Pour une étude des formes de la mathématisation

Sophie Roux

POUR UNE ÉTUDE DES FORMES DE LA MATHÉMATISATION[◊]

Sophie Roux
Université de Grenoble / Institut Universitaire de France[*]

LA MATHÉMATISATION COMME PROBLÈME

La Révolution Scientifique du XVII^e siècle est communément caractérisée par la manière dont elle aurait initié un processus de mathématisation de la physique[1]. Ceux qui poursuivent plus avant ce panorama historique nous disent que ce processus de mathématisation fut ultérieurement étendu, plus ou moins rapidement et avec plus ou moins de succès, à toutes les autres sciences de la nature[2], et même aux sciences de l'homme et de la société (des méthodes quantitatives, des formalisations, et/ou des axiomatisations interviennent à divers degrés en économie, sociologie, linguistique, psychologie, etc.)[3]. En somme, un processus de mathématisation aurait été enclenché, qui aurait ensuite touché, par une sorte de mouvement historique inéluctable, toutes les disciplines.

Les historiens, à leur coutume, souhaiteront nuancer ces affirmations, et remarqueront que tout est plus compliqué qu'il n'y paraît, tel domaine n'ayant pas été mathématisé aussi bien ou aussi tôt qu'on ne le dit parfois, tel type d'objets ayant longtemps résisté à la mathématisation. Il n'est heureusement pas nécessaire d'examiner l'histoire de toutes les mathématisations pour parer l'objection des historiens une fois pour toutes et en général. Lorsqu'on dit que le XVII^e siècle a connu une Révolution Scientifique dont l'ordonnancement a été déterminé par les mathématiques, on ne se réfère pas principalement à des résultats effectifs. On cherche plutôt à identifier quelque chose comme une tendance historique générale, et, plus certainement encore, à désigner, de manière normative, une idée qui indiquerait quelle serait la tâche à accomplir, finalement de manière assez vague et sans les précisions nécessaires sur la manière exacte d'accomplir cette tâche et sur les critères selon lesquels on jugerait qu'elle a effectivement été accomplie. Pour formuler cette idée sous forme d'une thèse, les mathématiques constituent le langage par excellence de la science et, corrélativement, une science n'atteint son seuil de scientificité qu'à partir d'un certain degré de mathématisation ; ou encore, pour la présenter *cum grano salis*, le degré de scientificité d'une science est rigoureusement proportionnel à la quantité de mathématiques qu'on y trouve[4]. La thèse de la mathématisation inéluctable est donc qu'une science bien formulée tend naturellement à se constituer mathématiquement, avec bien sûr des modalités qui lui sont propres.

Cette thèse est implicite dans bien des pratiques (le recours aux mathématiques dans une étude passe pour un indicateur de son sérieux et de sa fiabilité) ou des discours périphériques à la

---

[◊] Les essais rassemblés dans ce volume ont commencé leur existence à titre d'interventions au séminaire *La mathématisation comme problème*. Ce séminaire mensuel fut organisé alternativement à Lyon et Grenoble grâce au *Cluster 14* de la Région Rhône-Alpes de janvier 2007 à juin 2008. Il a également débouché sur le numéro spécial *Forms of mathematization (14^th-17^th)*, d'*Early Science and Medicine*, 15, 2010. En janvier 2009, un séminaire éditorial permit la discussion de versions préliminaires. Je remercie tous les collègues qui sont intervenus dans le séminaire *La mathématisation comme problème*, plus généralement tous ceux qui y participèrent, et plus particulièrement Hugues Chabot, Yves Gingras et Martin Zerner pour leurs remarques sur une première version de cette introduction.

[*] PLC, BP 47, 1281 avenue Centrale 38040, Grenoble Cedex 9, France. Sophie.Roux@upmf-grenoble.fr

[1] Edmund Husserl et Alexandre Koyré sont deux figures clefs dans la constitution de notre idée qu'il y aurait eu une Révolution Scientifique, et qu'une composante essentielle de cette dernière aurait été la mathématisation de la nature, entendue comme idéalisation. Pour une première présentation des thèses de Koyré, voir Gérard Jorland, *La science dans la philosophie, Les recherches épistémologiques d'Alexandre Koyré*, Paris, Gallimard, 1981. Sur l'influence que le § 9 de la *Crise des sciences européennes* peut avoir eu sur Koyré, voir François De Gandt, *Husserl et Galilée. Sur la crise des sciences européennes*, Paris, Vrin, 2005, p.97-103.

[2] À titre de points de repères, voir Robert Fox, « The Rise and Fall of Laplacian physics », *Historical studies in the Physical sciences*, 4, 1974, p.89-136 ; Elizabeth Garber, *The Language of Physics. The Calculus and the Development of Theoretical Physics in Europe, 1750-1914*, Boston, Birkhaüser, 1999.

[3] Il convient cependant de rappeler que ces disciplines ont été l'objet de tentatives de mathématisation dès le XVIII^e siècle ; voir sur ce point, et dans des perspectives bien différentes, Roshdi Rashed (éd.), *Condorcet. Mathématique et société*, Paris, PUF, 1956 ; Gilles-Gaston Granger, *La mathématique sociale du marquis de Condorcet* (1955), Paris, Odile Jacob, 1989 ; Tore Frängsmyr, J. L. Heilbron, Robin E. Rider (éds.), *The Quantifiying Spirit in the Eighteenth Century*, Berkeley, University of California Press, 1990. Pour des études plus récentes, il suffit de consulter la revue *Mathématiques et sciences humaines* ; voir également, par exemple, le numéro spécial, dirigé par Olivier Martin, « Mathématiques et sciences sociales au XX^e siècle », *Revue des sciences humaines*, n° 6, 2002.

[4] Cette position a été vigoureusement exprimée par Kant, avec des arguments qui lui sont propres, tenant à sa définition de la science, des mathématiques, et de ce que c'est qu'être possible (*Premiers principes métaphysiques de la nature*, Préface, in *Œuvres complètes*, Ferdinand Alquié (éd.), Paris, Gallimard, vol. II, p. 367).

science (par exemple, les revendications disciplinaires dans les Préfaces, les Rapports, et autres espèces de déclarations liminaires). Peut-être perçoit-on toute sa force là où elle conduit à des caricatures, ou du moins à des résultats douteux. Les exemples sont nombreux, et on ne les développera pas ici : l'obsession du *more geometrico* chez les philosophes, la superstition des chiffres, par exemple dans les sondages électoraux ou dans l'évaluation des sciences à laquelle se livrent les managers d'aujourd'hui, les tentatives ratées ou prématurées pour trouver des lois quantitatives. Qu'on pense seulement aux corrélations supposées entre l'intelligence et le volume de la boîte crânienne, ou bien aux lois de Zipf et de Swadesh en linguistique. Les mathématiques deviennent alors une panacée universelle de l'intellect supposées garantir par elles-mêmes la rigueur, l'exactitude ou la précision, ou bien encore permettant l'organisation architectonique d'un corps de doctrine jusqu'alors épars.

À la thèse récurrente de la mathématisation inéluctable, on oppose cependant, de manière tout aussi récurrente, la thèse de la mathématisation impossible : la mathématisation procèderait d'un formalisme abstrait manquant les choses mêmes ou la spécificité d'un domaine d'objets. Pour donner pêle-mêle quelques exemples, c'est cette autre thèse qu'on trouve, sous forme d'une rengaine dont le contenu se modifie alors même que son motif et sa structure se perpétuent, dans *Les conversations de Goethe avec Eckermann* à propos de la théorie newtonienne des couleurs, dans les critiques que Carl Menger adresse à Léon Walras à propos de l'introduction de méthodes mathématiques en économie, dans la manière dont Bergson entend dissocier l'extensif passible de lois comme la loi de Fechner et l'intensif qui serait accessible seulement en tant que donnée immédiate de la conscience, ou encore dans certaines des objections que Claude Lefort formula à propos de la formalisation algébrique qu'avaient proposée Claude Lévi-Strauss et André Weil des structures de la parenté Murngin[5]. Cette thèse est, sommairement, que la mathématisation rencontre certaines limites essentielles qu'on ne peut transgresser parce que les phénomènes concernés (des phénomènes physiques, économiques, psychiques, sociaux) ont une spécificité ontologique telle que leur mathématisation est impossible, ou encore que la mathématisation ne s'effectue qu'au détriment des choses mêmes ou à côté d'elles. A cette thèse de la mathématisation impossible, on opposera facilement un argument de fait et un argument de droit, rompant l'apparence de symétrie entre les deux thèses qu'on a fait semblant de favoriser jusqu'ici.

Un argument de fait : l'histoire de ces derniers siècles n'a cessé d'invalider l'idée que la mathématisation de certains phénomènes serait impossible parce qu'elle rencontrerait des limites essentielles. Cette histoire montre en effet que, lorsqu'on mathématise un phénomène qu'on avait jusqu'alors déclaré résistant à la mathématisation, les arguments essentialistes contre cette mathématisation tombent d'eux-mêmes. Cette histoire montre aussi que, souvent, lorsque les mathématiques existantes ne suffisent pas à mathématiser un domaine, c'est l'occasion d'élaborer de nouvelles mathématiques, tant et si bien que celles-ci semblent, dans la diversité de leurs formes encore à venir, potentiellement partout applicables. Les limites de la mathématisation ne sauraient en ce sens être autre chose que des limites factuelles, destinées à être sans cesse déplacées, et non pas des limites essentielles, que l'on pourrait cerner une fois pour toutes par une réflexion *a priori*.

Contre la thèse de la mathématisation impossible, il y a aussi un argument de droit : la mathématisation comme telle n'engageant pas nécessairement une ontologie et ne prétendant pas épuiser le fond des choses, cette thèse porte tout simplement à faux. Pour commencer par le cas simple de la quantification, la différence entre le qualitatif et le quantitatif n'est pas tant une différence entre les propriétés des choses qu'une différence entre les propriétés du langage employé. En d'autres termes, on peut décrire le même phénomène avec des termes quantitatifs ou avec des termes qualitatifs, sans engager, ni dans un cas ni dans un autre, une décision ontologique. Plus généralement, les partisans de la thèse de la mathématisation impossible font comme si mathématiser un phénomène, c'était prétendre le saisir totalement, intégralement et jusqu'au plus profond. Mais il n'en est jamais ainsi : la mathématisation n'est pas une opération qui prendrait les choses à l'état brut et les déposerait un peu plus loin dans le même état, à ceci près qu'elles seraient désormais vêtues d'une parure ou d'un vêtement mathématique. Sans pour

[5] Johan Wolfgang Goethe, *Conversations de Goethe avec Eckermann*, tr. fr. par Jean Chuzeville, Paris, Gallimard, 1988, p.129-130 ; Carl Menger à Léon Walras, in *Correspondence of Léon Walras and Related Papers*, William Jaffé (éd.), vol. II (1884-1897), North Holland Publishing Company, Amsterdam, 1965, p.2-6 ; Henri Bergson, *Essai sur les données immédiates de la conscience* (1899), Paris, PUF, 1991, p.45-54 ; Claude Lefort, « L'échange et la lutte des hommes », *Les Temps modernes*, 64, 1951, p.1408-1409.

autant s'opérer dans l'absence des choses mêmes, de sorte qu'on pourrait mathématiser à vide, sans jamais que les phénomènes ne réagissent en retour, la mathématisation suppose leur préparation et leur structuration : durant ce processus, bien des aspects sont laissés de côté ou encore transformées.

