri, dégageant ainsi l'office du comptoir commercial occupé par les Assyriens. Toutes les tablettes issues des fouilles clandestines se trouvent actuellement dans les grands musées occidentaux et dans quelques collections privées, cela correspond à 3 000 tablettes publiées sous forme de copies

Environ cent ans plus tard, le royaume de Mari, qui se trouve sur la route commerciale de l'Euphrate reliant la Méditerranée et le golfe Persique, constituait alors un point de passage sur la route de l'étain venant de la Susiane et exporté vers l'Occident. De plus, au cœur des manœuvres politiques, Mari possédait une administration développée et des fonctionnaires très hiérarchisés. A plusieurs reprises, un recensement général du pays fut opéré afin de dénombrer les soldats, les artisans et les marchands rattachés au palais qui devait subvenir à leur entretien. C'est ainsi que nous sont parvenues d'importantes archives concernant l'administration du palais².

A partir des sources héritées de ces deux civilisations, rédigées dans une même langue et un système d'écriture identique, nous allons étudier l'utilisation de la fraction. En effet, contrairement aux textes mathématiques mésopotamiens qui présentent une conversion presque systématique des fractions en système sexagésimal, nos tablettes exprimées dans un système mixte de base dix et base soixante, « fourmillent » de fractions.

1. Dans quel type de documents trouve-t-on des fractions ?

En ce qui concerne les tablettes économiques paléoassyriennes de Kaneš, il s'agit de notices personnelles de comptabilités et de contrats de transports évaluant les montants des marchandises exportées ou importées, et calculant les taxes et les impôts, de reconnaissances de dettes à intérêt, ou encore, de calculs de tarifs de vente ou achat de marchandises. A Mari, nos sources se composent de textes administratifs, d'inventaires et de distributions de rations et salaires, ou encore d'opérations de vente ou achat de produits.

2. Comment la fraction était-elle écrite ?

A Mari, les scribes appliquaient le système babylonien de notation des fractions :

igi-n-gál

que l'on écrit aujourd'hui $\frac{1}{n}$ ($\bar{n}$). De là, ils disposaient de la fraction complémentaire $\frac{n-1}{n}$ énoncée de la façon suivante :

1 LÁ igi-n-gál

Face à ces notations un peu lourdes, les fractions fréquemment employées possédaient des signes particuliers pour $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, et $\frac{5}{6}$. On constate que les

[BIN 4, BIN 6, CCT 1-6, KTS 1-2, AnOr 6, TCL 4, TCL 14, TCL 19-21]; environ 15 000 tablettes sont issues des fouilles officielles, la plupart encore inédites. Des études générales ont été rédigées sur cette civilisation [GARELLI 1963, LARSEN 1967 et 1976, ORLIN 1970, VEENHOF 1972].

² C'est en décembre 1933 que débutent, sous la direction d'A. Parrot, les fouilles archéologiques sur le site de Tell Hariri, situé sur l'Euphrate au sud de l'embouchure du Habur. En une cinquantaine d'années, environ 20 000 tablettes cunéiformes sont exhumées, retraçant l'histoire de Mari du milieu du III^e millénaire jusqu'à vers 1750 av. J.-C. [Histoire et Archéologie 1984, DALLEY 1984, PARROT 1974]. Ces tablettes, étudiées par une équipe du C.N.R.S. sous la direction de J.-M. Durand, sont systématiquement éditées dans un corpus intitulé Archives Royales de Mari, comprenant actuellement 25 volumes, dont dix portent sur les textes économiques et administratifs [7, 9/12, 11, 19, 21-25].

textes administratifs et économiques de Mari ont recours à l'expression igi-n-gál uniquement pour les inverses $\bar{4}$ et $\bar{6}$. Ainsi, était utilisée, entre autres, la série de fractions suivante :

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{6}.$$

Notons l'absence du quantième $\frac{1}{5}$, lacune que nous tenterons d'expliquer dans la suite de cet exposé.

A Kaneš, la notation igi-n-gál n'était pas en usage chez les commerçants de la vieille Assyrie. Ils ont créé plutôt des signes particuliers pour les inverses $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{6}$. C'est par des vérifications de calculs qu'il fut possible aux spécialistes du « dialecte » paléoassyrien, de déterminer les valeurs de ces signes³.

Notons que ces signes n'interviennent à aucune autre époque ou région en Mésopotamie. On peut penser, vu leur configuration, qu'ils ont été élaborés dans un même temps, et constater qu'ils comportent respectivement 4 « clous » et 6 « clous ».

Malgré des différences dans la représentation des fractions, les mêmes fractions étaient donc employées à Mari et à Kaneš; au total sept fractions :

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{6} \text{ et } \frac{5}{6}.$$

des quantités et leurs complémentaires.

³ Dès 1930 J. Lewy utilise la valeur exacte de ces signes dans son édition des textes juridiques paléoassyriens [EL]. Auparavant, les valeurs qui étaient attribuées à ces signes étaient de $\frac{1}{4}$ et $\frac{3}{4}$. Nous pouvons vérifier les nouvelles attributions sur les deux exemples suivants (rappelons que 1 mine = 60 sicles).

a) $\frac{1}{4}$: TCL 19, 43 : $1 \frac{1}{2}$ MA.NA KÙ.GI 8 x GÍN.TA ni-di/in $7 \frac{1}{2}$ KÙ.BI 12 $\frac{1}{3}$ MA.NA 2 $\frac{1}{2}$ GÍN : « 1 $\frac{1}{2}$ mine d'or (au tarif) de 8 + x sicles (d'argent) chaque (sicle d'or); son (prix en) argent : 12 $\frac{1}{3}$ mines et 2 $\frac{1}{2}$ sicles ». Or 1 $\frac{1}{2}$ mine = 90 sicles à 8 + x sicles/sicle d'or, soit $90 \cdot (8 + x) = 720 + 90x$. Or le résultat donné est de 12 $\frac{1}{3}$ mines 2 $\frac{1}{2}$ sicles soit 742 $\frac{1}{2}$ sicles; d'où $90x = 22 \frac{1}{2}$, et $x = \frac{1}{4}$.

b) $\frac{1}{6}$: CCT 3, 22a : $10 \dots \frac{1}{2}$ MA.NA x GÍN KÙ.GI $11 \frac{1}{2}$ SIG₅ 9 LÁ $\frac{1}{3}$ GÍN.TA KÙ.BI $12 \frac{1}{3}$ MA.NA 2 y GÍN : « $\frac{1}{2}$ mine x sicle d'or de bonne qualité (au tarif de) 9 moins $\frac{1}{3}$ sicle (d'argent) chaque (sicle d'or); son (prix en) argent : 4 $\frac{1}{3}$ mines 2 + y sicles ». Or $\frac{1}{2}$ mine + x sicle = 30 + x sicles à 8 $\frac{2}{3}$ sicles/sicle d'or, soit $(30 + x) \cdot (8 + \frac{2}{3}) = 260 + (8 + \frac{2}{3})x$. Or le résultat donné est de 4 $\frac{1}{3}$ mines 2 + y sicles, soit $262 + y$ sicles; d'où $26x = 6 + 3y$. Si l'on a effectivement $x = \frac{1}{4}$, alors $3y = \frac{1}{2}$, et $y = \frac{1}{6}$.

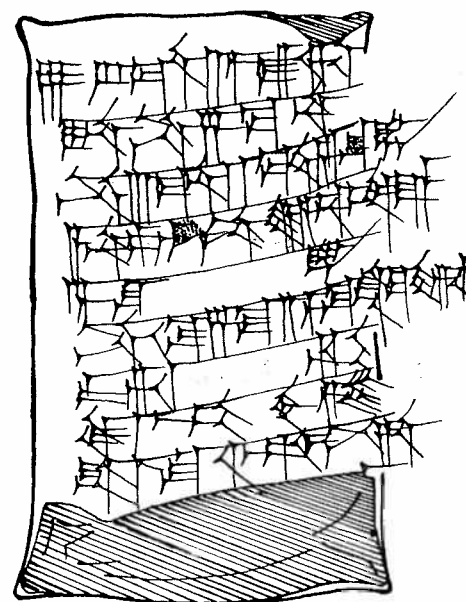


Figure V.1. Tablette de Mari (période paléobabylonienne) — M 7087
a (en haut) photo : CNRS UPR193; b (en bas) copie : Henri Limet

3. Pourquoi ce nombre limité de sept fractions, et, en particulier, pourquoi l'absence du cinquième ?

N'oublions pas que le système sexagésimal était alors en vigueur. Il est très vraisemblable que ce choix avait été opéré à partir de la richesse de ce nombre en diviseurs; ainsi, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30 sont des diviseurs de 60. De ce fait, toutes les fractions dont ces mésopotamiens disposaient alors, correspondent à un entier dans l'unité inférieure : $\frac{1}{2}$ équivaut à 30, $\frac{1}{3}$ à 20, $\frac{2}{3}$ à 40, $\frac{1}{4}$ à 15, $\frac{3}{4}$ à 45, $\frac{1}{6}$ à 10, et $\frac{5}{6}$ à 50.

Cependant, cette réflexion n'est pas un obstacle à la pratique de l'inverse de 5 qui, lui, équivaut à 12 dans l'unité inférieure. Il est possible que les scribes babyloniens et assyriens ne se soient pas servi du cinquième dans un souci de simplifier les opérations réalisées sur les fractions. Ainsi, les fractions $\frac{n}{2}$, $\frac{n}{3}$, $\frac{n}{4}$ et $\frac{n}{6}$ ont comme plus petit dénominateur commun 12; si l'on avait eu recours au cinquième, le plus petit dénominateur commun serait devenu 60, ce qui aurait compliqué les calculs et accru les facteurs d'erreurs.

A présent, si nous supposons que les scribes mésopotamiens connaissaient le cinquième, nous en concluons qu'ils employaient également toutes les fractions du type $\frac{n}{5}$, n étant un entier naturel positif inférieur à 5, soit $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$ et $\frac{4}{5}$. Contrairement au groupe précédent, aucune de ces quatre fractions ne se simplifie; ainsi, l'emploi des fractions de la catégorie $\frac{n}{5}$ aurait nécessité, à Kaneš, la création de 4 nouveaux signes cunéiformes⁴; ce qui aurait considérablement alourdi le système d'écriture des nombres.

C'est sans doute, également, dans le but d'alléger les calculs, que des fractions pour tous les sous-multiples de 60 n'existaient pas, et l'expression $\frac{1}{n} \text{ LÁ } \frac{1}{m}$ avec $m > n$ n'était pas employée (par exemple $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$).

Une grande majorité des attestations de fractions dans nos textes intéressent le système de mesures pondérales :

- 1 talent équivaut à 60 mines soit environ 30 kilos
- 1 mine équivaut à 60 sicles et
- 1 sicle équivaut à 180 grains.