La thèse de la mathématisation impossible présente donc des points faibles manifestes. Est-ce dire que la thèse de la mathématisation inéluctable doit être acceptée sans aucun recul ? On remarquera tout d'abord que l'argument de fait avancé contre la thèse de la mathématisation impossible constitue une forte conjecture, non une preuve : il n'est pas établi qu'il n'y a pas un domaine dont les objets présenteraient des caractéristiques telles qu'on ne pourrait pas le mathématiser. En deuxième lieu, il semble que la thèse de la mathématisation inéluctable soit souvent associée à l'idée que l'introduction des mathématiques dans une discipline constituerait un processus qui ne présente aucune difficulté et qui ne suscite aucune perte. Mais, contre cette idée, il faut y insister : les mathématiques ne laissent pas les choses en l'état. Yves Gingras a par exemple montré que la mathématisation de la physique au XVIII^{e} siècle avait eu un effet épistémologique et un effet sociologique. Un effet épistémologique : cette mathématisation a eu pour conséquence une désubstantialisation de la physique, en entendant par « substantialisation » les processus qui mobilisent l'ontologie traditionnelle de la substance et du prédicat, les fluides en tout genre qu'on suppose comme supports des actions à distance, et plus généralement tout ce qui revient à une position d'objet. Un effet sociologique : cette mathématisation a institué une forme particulière de professionnalisation, qui en passe par l'exclusion de ceux qui ne sont pas capables de maîtriser les techniques mathématiques en œuvre[6]. La troisième et dernière remarque consistant la thèse de la mathématisation inéluctable est que, même en l'admettant, il reste toujours à mener une enquête sur les différentes formes de la mathématisation : c'est précisément une enquête de ce genre qui a été à l'origine de ce volume. Avant d'en venir à sa présentation détaillée cependant, il faut dire quelques mots de la conceptualisation générale qu'on peut présenter de la mathématisation.

À propos de la déraisonnable efficacité des mathématiques

En 1960, Eugene Wigner publie un article dont le titre est resté fameux parce qu'il semblait désigner une énigme incontournable : l'énigme de la déraisonnable efficacité des mathématiques[7]. Pour analyser ce que cette énigme apprend et peut être surtout ce qu'elle n'apprend pas de la mathématisation, les conceptions classiques concernant les rapports du mathématique et de l'empirique seront tout d'abord examinées. L'idée sera ensuite avancée que la vulgate formaliste est à la racine non seulement du sentiment d'énigme dont le titre de l'article de Wigner est devenu le symbole, mais aussi d'une solution encore aujourd'hui courante, mais insatisfaisante, de cette énigme, consistant à soutenir que les mathématiques étant sémantiquement vides, elles peuvent s'appliquer à n'importe quel matériau empirique. On esquissera pour finir une autre manière de concevoir les rapports de l'empirique et du formel, plus particulièrement ici du physique et du mathématique (non que nous lui accordions quelque privilège, mais tout simplement parce que c'est ce type de rapport qui a été analysé).

L'histoire des théories de la connaissance conduit à distinguer trois thèses classiques portant à la fois sur le statut du mathématique et sur son rapport à l'empirique[8].

i) Selon la thèse empiriste, les objets mathématiques sont comme des épures qui apparaîtraient quand nous laissons de côté les accidents matériels des choses. À force de voir des pommes, nous abstrayons la forme de pomme, puis celle de fruit : de même, à force de voir des nez camus, nous abstrayons l'angle obtus, puis, des différentes sortes d'angles ainsi obtenues, l'angle en général. Dans la version aristotélicienne de cette thèse en tout cas, les choses recèlent les formes en général, et, parmi ces formes, les objets mathématiques en particulier. C'est ce processus d'épuration qui constitue l'abstraction. Les objets mathématiques résultant d'un processus de ce

[6] Yves Gingras, « La substance évanescente de la physique », in Erwin Neuenschwander et Laurence Bouquiaux (éds.), *Science, Philosophy and Music. Proceedings of the xxth International Congress of History of Science*, Turnhout, Brepols, 2002 ; *id.*, « What Did Mathematics Do to Physics? », *History of Science*, 39, 2001, p.383-416; *id.*, « Mathématique et exclusion : socio-analyse de la formation des cités savantes », *in* Jean-Jacques Wunenburger (éd.), *Bachelard et l'épistémologie française*, Paris, PUF, 2003, p.115-152.

[7] Eugen Paul Wigner, « The Unreasonnable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences », *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 13, 1960, p.1-14.

[8] On trouve une présentation similaire de ces thèses classiques dans une conférence d'Etienne Klein, intitulée « L'efficacité des mathématiques est-elle si "déraisonnable" ? » (http://www.irem.univ-montp2.fr/Etienne-Klein).

genre, leur application aux choses se fait tout naturellement[9]. La thèse empiriste présente néanmoins deux difficultés. La première est de comprendre ce qu'est ce processus d'abstraction et, plus particulièrement ce qu'il fait gagner, dans la mesure où il part des choses pour y revenir. La seconde est qu'elle semble insuffisante pour rendre compte à elle seule de mathématiques un peu plus compliquées que la géométrie euclidienne ou l'arithmétique des nombres naturels.
ii) La deuxième thèse, qu'on dira idéaliste, consiste au contraire à poser que les objets mathématiques existent à titre d'idéalités séparées des choses du monde. Dans ces conditions, il y a bien une difficulté à expliquer que ces objets s'appliquent aux choses : la solution la plus commune est d'affirmer qu'ils ont constitué le modèle d'après lequel ces choses ont été créées. La thèse idéaliste est donc accompagnée d'une deuxième thèse sur l'opérateur qui permet de passer des objets mathématiques aux choses, pour simplifier un Dieu créateur et géomètre. Selon la formule galiléenne, le livre du monde est « écrit dans la langue mathématique et ses caractères sont des triangles, des cercles et autres figures géométriques »[10]. Le principal inconvénient de cette thèse est son coût ontologique, puisqu'elle revient à faire deux hypothèses : il existe des objets mathématiques et il existe un Dieu géomètre.
iii) La thèse empiriste et la thèse idéaliste reviennent à poser que les mathématiques existent déjà, soit enveloppées dans les choses, soit à titre d'idéalités séparées. De ces deux thèses, on distinguera donc aisément la thèse usuellement rattachée au nom de Kant. La révolution copernicienne de ce dernier consiste à abandonner l'hypothèse selon laquelle les phénomènes existeraient indépendamment d'un sujet, pour lui substituer l'hypothèse que le phénomène est constitué en tant qu'il est connu par un sujet : nous ne pouvons appréhender les phénomènes hors de structures déterminées et identiques pour tout sujet fini, les formes *a priori* de la sensibilité que sont l'espace et le temps d'une part, les concepts de l'entendement d'autre part. Si la révolution de Kant porte sur la théorie de la connaissance en général, elle a des conséquences directes quant à la manière de concevoir le rapport des mathématiques à la physique. En effet, elle revient à dire qu'il n'y a pas de phénomène physique qui soit donné indépendamment des formes *a priori* de la sensibilité. Ces dernières sont cependant aussi au fondement des mathématiques pures : celles-ci reposent sur une construction dans l'intuition, et une telle construction se fait nécessairement en suivant les formes *a priori* de l'intuition que sont l'espace et le temps. L'espace et le temps constituant les conditions de toute expérience physique mais aussi de toute construction mathématique, il est inévitable que la physique soit une physique mathématique. On trouve de cette idée une expression relativement concise dans les *Prolégomènes à toute métaphysique future* :

« La sensibilité dont la forme sert de fondement à la géométrie est ce sur quoi repose la possibilité de phénomènes extérieurs ; ceux-ci ne peuvent donc jamais contenir autre chose que ce que la géométrie leur prescrit […]. [L']espace dans la pensée rend[…] possible l'espace physique[11]. »

Le problème de la thèse kantienne est dès lors facile à identifier : prise littéralement, elle lie une fois pour toutes les sciences aux mathématiques classiques ; le rattrapage de l'algèbre comme procédant par construction symbolique est déjà révélateur de ces limites. Comme dans le cas des deux thèses précédentes, la limite est la suivante : que les mathématiques soient dans le sujet ou dans un type d'objet ou un autre, elles sont supposées déjà présentes, données une fois pour toutes.
À partir du XIX[e] siècle, des innovations en mathématiques et à ce qu'on pourrait appeler leurs frontières logiques font de ces trois thèses classiques des thèses périmées, précisément dans la mesure où elles ne suffisent pas à rendre compte de ces innovations. L'histoire a été racontée plus d'une fois. Le cas des géométries non-euclidiennes et le cas des nombres complexes sont différents du point de vue de l'histoire des mathématiques : les premières étaient marginales dans

---

[9] Cette manière de concevoir le rapport de l'abstrait et du concret est usuellement attribuée à Aristote ; on la trouve aussi dans certains passages de Galilée, ce qui, historiquement, n'a rien d'étonnant. Voir par exemple *Dialogue sur les deux grands systèmes*, in *Le Opere di Galileo Galilei*, Edizione Nazionale a cura di A. Favaro e I. Del Lungo, Firenze, Barbèra, 20 t. en 21 vols., 1890-1909 (rééd. 1929-1939, 1964-1968), vol. VII, p.234, in tr. fr. de René Fréreux avec la collaboration de François De Gandt, Paris, Seuil, 1992, p.222.
[10] Galilée, *L'essayeur*, in *Opere*, op. cit., vol. VI p. 232, tr. fr. par Christiane Chauviré, Paris, Les Belles-Lettres, 1980, p. 141. On trouve dans l'œuvre de Galilée bien d'autres passages similaires, qu'on devrait distinguer si le propos était d'analyser ces textes en eux-mêmes.
[11] *Prolégomènes à toute métaphysique future*, § 13, *Œuvres*, op. cit., vol. II, p.56-57.

le champ des mathématiques, les seconds plus centraux. Néanmoins, la morale épistémologique fut identique dans les deux cas : ni les objets des géométries non-euclidiennes ni les nombres complexes n'ont de correspondant dans le monde ou dans nos intuitions naturelles. La formalisation des mathématiques qui commence à se mettre en place à la fin du XIX^e siècle conduisit de surcroît à répandre une version vulgaire du formalisme. On sait que Hilbert, en réponse au problème du fondement des mathématiques, en appela à l'étude méta-mathématique de caractéristiques formelles des système d'axiomes comme la consistance, la complétude, la décidabilité, l'indépendance, ou la saturation. Ce n'est pas ce programme dans sa spécificité, en particulier en tant qu'il serait opposé aux thèses logiciste et intuitionniste, qu'on désigne ici comme « version vulgaire du formalisme », ou, plus simplement « vulgate du formalisme », mais une idée commune, souvent ramenée à quelques bons mots. Parmi ces bons mots, la boutade de Hilbert, selon laquelle à la place de « point », « ligne », « plan », il aurait pu tout aussi bien mettre « chaise », « table », « chope de bière »[12]. On trouve aussi l'aphorisme de Russell, selon lequel la mathématique, entendons la mathématique pure, peut être définie comme le domaine dans lequel nous ne savons jamais de quoi nous parlons ni si ce que nous disons est vrai. C'est aussi quelque chose de ce genre que recèle la comparaison entre les mathématiques et le jeu d'échecs, si souvent reprise qu'on ne sait plus guère qui en est l'auteur. L'idée commune correspondant à ces bons mots est que les mathématiques consisteraient seulement dans un jeu de symboles non interprétés, le mathématicien posant à loisir les principes dont il déduira d'autres propositions, selon des règles elles aussi choisies selon son bon plaisir. La chose a été présentée à gros traits, parce que notre thèse est elle aussi grossière : elle est que la vulgate formaliste est la source et de l'énigme de l'adéquation et d'une solution insatisfaisante qui lui a été apportée[13].

De la conscience aiguë de l'énigme de l'adéquation, on peut donner plusieurs témoignages, d'Einstein à Bourbaki, en passant évidemment par Wigner[14]. Wigner n'a pas seulement promu la formule à succès, il a également présenté une image frappante de ce qu'était cette énigme : il compare le mathématicien-physicien à un homme qui, ayant à sa disposition un gros trousseau de clefs, se trouverait devant une succession de portes : à chaque nouvelle porte, il tomberait du premier coup sur la bonne clef[15].

La vulgate du formalisme semblait pourtant fournir une solution facile. Si les mathématiques sont sémantiquement vides, elles peuvent s'appliquer à n'importe quoi : l'empirique aurait donc pour fonction d'assigner une signification déterminée aux termes primitifs. Dans ce cas, il n'y a pas d'énigme de l'adéquation à proprement parler, mais, tout au plus, un sentiment psychologique d'énigme. C'est bien cette solution qu'on trouve chez le représentant orthodoxe du positivisme logique que fut Carl Hempel. Selon lui, les mathématiques fournissent à des contenus empiriques donnés par ailleurs des expressions linguistiques commodes : commodes, c'est-à-dire ici susceptible d'être transformées selon les règles de la théorie de sorte qu'apparaissent des

---

12 Ce programme apparaît déjà clairement dans David Hilbert, *Les fondements de la géométrie* (1899), tr. fr. par F. Rossier, Paris, Dunod, 1971. La boutade de Hilbert n'engage pas la thèse faible que le mot « point » peut être remplacé par le mot « chaise », du moment qu'on garde la référence à l'objet « point », mais bien la thèse forte que peu importe les objets considérés, du moment que certaines relations entre les termes correspondant aux axiomes de la théorie sont respectées.

13 Pour un argumentaire similaire, voir Félix E. Browder, « Does Pure Mathematics Have a Relation to the Sciences ? », *American Scientist*, 64 (1976), p.542-549.

14 Albert Einstein, « La géométrie et l'expérience » (1921), in *Albert Einstein. Œuvres choisies*, Jacques Merleau-Ponty et Françoise Balibar (éds.), Paris, Seuil, vol. V, p.70-81, ici p.71 : « Ici surgit une énigme qui, de tout temps, a fortement troublé les chercheurs. Comment est-il possible que les mathématiques, qui sont issues de la pensée humaine indépendamment de toute expérience, s'appliquent si parfaitement aux objets de la réalité ? ». Eugene Paul Wigner, « The Unreasonnable Effectiveness », art. cit., p.2 et p.7 : « L'immense utilité des mathématiques dans les sciences de la nature est quelque chose qui confine au mystère et il n'y a pas d'explication naturelle de ce fait [...]. Il est difficile d'éviter l'impression que nous sommes ici face à un miracle, tout aussi frappant que ce miracle que l'esprit humain peut enchaîner mille argument sans tomber sur une contradiction, ou que ces deux miracles que sont l'existence de lois de la nature et la capacité qu'a l'esprit humain à les découvrir ». Bourbaki, « L'architecture des mathématiques. La Mathématique ou les Mathématiques ? », in *Les grands courants de la pensée mathématiques*, F. Le Lionnais (éd.), Paris, Blanchard, 1962, p.51, conclut similairement, à propos de ce qui est appelé le « grand problème des rapports du monde expérimental et du monde mathématique » que « cette intime fusion dont on nous faisait admirer l'harmonieuse nécessité, n'apparaît plus que comme un contact fortuit de deux disciplines dont les liens sont beaucoup plus cachés qu'on ne pouvait le supposer a priori ».

15 Eugene Paul Wigner, « The Unreasonnable Effectiveness », art. cit., p.2. Il y a évidemment là une illusion rétrospective : c'est seulement lorsqu'on se trouve en face de la théorie constituée qu'on peut avoir l'impression d'être dans une situation d'harmonie, l'histoire montre au contraire des processus d'ajustement réciproque entre les outils symboliques mobilisés et ce à quoi il sont appliqués.

conséquences qui n'auraient pas été vues sans cela. Les mathématiques peuvent à cet égard être comparées à des presse-citrons : elles ne créent pas le jus, mais en permettent l'extraction le plus efficacement possible[16].
Pour quelles raisons cette solution facile a-t-elle pu paraître insatisfaisante, voire « perverse », pour reprendre une expression de Quine[17] ? Il y a deux espèces de réponses à cette question. En premier lieu, on peut argumenter qu'elle est historiquement insatisfaisante. Un certain nombre d'innovations significatives dans l'histoire des mathématiques, du calcul différentiel à la théorie des probabilités, ne proviennent pas de recherches d'abord formelles qui auraient été ensuite appliqués : elles ont eu pour origine des problèmes concrets qui ont guidé la formalisation. Toujours dans une perspective historique, on peut noter que l'extension à un nouveau domaine des procédures et des objets acquis dans un domaine n'en est pas toujours passé par une ascension vers le formel et le non interprété : il arrive que cette extension repose sur une transposition analogique directe entre les deux domaines. Le problème de cet argument *ab historia scientiarum* est cependant qu'il n'est pas pertinent : pour s'en tenir à Hempel, mais cela vaudrait de bien d'autres, il n'ignore pas l'histoire, mais pose une question qui suppose la mise à distance de l'histoire, la question de la justification[18].
Le second argument porte sur le partage des tâches que propose la vulgate formaliste. Ce partage des tâches repose sur une séparation radicale de l'empirique et du formel : l'empirique donne les contenus sémantiques, le formel propose les expressions correspondant à ces contenus et les règles qui permettent la transformation de ces expressions. Qu'on se réfère à l'idée d'induction ou au schéma hypothético-déductif, les mathématiques (formelles) viennent de fait prendre le relais de l'empirique (physique), mais elles ne l'informent pas — réciproquement d'ailleurs, la possibilité d'une expérimentation mathématique est exclue, parce que l'empirique est réduit au donné sans forme d'une sensibilité toute passive. On peut dès lors opposer à ce partage des tâches deux idées. D'une part, le pôle formel n'exclut pas l'expérience, du moins si l'on n'entend pas par là la réception du donné, mais une procédure contrôlée par des règles et susceptibles d'échec. D'autre part, le pôle empirique a pour matériau, non un donné informe, mais des pratiques humaines déjà structurées, et pour ainsi dire en attente d'un processus conduisant à une formalisation explicite, qui correspond à ce qu'on appelle mathématisation.
C'est une idée de ce genre qu'avance Enrico Giusti à propos de la genèse des objets mathématiques eux-mêmes[19]. Prenant tout d'abord des objets géométriques élémentaires comme exemples (la droite, le cercle), il avance l'idée qu'ils procèdent d'une abstraction effectuée non pas sur des choses perçues, mais sur des procédures de construction ; leur constitution en objets supposerait de surcroît que ces procédures apparaissent comme des solutions à des problèmes et qu'elles soient prises comme objets d'étude. Il montre ensuite comment l'histoire de la notion de groupe de Lagrange à Galois peut être comprise comme un processus de ce genre, dans lequel l'abstraction consiste non pas à épurer un donné de ses accidents matériels, mais à construire du mathématique sur du mathématique, en prenant certaines procédures d'abord liées à des constructions particulières comme occasion de construire des objets d'un degré supérieur. Ce type d'analyse permet de rendre compte du double mouvement qu'on observe en histoire des mathématiques.
D'une part, la capacité des mathématiques à se saisir de nouvelles pratiques, comme on l'a dit déjà structurées et pour ainsi dire en attente d'une mathématisation effective : ce sont des pratiques de ce genre qui sont maintenant étudiées sous le nom de « mathématiques

---

[16] Carl G. Hempel, « Geometry and Empirical Science », *The American Mathematical Monthly*, 52-1, 1945, p.7-17 ; *id.*, « On the Nature of Mathematical Truth », *in* Herbert Feigl and May Brodbeck, *Readings in the Philosophy of Science*, New York, Appleton Century Crofts, 1953, p.148-162, et p.160 pour la comparaison avec un presse-agrumes.
[17] Willard van Ormann Quine, « Success and limits of mathematization » (1978), in *Theories and Things*, Cambridge, London, Belknap Press, 1981, p.148-155, qui dissocie la pureté des mathématiques de leur non interprétation, de manière à présenter la pureté comme résultant d'un ajustement et d'une règlementation du langage ordinaire.
[18] Carl G. Hempel, « Geometry and Empirical Science », art. cit., p.13.
[19] Enrico Giusti, *La naissance des objets mathématiques* (1999), tr. fr. Georges Barthélémy, Paris, Ellipses, 2000, en particulier p.25-35. L'idée défendue par Giusti n'est ni nouvelle ni singulière ; on trouve des thèses similaires chez Léon Brunschvicg, *Les étapes de la philosophie mathématique*, Paris, Félix Alcan, 1912, p.7-14, p.464-475, p.497-507, *passim*, ou, dans un autre contexte intellectuel, chez Philip Kitcher, *The Nature of Mathematical Knowledge*, New York, Oxford, Oxford University Press, 1984, p.88-100. Leur point commun est de juger que l'histoire des mathématiques est pertinente pour comprendre la nature des objets mathématiques et du savoir mathématique ; il resterait à déterminer ce qui les sépare.

analogiques » ou de « mathématiques naturelles »[20]. D'autre part, la capacité réflexive qu'ont les mathématiques à se prendre elles-mêmes pour objet, de sorte que des objets plus complexes sont élaborés. Ce double mouvement, saisi métaphoriquement par Bourbaki comme le développement d'une ville foisonnante en ses faubourgs et réorganisée en son centre, parfois désigné des noms de paradigme et de thématique que leur a donnés Cavaillès, conduit à concevoir la mathématisation comme un processus qui ne se porte pas seulement sur les objets des disciplines non mathématiques, mais qui explique le développement des mathématiques elles-mêmes[21]. Dans ce volume cependant, nous avons exclu l'analyse du développement des mathématiques au profit de l'analyse de la manière dont les concepts, les opérations et les méthodes des mathématiques sont appliqués aux objets d'une autre discipline.

Une enquête sur les formes de la mathématisation

Mais, même après avoir posé comme on vient de le faire la question des rapports de l'empirique et du formel et avoir ainsi restreint le sujet, on n'a pas là une définition bien satisfaisante de ce qu'est la mathématisation, puisqu'elle dépend de la détermination qu'on aura préalablement donnée des mathématiques. Or, le plus souvent, ce qui tient lieu de détermination, c'est un constat empirique et historiquement situé : sont dites « mathématiques » les activités de ceux qu'on appelle mathématiciens. Descartes pouvait encore tenter de donner une définition unitaire des mathématiques comme science de l'ordre et de la mesure, mais il y a maintenant longtemps que les mathématiques ne se réduisent plus à la géométrie et à l'arithmétique des Anciens, aux sciences mixtes aristotéliciennes ou à l'algèbre des Modernes[22]. Les activités des mathématiciens se sont aujourd'hui diversifiées au point qu'il semble devenu impossible de dire où elles commencent et où elles finissent, sinon, encore une fois, par le constat empirique qu'il y a des savants répertoriés comme « mathématiciens », travaillant dans des laboratoires où figure, associé à d'autres termes, le terme « mathématiques » et publiant dans des revues reconnues comme « de mathématiques ». Nous semblons donc condamnés à un des membres de l'alternative suivante :
— ou bien nous donnons une définition *a priori* des mathématiques et appelons corrélativement « mathématisation » tout processus consistant à introduire des objets ou des procédures correspondant à cette définition dans d'autres disciplines ;
— ou bien, renonçant à toute définition, nous laissons les mathématiques proliférer, et recensons corrélativement les différentes espèces de mathématisation qui leur correspondent, sans savoir exactement pourquoi elles doivent être appelées des « mathématisations ».
Chaque membre de l'alternative est problématique :
— si nous nous en tenons à une définition *a priori* des mathématiques, nous pourrons peut-être tirer de celle-ci quantité d'idées intéressantes, mais elle ne sera pas reçue par tous les mathématiciens ou par tous les historiens des mathématiques, parce qu'il leur sera toujours loisible de reprocher à cette définition de ne pas tenir compte de telle ou telle pratique que, pour leur part, ils estiment pleinement mathématique. Elle se révèlera d'ailleurs très certainement ne pas être adéquate aux mathématiques nouvelles encore à venir, mais enracinée dans l'expérience acquise par la fréquentation d'un domaine déterminé des mathématiques.
— si nous nous contentons de dire qu'il y a des mathématisations, sans jamais essayer de les caractériser en tant que telles, la réflexion tourne manifestement court. Qu'on le veuille ou non, le pluriel engage toujours un singulier : utiliser un même terme pour différentes choses, c'est assumer, au moins intuitivement, que ces différentes choses ont quelque chose de commun. Une réflexion est donc indispensable pour rendre explicite ce qu'il peut y avoir de commun entre les mathématisations qu'on peut rencontrer ici ou là. Une discussion de l'ouvrage de Michel Blay, *La*

[20] L'opposition entre mathématiques analogiques et mathématiques formalisées apparaît chez Philipp J. Davis et Reuben Hersh, *L'univers mathématique* (1982), tr. fr. Lucien Chambadal, Paris, Gauthier-Villars, 1985, p.292 ; pour une synthèse « culturaliste » des apports de l'ethno-mathématique à l'étude des mathématiques analogiques, voir Marc Chemillier, *Les mathématiques naturelles*, Paris, Odile Jacob, 2007 ; pour une synthèse cognitiviste, voir Stanislas Dehaene, *La bosse des maths*, Paris, Odile Jacob, 2003. Paul Raymond, *Le passage au matérialisme*, Paris, Maspero, 1973, p. 328-330, disait la chose d'une formule paradoxale : il y a du mathématisé sans mathématiques.