⁴ A Mari, l'emploi des fractions du groupe $\frac{n}{5}$ aurait nécessité la création de trois nouveaux signes, étant donné que le cinquième pouvait être représenté par le système sumérien : *igi-5-gál*. A notre connaissance, il n'existerait qu'une seule attestation du $\frac{1}{5}$ dans les textes paléobabyloniens publiés. Il s'agit d'un document conservé au Vorderasiatisches Museum de Berlin [VAT 12690 = KIENAST 1978, n° 30] qui traite, selon son éditeur, d'un prêt de 7 sicles d'argent avec un intérêt sur 1 sicle de *igi-5-gál kù-babbar*, soit de 36 grains par sicle emprunté. Notons que sur la base de cette tablette, B. Kienast restitue un intérêt d'une valeur identique dans deux autres documents en partie détruits [VAT 12811 = KIENAST 1978, n° 35; Š 284 = KIENAST 1978, n° 192]. Trois autres textes de Berlin, également publiés dans cet ouvrage, donnent un intérêt équivalent exprimé sous la forme *igi-6-gál 6 še kù-babbar*, soit 36 grains par sicle [KIENAST 1978, n°s 21, 135, 191]. Cette dernière notation tendrait à prouver que la notation du cinquième n'est pas d'usage courant. Il paraît donc délicat, sur la base d'un seul document dont la lecture mérite vérification, de généraliser l'emploi de la fraction $\frac{1}{5}$. [La collation de VAT 12690 confirme la copie de Kienast. Nous remercions L. Jakob-Rost, Directrice au Staatlichen Museen zu Berlin qui a collationné cette tablette]. En outre, il apparaît, dans ce même corpus de textes, d'autres intérêts exprimés sous la forme *1 gín igi-6-gál* ou *1 gín igi-4-gál*, or les chiffres 4, 5 et 6 peuvent aisément être confondus sur une tablette d'argile.

Il est vraisemblable qu'il y avait une conversion systématique en poids correspondant aux fractions existantes, ou inversement. A Mari, de même qu'à Kaneš, à l'aide de poids en pierre ou en plomb, le scribe accomplit une contre pesée pour vérifier une transaction⁵. Dans la tablette *ARM 13*, 4, le scribe qui a voulu peser $6 \frac{5}{6}$ mines d'argent manie des poids de l'étalon royal de 5 mines, 1 mine, $\frac{1}{2}$ mine, $\frac{1}{3}$ de mine, et observe qu'il manque 2 sicles⁶. Dans un autre texte, l'auteur a recours aux poids de 5 mines, $\frac{1}{2}$ mine, 5 sicles et $\frac{1}{2}$ sicle⁷.

Les textes paléobabyloniens de Mari font état de l'existence de plusieurs jeux d'étalons dont les poids différaient légèrement. Ainsi, dans la tablette *ARM 25*, 282, le scribe teste différentes séries de poids étalons par le biais de pesées multiples :

« 9 $\frac{2}{3}$ mines 2 $\frac{1}{2}$ sicles d'argent, (pesé) avec des poids de 5, de 3 et de 2 mines de la réserve du roi; par rapport aux divers poids de la réserve du roi, des poids de 10, de 5 et de 2 $\frac{1}{2}$ sicles du marché faisaient l'équilibre. »⁸

Outre la différence des symboles créés pour les différentes fractions en usage dans les tablettes paléoassyriennes et paléobabyloniennes, nous observons des variations dans leur utilisation pour l'expression de certaines quantités. En accord avec M. Powell, il nous a semblé que le $\frac{1}{4}$ et le $\frac{1}{6}$ ne s'emploient que pour exprimer des quantités en sicles⁹ :

« The unit of $\frac{1}{6}$ in Old Assyrian is written with a special sign (...), it (...) suggests the possibility (...) that the notation is not merely a graphic shorthand but that it is to be read more or less consequentially, as "sixth of a shekel". »

Cependant, cette hypothèse se heurte à deux exemples contradictoires. D'une part, la tablette *ARM 8*, 3, de Mari, mentionne $\frac{1}{4}$ de grain d'argent représentant le salaire d'un témoin¹⁰; d'autre part, à Kaneš, des quantités de $\frac{1}{4}$ et de $\frac{1}{6}$ d'étoffe sont mentionnées¹¹. Pourtant, il arrive, à Mari, que le scribe n'éprouve pas le besoin de spécifier l'unité dans laquelle il compte lorsqu'il s'agit de $\frac{1}{4}$ ou de $\frac{1}{6}$ de sicle; ainsi, dans *ARM 25*, 123, 1, il écrit : *igi-6-gál kù-babbar* pour $\frac{1}{6}$ (de sicle) d'argent¹².

⁵ Pour Mari, cf. DURAND 1983, p. 127-128. Pour Kaneš, *CCT 3*, 27a, 7-8; *KTS 1*, 7a; *EL 1*, p. 133, n° c et VEENHOF 1972, p. 17d, 51. Sur la nature des poids cf. *ARMT 24*, p. 71, n° 121.

⁶ *ARM 13*, 4 : $5 \frac{5}{6}$ MA.NA KÙ.BABBAR *be-lí ú-ša-bi-la-am* ... ⁸ ... *i-na* 5 MA.NA 1 MA.NA ⁹ $\frac{1}{2}$ MA.NA *ù* $\frac{1}{3}$ MA.NA *i-na* NA₄ ¹⁰ NÌ-šu *be-lí-a aš-qú-ul-ma* ¹¹ 2 GÍN KÙ.BABBAR *im-ti*.

⁷ Cf. M. 15137, DURAND 1983, p. 128, n° 6.

⁸ A propos des étalons, voir *ARMT 7*, p. 353; *ARMT 25*, p. 89, n° 282, ll. 1-7 [figure V.1].