[21] Bourbaki, « L'architecture des mathématiques », art. cit., p.50-51 ; Jean Cavaillès, *Sur la logique et la théorie de la science* [1ère édition : 1947], Paris, Vrin, 1997, p.41-47. Dans les textes antérieurs, Cavaillès reste fidèle à la terminologie de Husserl, sinon à son insistance sur la subjectivité, en parlant d'idéalisation, et non de paradigme.

[22] Une des dernières tentatives pour unifier les mathématiques via les structures des mathématiques modernes (groupes, anneaux, corps…) fut celle de Bourbaki ; voir « L'architecture des mathématiques », art. cit., p.40-52.

naissance de la mécanique analytique : la science du mouvement au tournant des XVII^e et XVIII^e siècles, au demeurant incontestable en tant que dossier historique, peut illustrer ce point et nous permettre d'aller un peu plus loin[23].
Dans cet ouvrage, Blay défend la thèse que l'utilisation du calcul différentiel pour la mathématisation du mouvement a été l'occasion d'une structuration nouvelle de la mécanique, le calcul différentiel n'étant pas simplement un outil, mais la langue même dans laquelle se constitue la mécanique du XVIII^e siècle. Cette thèse générale, qu'on ne cherchera pas à discuter, est accompagnée d'une thèse secondaire : la mécanique est l'objet d'une véritable mathématisation, non pas, comme on le dit d'ordinaire, chez Galilée, Newton, ou Huygens, mais chez Varignon. Cette thèse secondaire suppose que soit explicitée ce qu'on entend par mathématisation. Pour Blay, il y a mathématisation si et seulement s'il y a un algorithme, c'est-à-dire une procédure de calcul qu'on peut appliquer en aveugle, sans prendre en considération le cas particulier dont on s'occupe. C'est précisément parce que l'approche géométrique des phénomènes du mouvement qui est celle de Galilée, Newton ou Huygens, ne permet pas la mise en place d'algorithmes qu'on ne peut pas, selon Blay, parler dans leur cas de véritable mathématisation. Tous trois utilisent en effet les techniques mathématiques dont ils disposent au cas par cas, sans mettre en place d'algorithmes généraux. Étant donné la définition de la mathématisation que Blay se donne, on ne peut qu'admirer la précision historique avec laquelle il montre sa thèse : si on entend par « mathématisation de la vitesse » la mise en place d'un algorithme permettant la définition de la vitesse indépendamment de la considération d'une figure géométrique, alors la première mathématisation de la vitesse est effective chez Varignon et chez Varignon seulement. Néanmoins l'affirmation qu'il y a là la « véritable mathématisation de la mécanique » demeurera arbitraire tant qu'il n'y aura pas eu un travail de comparaison avec d'autres mathématisations, conduisant à une évaluation conceptuelle des effets spécifiques de cette mathématisation-là. Très pragmatiquement, on a le sentiment que celui qui n'est pas spécialiste de Varignon, mais de Galilée, de Lagrange ou d'Einstein en viendra à soutenir avec autant de raison que ce sont ces derniers qui ont véritablement mathématisé la mécanique. Autrement dit, la question n'est pas de distribuer les palmes de la mathématisation, mais d'être capable d'expliquer pourquoi on parle dans autant de cas différents de « mathématisation », et comment sont articulées différentes formes de mathématisation. C'est seulement à ce prix qu'il sera possible de cerner la spécificité et les enjeux d'une mathématisation donnée.
En effet, s'il n'y a pas de troisième voie miraculeuse entre l'idéal d'une définition essentielle, laquelle échoue presque toujours à saisir l'empirie, et l'historicisme, qui égrènerait les constats qu'il y a eu ici ou là diverses mathématisations, on peut tenter de s'appuyer sur des caractéristiques identifiées des mathématiques pour dégager différentes formes de mathématisation. Une des formes les plus obvies de la mathématisation, aussi bien en raison de son importance en physique que de la prégnance des quantités en général, est la quantification. Mais on sait bien, aussi, que les mathématiques ne se réduisent pas à une arithmétique élémentaire et que la mathématisation n'est pas seulement quantification. Va-t-on pour autant faire correspondre, à chaque espèce d'objet mathématique, une forme particulière de mathématisation — l'arithmétisation, la géométrisation, l'algébraïsation, et pourquoi pas la matriciellisation ? Il n'en est bien sûr pas question. Il faut donc identifier les formes remarquables de mathématisation, sans pour autant tomber dans un particularisme qui lierait à chaque type d'objet mathématique une mathématisation particulière. La notion de forme de mathématisation paraît adéquate à cet égard. Elle est volontairement vague, et se distingue par là de celle de style, aussi diverse d'ailleurs que soit cette dernière[24].
Sans aucun paradoxe, c'est à propos des disciplines où la mathématisation ne va pas de soi que la question des formes de mathématisation a été posée avec le plus d'acuité. On fera ici état de

---

[23] Michel Blay, *La naissance de la mécanique analytique : la science du mouvement au tournant des XVII^e et XVIII^e siècles*, Paris, PUF, 1992. On peut faire le même genre d'analyse à propos des travaux suivants : Amy Dahan, *La Mathématisation*, *Revue d'histoire des sciences*, 42-1 et 42-2, 1989 ; Amy Dahan, *Mathématisations. Augustin-Louis Cauchy et l'Ecole française*, Paris, Blanchard, 1992 ; Jean Dhombres et Jean-Bernard Robert, *Fourier (1768-1830). Créateur de la physique mathématique*, Paris, Belin, 1998.
[24] Jean Gayon, « De la catégorie de style en histoire des sciences », *Alliage*, 26, 1996, p.13-26, dégage bien le pôle individualisant (dans le cas des études sur le style des écoles de recherche et sur le style des nations) et le pôle universalisant de cette notion (dans le cas de l'ouvrage monumental d'Alistair Crombie, *Styles of Scientific Thinking in the European Tradition*, 3 vols., Londres, Duckworth, 1994). Il ignore cependant Gilles-Gaston Granger, *Essai d'une philosophie du style*, Paris, Armand Colin, 1968.

deux positions liées à la question de la mathématisation des sciences humaines dans les années soixante du siècle dernier. Celles-ci nous intéressent, non pas intrinsèquement, en tant que positions sur la mathématisabilité des sciences humaines, mais dans la mesure où elles peuvent nous donner quelques indications sur les questions qui se posent dans une enquête sur les formes de mathématisation.

L'objectif d'Althusser dans son intervention « Philosophie et philosophie spontanée des savants » était en général de critiquer une idée qui était alors à la mode, celle d'interdisciplinarité, et, en particulier, de contester la thèse que les mathématiques pourraient être appliquées efficacement dans les sciences humaines[25]. Pour en arriver là, il analysait l'idée d'application, puis distinguait deux espèces d'interdisciplinarité, l'une bonne, l'autre mauvaise. Son analyse de l'idée d'application part de ce qu'est une applique pour le bricoleur, à savoir quelque chose qu'on pose sur une autre chose, ou contre elle. On l'y plaque, et elle lui reste extérieure, elle est là, simplement posée, tout au plus est-elle fixée avec de la colle ou avec des clous. De manière plus abstraite, on peut appliquer un principe, appliquer une loi, ou encore appliquer une méthode. L'idée est alors qu'on utilise une règle générale pour analyser un cas particulier, mais en excluant l'hypothèse que la règle générale puisse être modifiée par le cas particulier : le cas particulier est subordonné à la règle sans agir sur lui en retour. D'où finalement une caractérisation générale de l'idée d'application : pour appliquer X à Y, il faut et il suffit que X et Y soient extérieurs l'un à l'autre, que X soit plus général que Y, enfin, que X soit utilisé pour comprendre Y. Althusser pouvait alors distinguer et opposer les deux types de rapports que les mathématiques entretiennent à une discipline non mathématique.

Le premier type de rapport, le rapport d'application, est un rapport d'extériorité et d'instrumentalité. La mathématisation consiste alors à appliquer à un domaine, pour ainsi dire de l'extérieur et automatiquement, un ensemble de concepts, d'opérations et de méthodes mathématiques qui existaient avant d'être appliqués à ce domaine. C'est la version la moins exaltante de la mathématisation. A droite, des mathématiques déjà disponibles, qui fournissent des outils tout faits, des procédures fossilisées ; à gauche, un ensemble de phénomènes déjà bien définis : on les ferait coller comme on peut l'un à l'autre. Quant au second deuxième type de rapport, le rapport de constitution, il s'agit de celui qui existe quand les mathématiques ne sont pas seulement un langage dans lequel on exprime tant bien que mal des phénomènes déjà existants, mais qu'elles contribuent à constituer ces phénomènes. Le mathématicien peut même être amené à construire des objets mathématiques adaptés aux questions qui lui sont posées : dans ce cas de figure, la constitution est en quelque sorte réciproque.

On devine à ce point ce que vont être les deux espèces d'interdisciplinarité distinguées par Althussser. Pour modèle de la mauvaise interdisciplinarité, il prend les tentatives de mathématisation des sciences humaines, selon lui par principe vouées à l'échec, parce qu'elles en resteraient à un rapport d'application. Pour modèle de la bonne interdisciplinarité, il prend la physique : selon le mot de Bachelard, les mathématiques ne sont pas un langage pour la physique, mais la pensée même de la physique[26].

Pour récapituler les choses de manière synthétique, on peut distinguer, de la plus faible à la plus forte, trois thèses chez Althusser :

i) il existe une distinction conceptuelle entre deux rapports aux mathématiques, l'application et la constitution ;

ii) cette distinction conceptuelle correspond à une différence de valeur, le travail d'application étant moins exaltant que le travail de constitution ;

[25] Louis Althusser, *Philosophie et philosophie spontanée des savants,* Paris, Maspero, 1967. Au moins en France, le travail de distinction conceptuelle qui fut celui d'Althusser est souvent connu par l'intermédiaire de Jean-Marc Lévy-Leblond, « Physique et mathématique », in *Penser les mathématiques*, Paris, Seuil, 1982, p.195-210. Ce dernier soutient, plus radicalement encore qu'Althusser, que la physique est la seule discipline où les mathématiques sont constituantes.