⁹ POWELL 1979, p. 96.

¹⁰ Cette lecture, mise en doute par l'auteur de *ARM 8*, a été confirmée par J.-M. Durand, lors de ses collations des textes de ce tome : DURAND 1983, p. 127.

¹¹ Par exemple, la tablette *AnOr 6*, n° 15, mentionne 23 $\frac{1}{6}$ étoffes.

¹² Cette omission n'est cependant pas courante.

4. Calculs : effectuations

Les divergences entre les usages des deux civilisations étudiées tiennent majoritairement à la fréquence de l'emploi de la fraction. Tandis qu'à Mari, le scribe privilégie l'écriture des nombres entiers, à Kaneš au contraire, de façon générale, il opte de préférence pour une fraction de l'unité supérieure; c'est ainsi que ses notices comptables ou contrats de transports abondent en fractions. Il semble que le peu d'amitié qu'il portait aux grands nombres lui imposait une conversion quasi systématique en fractions dans l'unité supérieure. De la sorte, au lieu d'énoncer en grains des quantités au delà de 29, il empruntait des expressions en fraction de sicles. C'est pourquoi nous voulons privilégier les exemples paléoassyriens concernant des calculs opérés sur les fractions.

Des opérations étaient pratiquées dans toutes sortes de cas : aussi bien dans les taux d'échange des produits que des estimations de taxes, ou, plus simplement, lors de l'évaluation en poids d'un transport de marchandises appartenant à un ou plusieurs propriétaires. Le scribe, dont le métier était non seulement d'inscrire des textes, mais également de pratiquer le calcul, additionnait, soustrayait, multipliait et divisait sans cesse sur ses tablettes. Nous n'avons pas retrouvé de traité de calculs comme ceux nés dans les grandes villes italiennes médiévales, par contre, l'éducation du scribe en Mésopotamie, qui a suivi une tradition uniforme, nous permet de citer un texte d'écolier de la ville d'Ur rédigé en sumérien, concernant l'apprentissage scribal du calcul¹³ :

« Désormais je peux m'appliquer aux tablettes, aux multiplications et aux bilans... Après avoir été à l'école jusqu'au temps prévu, je suis à la hauteur du sumérien, de l'art de l'écriture, du contenu des tablettes, du calcul des bilans... Je veux écrire des tablettes : la tablette (des mesures) d'un *gur* d'orge jusqu'à six-cents *gur*, la tablette (des poids) d'un sicle jusqu'à vingt mines d'argent... je peux choisir les poids contrôlés d'un talent... »

Des exemples concernant les différentes étapes de ces comptes sont rares, car, la plupart du temps, le détail des opérations était griffonné sur un morceau d'argile faisant office de brouillon, et effacé par la suite pour un réemploi. De plus, lorsqu'il y a des erreurs, il est difficile de déterminer d'où vient la faute; elle peut être imputée aussi bien à un mauvais raisonnement du scribe qu'à une lecture incorrecte du copiste actuel, à une tablette abîmée, ou des signes mal interprétés.

Concernant l'addition ou la soustraction des fractions que l'on retrouve essentiellement lors du décompte des marchandises d'un convoi, le plus souvent, les résultats y sont corrects. Pour ce qui est des multiplications et des divisions accomplies sur des fractions, le problème était tout autre, et le manque de décimales ou le petit nombre de fractions à disposition impliquait une

¹³ Cette tablette a été copiée de nombreuses fois par les apprentis-scribes. La version donnée ici est celle étudiée en CIVIL 1985, p. 72.

proportion d'erreurs plus considérable due à la complexité des calculs et aux approximations faites sur les résultats. Nous retrouvons ces opérations dans les textes où un marchand, voulant acheter ou vendre une denrée, calcule son prix en poids d'argent selon un taux fixe. D'après la formulation des documents, lorsque la valeur de l'article en question est plus élevée que celle de l'argent, alors le rédacteur procède à une multiplication¹⁴. Inversement, lorsque la valeur du produit est inférieure à celle de l'argent, le scribe exécute une division¹⁵.

Les résultats des calculs sont corrects dans l'ensemble, lors de la multiplication d'un entier par une fraction, ou encore lors de la division de deux fractions dont le résultat correspond à un entier, exemples :

- *BIN 4*, 80 : « 25 étoffes (au tarif) de $7 \frac{1}{4}$ sicles (d'argent) pièce, leur prix : 3 mines $1 \frac{1}{4}$ sicles (d'argent)¹⁶. »
- *BIN 4*, 30 : « 3 talents $37 \frac{1}{2}$ mines d'étain (au tarif de) $14 \frac{1}{2}$ sicles (d'étain pour) chaque (sicle d'argent); son prix (en argent) : 15 mines¹⁷. »

Par contre très souvent lorsque les données des problèmes et leurs conclusions comportent des fractions en quantité, les solutions sont inexactes. Prenons l'exemple suivant :

- *TCL 19*, 134 : « 6 talents $58 \frac{2}{3}$ mines d'étain (au tarif de) $13 \frac{2}{3}$ sicles (d'étain pour) chaque (sicle d'argent), sa (valeur) en argent (est de) $30 \frac{1}{2}$ mines 8 sicles¹⁸. »

Si nous refaisons la division, nous nous apercevons que le rédacteur a omis $\frac{2}{41}$ de sicle à son résultat, ce qui correspond à une valeur comprise entre 8 et 9 grains dans son système de numération. Il a jugé cette quantité trop faible, et l'a tout simplement négligée. Ainsi, selon le contexte, la fraction est une valeur insignifiante ou non.

Parfois les calculs précis tiennent compte du moindre $\frac{1}{4}$ de grain d'argent à Mari (voir *supra*, et note n° 10), parfois, à Kaneš, on laisse de côté $\frac{1}{2}$ pièce d'étoffe après le prélèvement de la dîme du palais anatolien, comme, par exemple, dans le cas de *BIN 4*, 27, où il s'agit d'un prélèvement du palais de $\frac{1}{10}$ sur un transport de 95 étoffes soit $9 \frac{1}{2}$ étoffes. Il reste $85 \frac{1}{2}$ étoffes, moitié qui est négligée dans la suite des opérations.

Par ailleurs, il est possible que pendant le calcul des taxes, pour les pièces d'étoffes inférieures au $\frac{1}{4}$ de la taille standard, le paiement se fasse en argent; ainsi, *CCT 4*, 13a nous indique que les droits d'entrée imposés sur un lot d'étoffes atteignent 5 pour cent, soit, sur 52 étoffes, 2,6 étoffes. Le marchand paie $2 \frac{1}{2}$ étoffes et 1 sicle d'argent¹⁹.

De façon plus générale, en ce qui concerne les poids d'argent équivalents à des fractions de sicles ou de grains, il est très vraisemblable, étant donné

¹⁴ Par exemple *TCL 19*, 43, cité dans la note n° 3.

¹⁵ Exemple : *TCL 19*, 134, cité dans la note n° 18.

¹⁶ $3 \dots 25 \text{ TÚG}^{\text{bi-a}} \dots 5 \text{ } 7 \frac{1}{4} \text{ GÍN.TA I KÙ.BABBAR}^{\text{ap šu}} 63 \text{ MA.NA } 1 \frac{1}{4} \text{ GÍN.}$

¹⁷ $15 \text{ } 3 \text{ GÚ } 37 \frac{1}{2} \text{ MA.NA /AN.NA } 16 \text{ } 14 \frac{1}{2} \text{ GÍN.TA } 17 \text{ KÙ.BI } 15 \text{ MA.NA.}$

¹⁸ $x+3 \dots 6 \text{ GÚ } 58 / \frac{2}{3} \text{ MA.NA } x+4 \text{ AN.NA } 13 \frac{2}{3} \text{ GÍN.TA KÙ.BI } x+5 \text{ } 30 \frac{1}{2} \text{ MA.NA } 8 \text{ GÍN.}$

¹⁹ $5 \text{ } 52 \text{ TÚG } ku-ta-ni \dots 7 \text{ } 2 \frac{1}{2} \text{ GÍN } ku-ta-ni \text{ à } 1 \text{ GÍN KÙ.BABBAR } 8 \text{ ta-na-pá-al.}$

les faibles quantités non mesurables ainsi obtenues, que la transaction se faisait dans une matière de valeur très inférieure mais mesurable. A Mari, des listes d'équivalences ont été retrouvées, donnant, par exemple, des valeurs correspondantes au sicle d'argent, exprimées en laine ou en orge. Ainsi, lorsque un témoin reçoit $\frac{1}{4}$ de sicle d'argent, il récupère, en fait, l'équivalent en orge (un litre ou demi-litre)²⁰.

En d'autres cas, si le résultat correct équivaut à une fraction inconnue du scribe mésopotamien, ce dernier procède à une approximation d'une perspicacité étonnante, ainsi :

- *BIN 6*, 65 : « $\frac{1}{3}$ mine $6 \frac{1}{3}$ sicles d'or (au tarif de) 9 moins $\frac{1}{6}$ sicles (d'argent pour) chaque (sicle d'or); son prix (est de) $3 \frac{5}{6}$ mines $2 \frac{2}{3}$ sicles d'argent. »²¹

Le résultat correct est en fait de $3 \frac{5}{6}$ mines $2 \frac{11}{18}$ sicles d'argent. Il a donc adapté sa solution à la valeur connue la plus proche tout en restant dans l'unité des sicles. Il n'y a donc pas un abandon systématique du reste, même si, en général, lorsqu'il y a division, le résultat est inférieur au résultat correct.

Enfin, l'exemple précédent est très intéressant, car il montre une préférence du rédacteur pour l'un des systèmes de notation de la fraction afin de simplifier ses calculs. Dans cette tablette, il doit procéder à la multiplication du poids d'or par le taux donné en sicles d'argent. Or ce poids comporte le quantième $\frac{1}{3}$, il faut donc qu'il divise ce tarif par trois, c'est pourquoi, sans doute, au lieu d'écrire $8(+)\frac{5}{6}$ de sicles, il a opté pour l'expression 9 LÁ $\frac{1}{6}$, soit 9 moins $\frac{1}{6}$, de sicles, 9 étant un multiple de 3 et non 8.

Un dernier type d'opération est celui de l'estimation d'un impôt. En effet, il existait de nombreuses taxes appliquées par diverses autorités sur les convois de marchandises : taxes d'importation, d'exportation, de consignation, taxe personnelle ou *dātum* La plupart de ces charges correspondaient à un pourcentage de la somme du montant des produits transportés. Les deux dernières citées, quant à elles, étaient calculées en fonction non seulement de la valeur du transport estimée en talents d'argent, mais également de la distance parcourue. Il s'agit d'un calcul de proportion; malencontreusement, dans la plupart des cas, il nous manque une donnée et une vérification devient impossible, ou encore, le calcul se fait en deux étapes, et cela revient aux problèmes d'opérations sur des fractions.