[26] Du point de vue de l'histoire de ce qu'on appelle parfois l'épistémologie française, il y a là une référence à un passage célèbre dans lequel Bachelard s'en prenait à la thèse que les mathématiques sont un langage, qu'il trouvait chez Duhem : « Les hypothèses scientifiques sont désormais inséparables de leur forme mathématique : elles sont vraiment des pensées mathématiques […]. Il faut rompre avec ce poncif cher aux philosophes sceptiques qui ne veulent voir dans les mathématiques qu'un *langage*. Au contraire la mathématique est une pensée, une pensée sûre de son langage. Le physicien pense l'expérience avec cette pensée mathématique » (*L'activité rationaliste de la physique contemporaine*, Paris, PUF, 1951, p.28-29).

iii) cette distinction conceptuelle et cette différence de valeur coïncident avec ce qui sépare deux espèces de discipline, les sciences humaines et les sciences de la nature.

Dès le début de cette introduction, la thèse de la mathématisation impossible a été critiquée : on laissera donc de côté la troisième thèse. La deuxième thèse paraît elle aussi sujette à caution : elle revient à privilégier les moments héroïques d'innovation conceptuelle, voire de révolution, au profit des moments de réappropriation et d'ajustement caractéristiques de la science normale. En revanche, la distinction entre rapport d'application et rapport de constitution, si elle est dépouillée de tout ce qui peut ressembler à une valorisation de l'une au détriment de l'autre, paraît être de ces distinctions qui peuvent être investies dans une étude des formes de la mathématisation.

On trouvera de même, dans un tout autre horizon conceptuel, des indications utiles dans un ouvrage de Gilles-Gaston Granger[27]. Dans *Pensée formelle et sciences de l'homme*, le travail s'effectuait à deux niveaux. A un premier niveau, il s'agissait d'esquisser une théorie générale de la pensée formelle faisant place aux deux principes suivants. Premier principe : les sciences doivent être comprises comme une structuration de formes dans un langage, et pourtant ne pas être réduites à un « pur langage », un jeu de symboles, une suite syntaxique que n'accompagnerait aucune sémantique. Granger s'opposait ainsi comme tant d'autres à une forme outrée de la vulgate formaliste. Deuxième principe, qui est le corollaire du premier : cette structuration de formes suppose un certain travail, un travail qui est appréhendé comme *praxis*, dans la mesure où les formes qui sont élaborées ne sont pas données. En particulier, elles ne sont pas données dans la perception. Etant donné ce projet général, l'intérêt des formalisations qu'on trouve dans les sciences humaines était que le caractère inchoatif de ces dernières contraignait à l'abandon de toute forme de dogmatisme.

À un second niveau, il s'agissait d'étudier des cas de mathématisation dans les sciences humaines, pour montrer que ces dernières obéissent à l'exigence générale de mathématisation, mais sans exclure ce qu'elles pourraient avoir de spécifique. Finalement, la thèse centrale de *Pensée formelle et sciences de l'homme* était que la mathématisation des sciences humaines n'est pas impossible, à condition qu'elles acceptent de renoncer au confort illusoire que constituent les méthodes quantitatives ou la confusion du conceptuel et du vécu, du formel et de l'immédiat, à laquelle l'existence de certaines structures significatives spontanées peuvent conduire. En effet, avec des objectifs opposés à ceux d'Althusser et de tout autres moyens que lui, Granger était amené à refuser l'assimilation de la mathématisation à une quantification de première prise ; par là, tombaient aussi les critiques qui partaient de l'idée que toute mathématisation en passe par une quantification[28]. Il introduisait aussi une distinction entre deux espèces de mathématisation qu'on rencontre dans les sciences humaines : les mathématisations « formalistes », dont l'exemple était cherché dans la linguistique de Saussure, et les mathématisations « opérationnelles », qui correspondait aux premiers travaux sur les « langages machine » et présente certains traits communs avec ce qui est appelé plus bas « modélisation ». Quant à l'axiomatisation, il en soulignait l'importance en remarquant que son moment et sa fonction ne sont pas les mêmes dans les sciences de l'homme et dans les sciences de la nature. Les phénomènes humains étant déjà pourvus de structures significatives, soit dans la conscience des individus, soit dans le fonctionnement des collectivités, il est difficile de les « découper », c'est-à-dire de les soumettre à l'ordonnancement préalable qui permettrait qu'une mathématisation effective se mette en place. Un des meilleurs moyens de surmonter cette difficulté était, selon Granger, d'imposer d'entrée de jeu des axiomatisations partielles : celles-ci nous aident à nous détacher des pseudo-évidences et des sollicitations du fait vécu[29].

Althusser et Granger soutiennent ainsi des positions contraires concernant la mathématisation des sciences humaines. Néanmoins, l'un et l'autre ont donné des éléments de réflexion permettant d'aborder la question de la mathématisation autrement qu'en la concevant comme une manière d'introduire de la forme dans un matériau empirique informe. C'est que l'un et l'autre — Granger bien plus effectivement qu'Althusser, cependant — avaient en vue les pratiques effectives des sciences, prises dans un développement historique. Finalement donc, eu égard à l'enquête proposée, leurs points communs, si minimaux soient-ils, semblent dignes d'être notés. Il s'agit d'une part de ne pas se dispenser d'une enquête sur les formes effectives de mathématisation, et d'autre part d'accepter la confrontation des sciences de la nature et des sciences de l'homme. Ces

[27] Gilles-Gaston Granger, *Pensée formelle et sciences de l'homme*, Paris, Aubier, 1960.
[28] *Id.*, p.19-20.
[29] *Id.*, p.64-65, p.159-178, *passim.*

parti-pris généraux étaient aussi ceux de ce volume. Les circonstances ont cependant fait que nous n'avons pas réussi à réunir autant de contributions sur les sciences de l'homme que nous l'aurions souhaité, de sorte qu'il reste, dans ce volume, un certain déséquilibre quantitatif entre les unes et les autres. Trois formes de mathématisation ont toutefois été dégagées à propos des unes comme à propos des autres. Elles sont maintenant présentées à travers des études de cas : la quantification, la formalisation, la modélisation.

Les exigences de la mesure : la quantification

La définition des mathématiques comme science des quantités est une définition historiquement datée. Elle s'est mise en place dans l'Antiquité et surtout à l'âge classique pour tenter d'unifier des mathématiques déjà divisées en géométrie et arithmétique, même en ne tenant compte que des mathématiques pures[30]. Elle est encore prégnante chez Kant, mais, dès le XIX^e^ siècle, l'extension effective des mathématiques, jointe à la conscience qu'elles consistent en une opération sur des symboles, conduit au constat que cette définition est périmée[31]. Néanmoins, les quantités gardent une certaine prégnance, et la quantification demeure une des formes les plus obvies de mathématisation[32]. On connaît l'aphorisme de Lord Kelvin, assez marquant pour avoir été gravé sur le bâtiment des sciences sociales de l'université de Chicago :

« si vous pouvez mesurer ce dont vous parlez et l'exprimer en nombres, vous savez quelque chose de votre sujet : mais si vous ne pouvez pas le mesurer, si vous ne pouvez pas l'exprimer en nombres, votre savoir est d'une espèce pauvre et insatisfaisante. C'est peut-être le début d'un savoir, mais vos pensées ont bien peu progressé vers un état de science, quel que soit le sujet[33]. »

Par quantification, on entend très généralement la manière dont certaines propriétés sont associées à des quantités. Cette association peut se faire par un décompte élémentaire sans instrument (on compte les centimètres de pluie tombés chaque année, on mesure la taille des conscrits, etc.) ou supposer l'intervention de procédures plus complexes de mesure, avec dans certains cas des appareillages plus complexes (on ne mesure pas l'intensité d'un courant électrique ou la vitesse d'une particule à l'œil nu). Dans le second cas, les procédures de mesure permettent alors la détermination de la propriété mesurée : selon la formule de Binet, l'intelligence, c'est ce que mesure le test d'intelligence ; de la même façon, le concept de température est déterminé seulement si l'on construit des thermomètres. Cela ne veut pas dire que la mesure crée la propriété au sens où, avant la mesure, il n'y avait rien ; mais cela veut bien dire que la plupart des mesures ne portent pas sur des propriétés naturellement et immédiatement perçues. Quoi qu'il en soit cependant, la quantification consiste toujours à associer une propriété à un nombre.
Les caractéristiques formelles des propriétés qui sont mesurables ont été bien explorées.
Dans un exposé passablement classique, Carnap a ainsi distingué trois espèces de concepts scientifiques, de manière à dégager les caractéristiques formelles de chacune de ces espèces :

i) Les concepts classificatoires, qui inscrivent des objets dans une classe, constituent selon Carnap la base empirique à partir de laquelle le savoir scientifique se constitue. Ils peuvent correspondre aux concepts du sens commun (chien, chaud) comme aux concepts des sciences taxinomiques (telle espèce de plante, désignée par un nom savant) ; ils peuvent se rapporter à une chose (chien) comme à une propriété de chose (chaud).

ii) Les concepts comparatifs, qui expriment une relation entre objets eu égard à une propriété donnée (« l'eau de la Méditerranée est plus chaude que l'eau de l'Océan arctique ») ne se contentent pas de placer un objet dans une classe, mais établissent un ordre à l'intérieur d'une classe — dans l'exemple donné, il s'agit d'établir dans la classe des eaux de mer un ordre selon leur température. Cet ordonnancement peut se faire sans qu'on mesure à proprement parler la

---

[30] Encore faut-il ajouter que cette unification se dit de multiples manières, selon la conception de la quantité qui est défendue ; voir sur ce point, en relation avec l'interdiction aristotélicienne d'utiliser dans une démonstration des principes tirés d'une autre science, Paola Cantu, « Aristotle's prohibition rule on kind-crossing and the definition of mathematics as a science of quantities », *Synthese*, 174, 2010, p.225-235.

[31] Voir ainsi George Boole, « Mathematical Analysis of Logic » et Charles Sanders Peirce, « The Essence of Mathematics », in Newmann, *The World of Mathematics*, op. cit., vol. III, resp. p.1856-1858 et p.1773-1783.

[32] Que l'appréhension analogique des quantités ait un fondement cognitif fait partie des thèses centrales de Stanislas Dehaene, *La bosse des maths*, *op.cit.*

[33] Lord Kelvin, « Electrical Units of Measurement », *Popular Lectures and Addresses,* 3 vols., Londres et New York, Mac Millan, 1889-1891, vol. I, p.73-74.

température de l'eau : on établit seulement un dégradé qualitatif, du plus chaud au moins chaud par exemple. Il suppose ce que nous appellerions une structure de pré-ordre : il faut avoir une relation d'équivalence, c'est-à-dire symétrique, transitive, réflexive (ici, « avoir la même température que ») et une relation d'ordre, c'est-à-dire transitive et antisymétrique (ici, « être plus chaud que »).

iii) Les concepts quantitatifs sont ceux qui associent une propriété à un nombre (« l'eau de la Méditerranée est à 29° C »). Avoir dégagé la structure d'ordre qui joue dans le cas des concepts comparatifs permet à Carnap de souligner ce qu'on doit leur ajouter de surcroît lorsqu'on effectue une mesure : il ne faut pas seulement une relation d'équivalence et une relation d'ordre, il faut aussi se donner les moyens d'assigner le zéro et l'unité. Pour continuer avec l'exemple de la température, mesurer une température avec un thermomètre, c'est non seulement avoir identifié un phénomène physique sensible à la variation des températures, mais avoir introduit une échelle, ce qui revient à fixer le zéro et à déterminer les conditions dans lesquelles les différences entre deux séries de mesures sont égales[34].

Les bénéfices de la mesure ont été eux aussi explorés. Elle permet une économie du langage, et, le plus souvent, un gain en précision. Il est de surcroît rare que la mesure porte seulement sur une propriété isolée ; en général, l'objectif est de mettre en évidence, via les lois quantitative, un rapport de dépendance fonctionnelle entre les propriétés. Que reste-t-il donc à ajouter à ce genre d'exploration théorique du fonctionnement et des bénéfices de la mesure ? Les deux études de cas que proposent Martin Zerner et Friedrich Steinle permettent d'éviter ce qu'on pourrait appeler une naturalisation de la mesure, consistant à oublier que sa mise en place suppose l'utilisation d'outils symboliques et pratiques bien déterminés.