5. Calculs : conversions et tables

Tous les exemples de calculs opérés sur des fractions que nous avons donnés ne mentionnent que les données de départ et la solution obtenue. Nous n'avons, malheureusement, que très peu d'idées sur la façon dont ils procédaient à leurs calculs, car les différentes étapes des résolutions ne sont à peu près jamais insérées dans les textes. Cependant, nous pouvons penser qu'à Mari, le scribe

²⁰ D'après une suggestion de J.-M. Durand.

²¹ $5 \frac{1}{3} \text{ MA.NA } 6 \frac{1}{3} \text{ GÍN KÙ.GI } \dots 7 \text{ } 9 \text{ LÁ } \frac{1}{6} \text{ GÍN.TA } \dots 8 \text{ } 3 \frac{5}{6} \text{ MA.NA } 2 \frac{2}{3} \text{ GÍN}$

$9 \text{ KÙ.BABBAR}^{\text{ap šu}}.$

commençait par une conversion de ses données dans une unité inférieure, ce qui permettait de diminuer, ou d'éliminer, les nombres fractionnaires. Quelques tablettes paléobabyloniennes, à peu près contemporaines de Mari, illustrent ceci; le scribe y note la conversion d'une somme d'argent exprimée en mines, qu'il transforme en sicles :

« 58 $\frac{1}{3}$ mines d'argent, cela fait : 3500 sicles d'argent. »²²

A Mari, la conversion est également attestée dans le sens inverse, soit d'une petite unité à une unité plus grande, ou encore, entre deux systèmes de comptes, symbole d'un contact entre deux civilisations. Une tablette décrit le passage d'un système décimal à un système à unités sexagésimales :

« 16740 sicles de cuivre de montagne, cela fait : 4 talents 39 mines. »²³

Ces conversions étaient sans doute pratiquées, pour employer ensuite des tables. En effet, à Mari, nous avons retrouvé des tables qui devaient être des instruments de calculs maniés par les comptables babyloniens anciens. Il s'agit de tables d'inverses, de multiplications et de carrés, où les nombres sont notés dans le système sexagésimal²⁴.

A Kaneš, au contraire, aucun exemple de conversion ni table n'ont été retrouvés. Comme nous l'avons mentionné ci-dessus, les marchands paléoassyriens ne pratiquaient guère le calcul des grands nombres. Le fait qu'au-delà de 29 grains, les nombres sont exprimés en fraction de sicla, doit correspondre à un système de compte sur « boulier ». De plus, si l'on n'a pas retrouvé de textes mathématiques à Kaneš, il y a de grandes chances qu'ils n'aient pas été identifiés comme tels, et soient restés inédits, ou rassemblés avec les textes économiques brisés dont seuls les chiffres auraient subsisté. Par ailleurs, il est très difficile d'identifier l'écriture des textes ne comportant que des chiffres, et de les attribuer à telle ou telle époque.

En conclusion, nous pouvons dire que même si le concept ou la théorie du quantième existait, pratiquement, il n'était appliqué que pour le $\frac{1}{4}$ et le $\frac{1}{6}$ à Mari, et aucunement à Kaneš. Il est probable que l'emploi fréquent des fractions dans les tablettes paléoassyriennes a un lien avec leur notation, l'expression *igi-n-gál* un peu trop lourde ayant été remplacée par des signes simples. En fin de compte, il est difficile de parler véritablement de calculs fractionnaires, car, en fait de fractions, ils avaient plutôt recours à quelques quantités et leurs complémentaires.

²² Il s'agit d'un texte paléobabylonien de Qal'at al Hādī publié en MEIJER 1986, p. 44 :

¹ 58 $\frac{1}{3}$ MA.NA KÙ.BABBAR 2 *up-pu-úš-ma* ³ 3 *li-mi* 5 ME GÍN KÙ.BABBAR. Un autre texte, mentionné dans ZACCAGNINI 1978, p. 67, AT 401, provenant d'Alalah (xv^e siècle av. J.-C.), atteste la pratique de la conversion en pays Hourrite.

²³ ARM 25, 20, texte non compris par l'auteur, et repris par DURAND 1987, p. 350 : ¹ 1 GAL 6 *li-mi* 7 ME 40 SÚ URUDU KUR ² *up-pu-úš-ma* ³ 4 GÚ 39 MA.NA.

²⁴ Voir à ce sujet la publication des textes mathématiques de Mari dans TMM.

Annexe

Une autre façon de noter certaines fractions est également attestée en Mésopotamie depuis le début du II^e millénaire jusqu'à la fin du I^{er} millénaire av. J.-C. Cette notation utilise le symbole sumérien de la « main » au duel; on trouve par exemple :

- 3.TA ŠU^{II}.MEŠ = $\frac{3}{4}$ où TA est un distributif et MEŠ est la marque du pluriel sumérien²⁵.
- *ha-mi-iš* ŠU^{II} = $\frac{5}{6}$ ou *hamiš* est le mot akkadien pour « cinq ».

Il apparaît au vu de ces deux exemples que ŠU^{II} (la « main » au duel) ne correspond pas à une valeur déterminée, mais s'emploie dans un sens bien précis : ŠU^{II} équivaut à un ensemble de parts égales²⁶. Ainsi, lorsqu'apparaît dans un texte une expression de la forme *n*(.TA) ŠU^{II}(.MEŠ) on se réfère au partage de *n* + 1 parts en *n* parts d'un côté et une part de l'autre. C'est donc le chiffre *n* = 2, 3, 4 ou 5 qui définit une fraction de « dénominateur » *n* + 1. Une fois ce nombre fixé, on peut alors trouver l'expression 1^{er} ŠU^{II}/*qāta* qui correspond sans équivoque au complémentaire de la première fraction annoncée²⁷. Le principe d'utilisation de cette forme de fraction étant acquis, les scribes mésopotamiens l'ont adopté dans l'absolu pour rendre compte du type de fractions $\frac{n}{n+1}$ avec *n* = 2, 3, 4 ou 5. La fraction $\frac{1}{2}$ n'est, à notre connaissance, pas exprimée ainsi car l'expression 1^{er} ŠU^(II) est réservée à la notation du complémentaire d'une fraction déjà annoncée.