Le succès de certaines formalisations introduites en économie a parfois occulté la question de la mesure, à laquelle Martin Zerner consacre sa contribution[35]. Les travaux de l'économiste Trygve Haavelmo (1911-1999) du milieu du siècle dernier constituent le contexte commun de ses deux études de cas. Le point de départ de la première est une distinction qu'introduisit Haavelmo entre trois espèces de variables. Aux variables théoriques, qui correspondent aux constructions théoriques, et aux variables d'observation, qui rassemblent les données dont on dispose, il faut ajouter les variables réelles, qui constituent en quelque sorte un intermédiaire opérationnel entre les deux premières espèces de variables. Haavelmo propose de les définir en intégrant un terme aléatoire dans les équations, et c'est elles, et non les variables théoriques, qui sont confrontées aux données d'observation. Ce qu'entend rappeler Zerner à partir d'un cas particulier, c'est le travail de mathématisation que suppose l'élaboration de ces variables réelles. Ce cas particulier est celui de des calculs de valeurs travail que font Christian Baudelot et Roger Establet. Les résultats de ces calculs peuvent, selon la distinction de Haavelmo, être considérées comme des variables réelles qui correspondent à la variable théorique homonyme. Comme il n'y a pas dans ce cas de variable d'observation, Baudelot et Establet utilisent les matrices de Wassily Leontief (1906-1999). Par delà la formalisation mathématique, qui ne pose pas de difficulté spécifique, le problème est que, pour utiliser ces matrices dans le calcul de la valeur-travail d'une marchandise, l'économiste fait intervenir des données ayant les deux caractéristiques suivantes. En premier lieu, elles se rapportent à un état passé de la production, alors que le travail effectivement dépensé dans la production d'une marchandise peut avoir évolué, par exemple suite à une évolution des techniques mobilisées dans cette production : la clause du *ceteris paribus* ne vaut jamais en économie. En second lieu, l'économiste ne choisit pas ces données, mais il les reçoit des organismes d'Etat chargés de produire des statistiques ; dans le cas des matrices de Leontieff par exemple, on fera intervenir une classification conventionnelle en différentes branches de la production économique. On voit bien à partir de cette première étude de cas que la mesure en économie n'est jamais directe.

---

[34] Rudolph Carnap, *Les fondements philosophiques de la physique*, tr. fr. Jean-Matthieu Luccioni et Antonia Soulez, Paris, Armand Colin, 1973, p.57-73. On trouve déjà une analyse du même genre chez Norman Robert Campbell, « Measurement », *in* James R. Newman, *The World of Mathematics. A Small Library of the Litterature of Mathematics from A'h-mosé the Scribe to Albert Einstein, Presented with Commentaries and Notes by James R. Newman*, 4 vols., New York, Simon and Schuster, 1956, vol. III, p.1797-1833.

[35] Pour un examen de la capacité des plus fameuses de ces formalisations (celles de Debreu, de von Neumann et Morgenstern, d'Arrow et de Nash) à passer le test de l'axiomatisation, voir Philippe Mongin, « L'axiomatisation et les théories économiques », *Revue économique*, n° 54 (1), 2003, p.99-138.

Le point de départ de la deuxième étude de cas proposée par Zerner se situe dans la pratique mathématique de Haavelmo. L'impossibilité qu'il y a à appliquer directement le modèle théorique aux données d'observation conduit Haavelmo à introduire en économie des méthodes empruntées à la statistique théorique — autrement dit encore, à travailler sur des équations comprenant des termes aléatoires. Zerner étudie plus précisément la manière dont Jacob Marschak et William Andrews appliquèrent les méthodes de Haavelmo à l'analyse de la fonction de production, qui lie les facteurs de production (capital, travail, etc.) à la quantité de production. Zerner insiste dans ce cas sur les deux points suivants. En premier lieu, selon la théorie néo-classique, les marchés sont en équilibre, mais le système d'équations montre que la fonction de production n'est observable que dans le cas où ils ne le sont pas. Paradoxalement, ce sont donc les écarts par rapport à cette théorie qui permettent de mesurer une de ses grandeurs fondamentales. En second lieu, le traitement mathématique de la fonction de production suppose un certain nombre de simplifications, dont certaines sont induites par les méthodes statistiques disponibles à l'époque. Ce que montre cette deuxième étude de cas, c'est donc, assez classiquement, que la mathématisation d'un domaine ou d'un objet, si elle permet bien certains bénéfices, ne se fait pas sans pertes, qui viennent des contraintes spécifiques imposées par le maniement de certains outils symboliques, de quelque ordre qu'ils soient.

Ces contraintes sont inhérentes à la mathématisation, et plus généralement à l'usage d'un langage symbolique. Grâce à une étude des phénomènes électromagnétiques dans la France des années 1820, Friedrich Steinle met en cause une idée plus spécifique, mais néanmoins commune, l'idée selon laquelle toute mathématisation commencerait par une quantification[36]. Le schéma historico-épistémologique auquel il s'oppose est le suivant : la recherche scientifique commencerait par des observations et des expériences, se poursuivrait par une quantification reposant sur des mesures, et se terminerait par une mathématisation à proprement parler, impliquant la mise en place d'une théorie abstraite. Le programme laplacien, le programme de recherche dominant en physique dans la France du XIX^e^ siècle, se conforme à un schéma de ce genre. Il suppose en effet les trois étapes suivantes : en premier lieu, il convient de faire des mesures ; de là, on obtient des lois mathématiques macroscopiques ; enfin, on montre que ces lois macroscopiques peuvent être réduites à des lois microscopiques. Outre l'injonction à mettre en place des dispositifs de mesure, ce programme enveloppe une supposition ontologique (les phénomènes physiques sont réductibles à des particules entre lesquelles il existe des forces centrales) et une contrainte mathématique (les lois doivent avoir la forme de ce qui sera ultérieurement appelée une fonction potentielle).

L'électrostatique de Charles-Augustin Coulomb, développée mathématiquement par Siméon-Denis Poisson, avait été constituée conformément au programme laplacien. Mais la découverte, par Hans Christian Ørsted, du fait qu'un courant électrique déviait l'aiguille d'une boussole ne pouvait pas y être immédiatement intégré : on ne peut rendre compte de cet effet électromagnétique en termes de forces centrales. Jean-Baptiste Biot, un des principaux représentants du programme laplacien, réussit cependant à mettre en place des dispositifs expérimentaux permettant de découvrir une loi conforme aux réquisits de celui-ci, mais, naturellement, en sacrifiant à ses contraintes, en particulier mathématiques. La réduction de l'anomalie que représentait la découverte d'Ørsted en est donc passée par une quantification dans le style laplacien de certains phénomènes magnétiques.

Steinle analyse ensuite la manière dont André-Marie Ampère s'engagea dans des formes alternatives de mathématisation. Dans un premier temps, Ampère se livra à une expérimentation intensive, qui, loin de réduire l'anomalie, ne fit que l'exaspérer. Il en vint à formuler deux lois empiriques, supposant ce que Steinle appelle une « géométrisation ». Ce terme ne doit pas être ici entendu comme l'application, à l'électromagnétisme, des procédures usuelles en géométrie à l'époque, mais plutôt comme la mise en place de concepts physiques caractérisés par certaines propriétés topologiques (la droite et la gauche d'un courant électrique par exemple), auxquelles ne correspondait à l'époque aucune espèce de mathématique formalisée. Abandonnant ces premières recherches, Ampère se démarqua dans un deuxième temps d'une autre manière encore du programme laplacien en proposant une « mathématisation sans mesure ». Echouant à

---

[36] Dans un article classique, Thomas Kuhn critique une autre idée commune, et pour ainsi dire symétrique de celle dont on vient de faire état, d'après laquelle la mesure viendrait infirmer ou confirmer une théorie scientifique, voir « La fonction de la mesure dans les sciences physiques modernes », in *La Tension essentielle* (1970), tr. fr. M. Biezunki, Paris, Gallimard, 1990, pp.247-303.

mettre en place des expériences de mesure satisfaisantes, Ampère avança en effet un principe permettant de dériver une loi de force qui prend bien en compte des expériences dans des configurations d'équilibre (ce qu'on appellera ultérieurement la « méthode de zéro »), mais qui ne s'appuie sur aucune quantification.

La formalisation : la puissance des formes symboliques

On a critiqué plus haut la vulgate formaliste ; il n'empêche que les mathématiques constituent un langage où la forme l'emporte sur le contenu, les symboles pouvant être manipulés de manière autonome, l'élément syntaxique dévorant l'élément sémantique, pour reprendre une expression de Granger[37]. On désignera donc comme des formalisations les cas où l'application des mathématiques devient significative par la puissance de la forme, en tant que celle-ci est liée à une certaine symbolisation. La formalisation entendue en ce sens est plus vague que la formalisation au sens des logiciens, qui consiste à réduire le langage d'une théorie à des expressions primitives et à expliciter les règles de construction et de transformation de ses propositions, mais elle lui est aussi naturellement liée. Traiter les termes indépendamment de leur contenu, c'est-à-dire de la signification qu'on leur attribue, c'est être capable de transformer les propositions où figurent ces termes. Dans la mesure où il est par principe interdit de juger de la validité d'une transformation en la rapportant à son contenu, le seul critère de validité est la conformité à des règles, qui doivent donc avoir été explicitées. La formalisation telle qu'on l'a déterminée conduit donc naturellement à la formalisation au sens des logiciens. De manière similaire, il existe une distinction, mais aussi un lien naturel, entre formalisation et symbolisation. La formalisation est de droit distincte de la symbolisation : les seuls symboles à être utilisés dans les *Fondements de la géométrie*, ce sont les lettres des alphabets grec et latin ; inversement, les cartes de géographie, les camemberts des gestionnaires, les graphes des économistes, etc. constituent des symboles qui ne donnent lieu à aucune espèce de formalisation. Dans les faits cependant, une formalisation ne s'accomplit complètement qu'à être précédée ou accompagnée d'un processus de symbolisation réussi.

Du point de vue de l'examen des formes de la mathématisation, la formalisation n'est pas une mise en forme de résultats acquis par l'expérience, comme c'est le cas de la quantification. Elle correspond à ce moment où les symboles, organisés de manière autonome, manifestent une puissance formelle d'anticipation de nouveaux résultats, et en viennent à constituer des structures capables d'engendrer de nouvelles structures. Marie-Antoinette Tonnelat distingue en ce sens, sur un exemple simple, ce qui a précédemment été appelé « quantification » et ce qui serait selon elle une mathématisation véritablement féconde, qui correspond à ce qui est appelé ici « formalisation ». La loi des sinus, remarque-t-elle, est une véritable mathématisation : il s'agit effectivement « d'une relation quantitative, vérifiable, univoque entre des éléments précis et relativement abstraits » — dans les termes qui sont les nôtres, d'une quantification. Néanmoins, « elle n'est, à sa naissance, accompagnée que d'une très faible possibilité d'itération, ou, en d'autres termes, de principe générateur inhérent à sa structure »[38]. La structure est ici celle de l'outil mathématique utilisé, et s'il comprend un principe générateur inhérent à sa structure, c'est qu'il porte, comme on dit parfois, sa logique propre. Le formalisme adopté pour une classe de phénomènes est étendu à une autre classe de phénomènes, qui se structure ainsi d'une manière qu'on n'aurait pas anticipé sans lui, ou pas si vite. Autrement dit, sont désignées comme autant de formalisations les cas de mathématisation où le langage formel et symbolique va au-delà de son application première, la syntaxe adoptée dans un domaine servant alors de guide à la sémantique d'un autre domaine inexploré, ou en tout cas moins bien exploré que le premier domaine.