Cécile Michel
CNRS

²⁵ SCHEIL 1926. Le prix d'une meule de pierre est de 25 mines d'argent; or à la livraison, la pierre est jugée de valeur inférieure, on réduit donc le prix à 3 ŠU^{II}.ME soit 1125 sicles. Le prix de la meule est donc réduit au $\frac{3}{4}$.

²⁶ Un texte de Mari [ARM 1, 129 : 13] donne explicitement ce sens à *qātu* (la « main » en akkadien) : ils ont partagé en 3 parts égales (*ana* 3 *qa-ta-tim*) 15 talents d'argent.

²⁷ Voir par exemple le texte ABL, 486 : 9' : « j'ai donné le $\frac{3}{4}$ (3 ŠU^{II}.MEŠ) (des briques) au gouverneur de (telle ville), $\frac{1}{4}$ (1 *qa-ti*) au gouverneur de (telle autre ville). » Voir aussi GRAYSON 1976, les Annales de Tukultī-Ninurta II, l. 28-29 : « du butin que j'ai pris, j'en ai donné $\frac{2}{3}$ (2.TA *qa-ta*) au dieu Adad, j'en ai placé le $\frac{1}{3}$ (1^{er} *qa-ta*) dans mon palais. »

Références

Sources primaires

ABL 5

[Édition : Robert F. HARPER, *Assyrian and Babylonian Letters Belonging to the Kouyunjik Collections of the British Museum. Volume V*, Londres/Chicago, 1900]

AnOr

6 [Godfrey R. DRIVER, *Cappadocian Texts at Oxford* (Analecta Orientalia 6), 1933]

ARM(T)

1 [Georges DOSSIN, *Lettres* (Correspondence de Samsi-Addu et de ses fils), (Archives Royales de Mari 1), P. Geuthner, Paris, 1946]

7 [Jean BOTTÉRO, *Textes économiques et administratifs* (Archives Royales de Mari 7), P. Geuthner, Paris, 1957]

9/12 [Maurice BIROT, *Textes administratifs de la Salle 5 du Palais* (2 vols., Archives Royales de Mari 9/12), P. Geuthner, Paris, 1960/1964]

11 [Madeleine L. BURKE, *Textes administratifs de la Salle 111 du Palais* (Archives Royales de Mari 11), P. Geuthner, Paris, 1963]

13 [Georges DOSSIN, Jean BOTTÉRO, Maurice BIROT, Madeleine L. BURKE, Jean-Robert KUPPER & André FINET, *Textes divers* (Archives Royales de Mari 13), P. Geuthner, Paris, 1964]

19 [Henri LIMET, *Textes administratifs de l'époque des šakkanakku*, (Archives Royales de Mari 19), P. Geuthner, Paris, 1976]

21 [J.-M. DURAND, *Textes administratifs des Salles 134 et 160 du Palais de Mari* (Archives Royales de Mari 21), P. Geuthner, Paris, 1973]

22 [Jean-Robert KUPPER, *Documents administratifs de la Salle 135 du Palais de Mari* (Archives Royales de Mari 22), Éditions Recherche sur les civilisations, Paris, 1983]

23 [Guillaume BARDET, Francis JOANNÈS, Bertrand LAFONT, Denis SOUBEYRAN & Pierre VILLARD, *Archives administratives de Mari 1* (Archives Royales de Mari 23), Éditions Recherche sur les civilisations, Paris, 1984]

24 [Philippe TALON, *Textes administratifs des Salles Y et Z du Palais de Mari* (Archives Royales de Mari 24), Éditions Recherche sur les civilisations, Paris, 1985]

25 [Henri LIMET, *Textes administratifs relatifs aux métaux* (Archives Royales de Mari 25), Éditions Recherche sur les civilisations, Paris, 1986]

BIN

4 [Albert T. CLAY, *Letters and Transactions from Cappadocia* (Babylonian Inscriptions in the Collection of J. B. Nies 4), Yale University Press, New Haven, 1927]

6 [Ferris J. STEPHENS, *Old Assyrian Letters and Business Documents* (Babylonian Inscriptions in the Collection of J. B. Nies 6), Yale University Press, New Haven, 1944]

CCT

1 [Sidney SMITH, *Cuneiform Texts from Cappadocian Tablets in the British Museum 1*, British Museum, Londres, 1921]

2 [Sidney SMITH, *Cuneiform Texts from Cappadocian Tablets in the British Museum 2*, British Museum, Londres, 1924]

3 [Sidney SMITH, *Cuneiform Texts from Cappadocian Tablets in the British Museum 3*, British Museum, Londres, 1925]

4 [Sidney SMITH, *Cuneiform Texts from Cappadocian Tablets in the British Museum 4*, British Museum, Londres, 1927]

5 [Sidney SMITH & Donald J. WISEMAN, *Cuneiform Texts from Cappadocian Tablets in the British Museum 5*, British Museum, Londres, 1956]

6 [Paul GARELLI & D. COLLON, *Cuneiform Texts from Cappadocian Tablets in the British Museum 6*, British Museum, Londres, 1975]

EL

[Georg EISSER & Julius LEWY, *Die altassyrischen Rechtsurkunden vom Kültepe* (2 vols., Mitteilungen der Vorderasiatisch-Ägyptischen Gesellschaft 33, 35/III), Leipzig, 1930/1935]

KTS

1 [Julius LEWY, *Keilschrifttexte in den Antiken-Museen zu Stambul. Die altassyrische Texte von Kültepe bei Kaisarije*, Constantinople, 1926]

2 [Veysel DONBAZ, *Keilschrifttexte in den Antiken-Museen zu Stambul* (Freiburger altorientalische Studien. Beihefte 2), Wiesbaden, 1989]

TCL

4 [Georges CONTENAU, *Tablettes Cappadociennes* (Textes cunéiformes du Louvre 4), P. Geuthner, Paris, 1920]

14 [François THUREAU-DANGIN, *Tablettes Cappadociennes. Deuxième série*, (Textes cunéiformes du Louvre 14), P. Geuthner, Paris, 1928]

19-21 [Julius LEWY, *Tablettes Cappadociennes. Troisième série* (3 vols., Textes cunéiformes du Louvre 19-21), P. Geuthner, Paris, 1935-1937]

TMM

[Denis SOUBEYRAN, « Tablettes mathématiques de Mari », *Revue d'Assyriologie* 78, 1984, p. 19-48]

Sources secondaires

CIVIL (Miguel)

- 1985 « Sur les "livres d'écoliers" » in J.-M. DURAND & J.-R. KUPPER (éds.), *Mélanges offerts à M. Birot. Miscellanea Babylonica*, Éditions Recherche sur les Civilisations, Paris

DALLEY (Stephanie)

- 1984 *Mari and Karana. Two Old Babylonian Cities*, Longman, Londres

DURAND (Jean-Marie)

- 1983 « Relectures d'ARMT VIII, II : ARMT VIII, 89 et le travail du métal à Mari », *Mari. Annales de recherches interdisciplinaires* 2, p. 123-139
- 1987 « Questions de Chiffres », *Mari. Annales de recherches interdisciplinaires* 5, p. 350

GARELLI (Paul)

- 1963 *Les Assyriens en Cappadoce* (Bibliothèque Archéologique et Historique de l'Institut français d'Archéologie d'Istanbul 19), Librairie Adrien Maisonneuve, Paris

GRAYSON (Albert K.)

- 1976 *Assyrian Royal Inscriptions, Volume II*, Harrassowitz, Wiesbaden

Histoire et Archéologie

- 1984 « Eblouissante richesse de Mari sur l'Euphrate » [Dossier spécial consacré à Mari], *Histoire et Archéologie* 80, février 1984

KIENAST (Burkhardt)

- 1978 *Die altbabylonischen Briefe und Urkunden aus Kisurra* (Freiburger altorientalische Studien 2), Wiesbaden

LARSEN (Mogens T.)

- 1967 *Old Assyrian Caravan Procedures* (Uitgaven van het Nederlands Historisch-Archaeologische Instituut te Istanbul 22), Istanbul
- 1976 *The Old Assyrian City-State and Its Colonies* (Mesopotamia 4), Akademisk Forlag, Copenhagen

MEIJER (D. J. W.)

- 1986 *A Survey in Northeastern Syria*

ORLIN (Louis)

- 1970 *Assyrian Colonies in Cappadocia* (Studies in Ancient History 1), La Haye/Paris

PARROT (André)

- 1974 *Mari, capitale fabuleuse*, Payot, Paris

POWELL (Marvin A.)

- 1979 « Ancient Mesopotamian Weight Metrology » in M. POWELL & R. H. SACK (éds.), *Methods, Problems and Perspectives. Studies in Honor of Tom B. Jones* (Alter Orient und Altes Testament 203), Neukirchen-Vluyen, p. 71-109

SCHEIL (Vincent)

- 1926 « Qatâ dans les fractions », *Revue d'Assyriologie* 23, p. 45-47

THUREAU-DANGIN (François)

- 1932 *Esquisse d'une histoire du système sexagésimal*, P. Geuthner, Paris

VEENHOF (Klaas R.)

- 1972 *Aspects of Old Assyrian Trade and its Terminology*, E. J. Brill, Leyde

ZACCAGNINI (Carlo)

- 1978 « A Note on the Talent at Alalah », *Iraq* 40, p. 67

Edited by Erwin Hiebert and Hans Wussing

Editorial Board:

S. M. R. Ansari, Aligarh
D. Barkan, Pasadena
H. J. M. Bos, Utrecht
U. Bottazzini, Bologna
J. Z. Buchwald, Toronto
S. S. Demidov, Moskva
J. Dhombres, Nantes
J. Dobrzycki, Warszawa
Fan Dainian, Beijing
E. A. Fellmann, Basel
M. Folkerts, München
P. Galison, Stanford
I. Grattan-Guinness, Bengoe
J. Gray, Milton Keynes

R. Halleux, Liège
S. Hildebrandt, Bonn
E. Knobloch, Berlin
Ch. Meinel, Regensburg
G. K. Mikhailov, Moskva
S. Nakayama, Tokyo
L. Nový, Praha
D. Pingree, Providence
W. Purkert, Leipzig
J. S. Rigden, New York
D. Rowe, Pleasantville
A. I. Sabra, Cambridge
R. H. Stuewer, Minneapolis
V. P. Vizgin, Moskva

Histoire de fractions, fractions d'histoire

Coordonné par:
Paul Benoit
Karine Chemla
Jim Ritter

Birkhäuser Verlag
Basel · Boston · Berlin

1992

Birkhäuser Verlag
Basel · Boston · Berlin