C'est un cas de ce genre qu'examine Yves Gingras à propos de la théorisation qu'Einstein donna de la radiation. Le point de départ de Gingras est encore une fois une anomalie : pourquoi, dans son article séminal sur les quantas de lumière de 1905, Einstein prend-il appui sur la loi approximative de Wien et non sur la loi de Planck pour déterminer le spectre de radiation d'un corps noir, alors que la première n'est valable que pour de grandes valeurs du rapport n/T (fréquence de la radiation/température) ? Selon Gingras, la réponse à cette question est que les

---

[37] Gilles-Gaston Granger, *Pensée formelle*, *op. cit.*, p.39.

[38] Marie-Antoinette Tonnelat, « Limites d'extension du concept de doctrine informe », in Georges Canguilhem, *La mathématisation des doctrines informes. Colloque tenu à l'Institut d'histoire des sciences de l'Université de Paris, [24-26 juin 1970]*, Paris, Hermann 1971, p.112-114. L'appréhension de la fécondité des mathématiques en termes de structure est clairement un fruit de ces temps-là.

formalismes mathématiques dont Einstein se servait à l'époque ne peuvent pas s'articuler avec la loi de Planck de manière heureuse, c'est-à-dire ici formellement féconde. D'où l'idée que le choix d'un formalisme mathématique, ou de manière plus élémentaire encore sa disponibilité, guide Einstein dans sa formalisation de la structure de la lumière. C'est cette idée qui est testée à propos de trois épisodes successifs.

Le premier de ces épisodes correspond à l'article de 1905. Gingras montre qu'Einstein raisonne alors à partir de calculs d'entropie basés sur la loi de Boltzmann : articulés à la loi approximative de Wien, ils conduisent à deux équations ; l'analogie formelle de ces dernières suggère l'équivalence de deux de leurs coefficients. C'est cette équivalence qui conduit Einstein à avancer l'hypothèse que la lumière a une structure particulaire. Le deuxième épisode est l'article de 1909 qui met en place ce qu'on appellera ultérieurement la dualité onde/corpuscule. Ce qu'Einstein utilise dans ce cas, et cette fois en lien avec la loi de Planck, ce sont des formalismes venus de la mécanique statistique permettant de calculer des fluctuations d'énergie en fonction de la température : cinq années auparavant, il avait remarqué que ces formalismes sont indépendants des assomptions particulières de la théorie (en l'occurrence qu'il existe des points doués de masse), autrement dit qu'ils peuvent s'appliquer dans d'autres domaines. C'est précisément ce qu'il fait en 1909, dans la mesure où il les articule à la loi de Planck, et c'est cela qui le conduit à poser la dualité onde/particule. Le troisième et dernier épisode est constitué par un article de 1925 sur la théorie quantique d'un gaz mono-atomique dans lequel on voit en quelque sorte un processus inverse, puisqu'Einstein attribue alors aux particules matérielles d'un gaz la dualité qu'il avait découverte dans le cas de la radiation lumineuse.

On voit bien que la forme de mathématisation ici à l'œuvre n'est pas la quantification ; il ne s'agit pas de cerner les phénomènes par des mesures expérimentales quantitatives, mais d'éclairer leur structure en explorant les possibilités ouvertes par des formalismes féconds. Pour décrire ce processus épistémologique, Gingras se réfère à la notion d'analogie formelle avancée par Maxwell dans un article de 1861. Constatant que les équations décrivant des champs magnétiques et les équations décrivant des courants électriques présentaient une structure formelle analogue, Maxwell posait la question de ce qu'on pouvait déduire de cette analogie formelle. Pour bien comprendre le phénomène épistémologique dont il est question, il faut considérer qu'il comporte deux strates. En premier lieu, il existe une polyvalence effective de tout formalisme mathématique : même lorsqu'il a été forgé en rapport avec un domaine d'objectivité déterminé, il peut être, pour ainsi dire, recyclé dans un autre domaine. En second lieu, cette polyvalence confère à l'usage de tout formalisme une valeur heuristique potentielle : lorsqu'un domaine est moins exploré qu'un autre, l'usage, dans le second domaine, des symboles forgés en vue de l'exploration du premier domaine suggère que les phénomènes de ces deux domaines ont des structures analogues.

Le cas présenté par Jan Lacki va plus loin encore, puisque ce sont des exigences formelles concernant la syntaxe qui conduisent à déterminer une grandeur physique. Ce cas est celui de l'avènement de la mécanique matricielle, premier avatar de la mécanique quantique, dans le fameux article d'Heisenberg de 1925. Lacki commence par rappeler quels étaient les deux piliers de ce que la littérature anglo-saxonne appelle la « vieille théorie quantique », à savoir, justement, la mécanique quantique d'avant 1925. Le premier pilier en était la théorie mathématique des systèmes multiplement périodiques ; le second pilier en était le principe de correspondance de Bohr, qui permet de réduire, sous certaines conditions, un comportement en physique quantique à un comportement en physique classique. Ce sont des expériences qui indiquèrent les limites de la vieille théorie quantique (elle ne pouvait rendre compte de certains phénomènes), mais le processus par lequel Heisenberg en vint à élaborer la mécanique quantique matricielle n'a rien d'expérimental.

Comme l'explique en effet Heisenberg lui-même, à un certain point du raisonnement, la question se ramène à ceci. On a une grandeur physique classique dépendant du temps, dont on n'indiquera pas ici l'expression mathématique mais qu'on notera pour simplifier $x(t)$. Sachant qu'on peut associer dans le cas classique $x(t)$ à $x(t)^2$, et que, d'autre part, $x(t)$ a un correspondant quantique $X(t)$, il s'agit de déterminer la règle permettant de construire la grandeur quantique $X(t)^2$. Sans rentrer dans le détail mathématique, pour bien comprendre l'originalité épistémologique de la réponse d'Heisenberg, il faut savoir que, contrairement à ce qu'il en est de $x(t)^2$, le statut mathématique de la grandeur $X(t)^2$ n'est pas déterminé de manière univoque à partir de son expression. La réponse d'Heisenberg à la question posée est que la règle de construction de $X(t)^2$

doit être telle que, d'une part, $X(t)^2$ puisse être associé à $X(t)$ et que, d'autre part, il soit bien le correspondant quantique de $x(t)^2$. Autrement dit, Heisenberg fait intervenir une sorte d'exigence formelle de commutativité, puisqu'il exige que le résultat des deux processus suivants soit identique : le processus qui commence par prendre le carré d'une grandeur pour ensuite trouver son équivalent quantique, et le processus qui commence par trouver l'équivalent quantique de cette grandeur pour ensuite en prendre le carré.
Une exigence formelle détermine donc la règle de multiplication de la grandeur $X(t)$ par elle-même, dans laquelle Born devait reconnaître la multiplication matricielle moins d'un an après la publication de l'article d'Heisenberg. Usuellement, on suppose la nature de la grandeur connue pour déterminer les règles qui s'appliquent à elle, mais ici, ce sont des règles qui permettent de définir la grandeur $X(t)$. Il y a dans ce cas une sorte de formalisation du second ordre : l'invention est guidée par une exigence formelle portant sur la règle syntaxique liant les termes d'un schéma mathématique, et non pas par une analogie formelle entre des phénomènes sémantiquement distincts. La conclusion de Lacki est double. D'un point de vue historique, étant donné cette formalisation du second ordre, on comprend que le travail sémantique d'interprétation des formalismes ait posé un problème spécifique dans le cas de la mécanique quantique. D'un point de vue épistémologique, Lacki, tout en soulignant l'importance de la modalité de constitution de la physique par les mathématiques discutée dans son exemple, en appelle à une étude plus approfondie des différentes modalités historiques de cette constitutivité.

La modélisation, une nouvelle forme de mathématisation ?
Le moins qu'on puisse dire est que le succès du terme « modèle » au XX^e siècle n'a pas été sans ambiguïté. Etymologiquement, le terme était un terme technique de l'architecture se rapportant à l'étalon grâce auquel on établit des rapports entre les parties d'un bâtiment. A l'époque classique, il désigne une réplique matérielle qui reproduit une structure artificielle ou naturelle : ainsi en va-t-il, par exemple, d'un planétarium, d'un mannequin de cire en anatomie, d'un modèle réduit de bateau ou d'édifice. Dans la science contemporaine, les modèles s'échelonnent entre deux pôles. En premier lieu, le pôle empirique : les modèles dits « mécaniques » à la fin du XIX^e siècle désignent des analogues matériels des phénomènes, leur représentabilité dans l'espace valant parfois pour leur réalisabilité. En second lieu, le pôle formel : les logiciens entendent par « modèle » une théorie constituant une interprétation d'un système formel. La question s'est évidemment posée de savoir si les deux pôles étaient liés, et, le cas échéant, si l'une de ces acceptions pouvait être dite plus fondamentale ou décisive que l'autre. Il semble à cet égard que les sciences sociales, en particulier l'économie, ont joué un rôle décisif dans l'amalgame de ces deux acceptions, de sorte qu'aujourd'hui, on ne distingue plus une théorie et ses applications : tout uniment, on parle de modèle. La confusion a d'ailleurs augmenté : les objets sur lesquels travaille la psychologie cognitive, ce sont des « modèles mentaux », les simulations que permet l'informatique, en particulier grâce au traitement statistique de données quantitatives massives, sont elles aussi des « modèles ». Dans ces conditions, il est impossible de considérer la notion de modèle comme une notion qui serait douée d'une valeur épistémologique qu'on pourrait déterminer *prima facie*. L'histoire critique de la notion de modèle qui a été entreprise est à ce titre salutaire et, pour tout dire, aujourd'hui encore indispensable à toute réflexion[39].

[39] Pour une histoire des différentes acceptions du terme « modèle », voir par exemple Suzanne Bachelard, « Quelques aspects historiques des notions de modèle et de justification des modèles », in P. Delattre and M. Thellier (éds.), *Actes du colloque Elaboration et justification des modèles*, Paris, Maloine, 1979 ; Daniel Parrochia, « Quelques aspects épistémologiques et historiques des notions de "système" et de "modèle" », in *La modélisation confluent des sciences*, Paris, Université Lyon I et CNRS, 1990, p.142-159. La thèse que l'acception formelle du terme fondait l'acception empirique a été soutenue par Patrick Suppes, « A Comparison of the Meaning and Uses of Models in Mathematics and in the Empirical Sciences », *Synthese*, 12-2 et 12-3, 1960, p.287-301. Une histoire critique de l'inflation des modèles dans le discours des scientifiques à partir de von Neumann a été esquissée dans différents articles de Martin Zerner, « Explication d'un modèle économique », *Actes de la VIII^e Ecole d'été de didactique des mathématiques*, Clermont-Ferrand, IREM de Clermont-Ferrand, 1996 ; *id.*, « The Mathematical Model: Epistemological Tool or Ideological Notion? », *Actes du XX^e Congrès international d'histoire des sciences*, Liège, 1997, p.9-14. Quoique ce n'ait certainement pas été l'intention des auteurs, on peut lire la synthèse que proposent Roman Frigg et Stephan Hartmann dans « Scientific Models », *in* Sahotar Sarkar et al. (éds.), *The Philosophy of Science: An Encyclopedia*, New York, Routledge, 2005, vol. II, p.740-749, comme un constat que la notion est devenue trop imprécise pour être vraiment efficace. On consultera avec le même esprit critique Mary S. Morgan et Margaret Morrison éds., *Models as Mediators*, Cambridge, Cambridge University Press, 1999 ; Soraya de Shadarevian et Nick Hopwood, *Models. The Third Dimension of Science,* Cambridge, Cambridge University Press, 2004.

Dans le contexte de notre travail sur les formes de mathématisation, on peut néanmoins se contenter de prendre pour guide la notion de modèle telle qu'elle intervient dans l'ouvrage de Giorgio Israël, *La mathématisation du réel*. Cet ouvrage a pour thèse, précisément, que la modélisation est une nouvelle forme de mathématisation, qui en est venue à dominer dans la plupart des sciences, à l'exception peut-être de certaines parties de la physique ; comme les contributions rassemblées dans ce volume, il procède à partir d'études de cas empruntées à diverses disciplines depuis le XVII^e siècle. Israël entend très généralement par modèle la représentation en langage mathématique d'un aspect de la réalité. Quoiqu'il semble par moments privilégier des représentations telles qu'il existe une analogie structurelle entre le modèle et ce dont il est le modèle, il ressort de l'ensemble de son ouvrage que ce qui caractérise selon lui la modélisation par rapport à d'autres formes de mathématisation, ce sont les trois thèses suivantes :

i) Thèse de la localité. Alors que la mathématisation a une visée globale, la modélisation est toujours locale, et pour tout dire, fragmentaire : le modèle s'assume comme étant seulement une manière parmi d'autres de rendre compte non pas de la réalité, mais de certains de ses aspects seulement.

ii) Thèse du désengagement ontologique. Alors que la mathématisation s'adossait à un réductionnisme ontologique qui en passait par des analogies mécaniques, la modélisation n'admet d'analogies que mathématiques.

iii) Thèse de l'opérativité. Alors que la mathématisation se présente comme une théorie ayant pour seule fin le savoir, la modélisation a une dimension opérative et interventionniste : un modèle est un dispositif qui permet d'agir sur ce qui est modélisé, que ce soit en le suppléant, en le contrôlant ou en le modifiant[40].

La contribution de Guillaume Jouve est consacrée à un des domaines qui servent souvent d'exemple de mathématisation classique, à savoir la mécanique du XVIII^e siècle. Il peut dès lors paraître étonnant de faire figurer cette contribution dans la partie de ce volume consacrée à la modélisation. Mais c'est précisément la thèse de Jouve que la mathématisation de la mécanique du XVIII^e siècle est en partie une modélisation.

Plus précisément, il étudie les différentes manifestations de la continuité dans l'œuvre de d'Alembert. Dans un premier temps, c'est la portée du principe leibnizien de continuité qui est examiné. Dans le cas des lois du choc, le fondement de l'opposition entre D'Alembert et Jean Bernoulli n'est pas une question mathématique, mais une question ontologique, à savoir la question de savoir si les corps premiers sont durs ou bien élastiques. Sans réfuter à proprement parler le principe leibnizien de continuité, D'Alembert en limite donc dans ce cas la portée en affirmant qu'il ne vaut pas toujours. Il semble dès lors paradoxal que, confronté à Euler sur la question de la mathématisation des cordes vibrantes, D'Alembert tire un argument, contrairement à ce qu'il faisait dans le cas du choc, de la continuité de la force accélératrice. C'est que, contrairement à deux corps qui se choquent, une corde constitue un milieu continu. On comprend donc que la mathématisation des phénomènes effectuée par D'Alembert est dans certains cas liée à certaines conceptions ontologiques, et Jouve insiste à ce point sur la volonté qu'eut D'Alembert de donner des démonstrations rationnelles des principes qu'il plaçait au fondement de la mécanique. Dans un second temps, ce sont des mémoires tardifs de D'Alembert concernant les problèmes de cordes vibrantes qui sont examinés, et c'est à leur propos que Jouve propose de parler, en se référant explicitement à l'ouvrage de Giorgio Israël, de modélisation.

De manière contre-intuitive si l'on considère l'organisation des savoirs aujourd'hui, la biologie semble avoir connu l'épreuve de la mathématisation plus tardivement que certains objets des sciences humaines et sociales. C'est donc assez naturellement que Michel Morange commence par rappeler des cas de mathématisation qui se sont révélés prématurés, et qui, selon lui, continuent de constituer aujourd'hui un obstacle psychologique à l'idée que la biologie pourrait être l'objet d'une mathématisation féconde. Le premier de ces cas est la tentative par D'Arcy Thompson, dans son ouvrage de 1917, d'exposer la genèse des formes vivantes grâce à des forces physiques simples ; selon Morange, l'échec de cette tentative a pour cause à la fois le fait que les formes du vivant sont pour ainsi dire mimées de l'extérieur, et le fait que cette genèse constituait selon D'Arcy Thompson une alternative à l'explication darwinienne par la sélection naturelle, pourtant décisive dans la biologie. Le second des cas de mathématisation prématurée

[40] Giorgio Israël, *La mathématisation du réel : essai sur la modélisation mathématique*, Paris, Seuil, 1996, p.11-12, p.202-215, p.328-330, *passim*.

est l'explication proposée par Peter Mitchell de la synthèse de l'adénosine triphosphate (ATP) en 1961 : quoique cette explication se soit révélée correcte une fois certaines modifications introduites, elle souffrait selon Morange d'un défaut analogue à la mathématisation de D'Arcy Thompson, Mitchell ayant tout d'abord refusé une interprétation moléculaire et proprement biologique des phénomènes qu'il analysait.
Dans un deuxième temps, Morange donne quelques exemples tirés de la biologie moléculaire, qui constitue aujourd'hui le domaine par excellence dont on souhaiterait qu'il fut mathématisé. Jacques Monod et François Jacob, qui avaient identifié le système de l'opéron, ne manifestèrent guère d'enthousiasme devant la modélisation qu'en proposa René Thomas ; une caractéristique fonctionnelle particulière de ce système, son comportement bistable, a cependant récemment été l'objet d'une modélisation féconde. Grâce à cet exemple, Morange tire finalement deux ou trois leçons épistémologiques concernant la forme particulière qu'est la modélisation dans la biologie actuelle.
En premier lieu, certains modèles biologiques sont maintenant assez bien déterminés pour être exportés, en particulier en informatique : ainsi en est-il des réseaux de neurones, des algorithmes génétiques, ou encore des automates cellulaires. En deuxième lieu, certains modèles biologiques sont maintenant aptes, par exemple dans la biologie synthétique, à être effectivement introduits dans les organismes biologiques à titre de sous-systèmes pouvant accomplir certaines tâches prédéterminées. Enfin, la modélisation n'est plus la dernière étape du travail des biologistes, mais au contraire la première : la nature de l'explication en biologie s'en trouve par-là même transformée.
Dans la contribution d'Alain Lecomte, il n'est pas question de la modélisation du langage depuis le milieu du siècle dernier, mais de sa mathématisation. Il semble pourtant que, à la thèse de l'opérativité près, on soit bien dans le domaine de la modélisation, en particulier en raison de la proximité avec l'informatique. Cette contribution suit d'ailleurs un mouvement analogue à celle de Morange. Il s'agit tout d'abord de faire état d'apparents obstacles à cette mathématisation, pour ensuite exhiber quelques exemples permettant de la comprendre et de tirer d'elle quelques réflexions épistémologiques. Les obstacles dont fait état Lecomte ne sont cependant pas des mathématisations effectives qui se trouveraient avoir été mises en échec, mais des obstacles théoriques. À la mathématisation du langage, on oppose en effet généralement deux arguments. Premier argument : la pratique de la langue véhiculant déjà sa propre théorisation, les mathématiques ne permettraient aucun bénéfice théorique, et ne seraient donc nullement nécessaires à la linguistique. Second argument : entreprendre de mathématiser le langage, ce serait, au moins implicitement, adhérer à une conception computationnelle de l'esprit, selon laquelle la condition nécessaire et suffisante à nos pratiques langagières serait l'implémentation d'algorithmes dans nos cerveaux.
On se souvient sans doute que le premier argument avait été en quelque sorte retourné contre lui-même par Granger. Lecomte, quant à lui, oppose à cet argument des contre-exemples, tirés de la théorie des quantificateurs généralisés, c'est-à-dire de la théorie permettant non seulement la formalisation d'expressions comme « tout homme », mais aussi celle d'expressions comme « au moins un (deux, trois…) homme(s) ». Il s'agit d'une part de montrer que la mathématisation permet bien un bénéfice en matière de connaissance des phénomènes linguistiques : la théorie des quantificateurs généralisés montre par exemple que les items de polarité négative (c'est-à-dire des expressions du type « il n'a pas mangé le moindre vermisseau », « le seul espoir qui lui reste de jamais revoir son pays », etc.) apparaissent dans les arguments de fonctions monotones décroissantes. Il s'agit d'autre part de montrer que la linguistique suscite de nouvelles questions mathématiques : quelques théorèmes récents d'Edward L. Keenan, toujours dans le cadre de la théorie des quantificateurs généralisés, sont alors énoncés. En ce sens, on peut bien parler d'une mathématisation analogue à ce qui est le cas en physique, dans la mesure où quelques règles permettent de dériver, grâce à un calcul, des phénomènes langagiers. Lecomte précise alors en quoi consiste ce calcul, et ce qu'il permet.
Cela permet de revenir pour finir au second des arguments initialement avancés contre la mathématisation du langage, celui selon lequel la mathématisation supposerait qu'on adhère, au moins implicitement, à une théorie computationnelle de l'esprit. Lecomte estime tout au contraire que les structures cognitives ne sont pas des programmes implémentés dans la tête des individus, mais devraient être conçues comme constituant un « espace », avec ses contraintes propres. Ce sont ces contraintes propres au langage qui sont pour finir étudiées, en particulier en tant qu'elles

diffèrent des contraintes biologiques : les termes clefs sont alors ceux de dialogue et surtout de pertinence.

En guise d'envoi

Le destin des volumes collectifs, quel que soit le travail accompli en amont, est d'offrir une diversité d'approches, de styles et de corpus. Ce volume ne fait pas exception, comme le montrent déjà les présentations des différentes contributions qui viennent d'être données. Avant de laisser cette diversité se déployer, il convient toutefois de rappeler les deux ou trois principes communs qui ont été présentés dans cette introduction et qui ont guidé notre travail.

Le premier de ces principes était qu'il fallait traiter la mathématisation non comme le destin inéluctable de toute science, mais comme le résultat d'un travail, avec ses contraintes propres : c'est cet aspect problématique de la mathématisation que nous avons retenu de la thèse de la mathématisation impossible, alors même que nous croyons cette thèse infondée. En deuxième lieu, nous avons insisté sur le fait que la vulgate formaliste conduisait à une séparation indue de l'empirique et du formel. Pour combattre totalement cette séparation, il aurait fallu pour bien faire montrer comment il y a mathématisation des mathématiques elles-mêmes. Nous nous sommes cependant contentés, dans ce volume, de considérer des exemples de mathématisation où les mathématiques sont appliquées à une autre discipline. En troisième lieu, nous avons cherché à repérer différentes formes de la mathématisation dans des exemples empruntés à différentes périodes de l'histoire et à différentes sciences. Assurément, une tendance historiographique générale de ces trente dernières années a consisté à privilégier les études de cas locales et singulières, ce qui nous a permis de prendre congé du style épique, qui néglige les détails de l'histoire. Cependant, l'espèce de nominalisme qui en résulte tourne rapidement court, si l'on en reste à ces études de cas singulières. Ce volume repose donc sur un pari empirique : essayer d'articuler différentes études de cas de manière à dégager certaines formes de la mathématisation. Que ce pari ait été gagné ou perdu, ce sera au lecteur d'en juger.

ALTHUSSER, L., *Philosophie et philosophie spontanée des savants,* Paris, Maspero, 1967.

BACHELARD, G., *L'activité rationaliste de la physique contemporaine*, Paris, PUF, 1951.

BACHELARD, S., « Quelques aspects historiques des notions de modèle et de justification des modèles », *in* P. DELATTRE et M. THELLIER (éds.), *Actes du colloque Élaboration et justification des modèles*, Paris, Maloine, 1979.

BERGSON, H., *Essai sur les données immédiates de la conscience* (1899), Paris, PUF, 1991.

BLAY, M., *La naissance de la mécanique analytique : la science du mouvement au tournant des XVII^e et XVIII^e siècles*, Paris, PUF, 1992.

BOOLE, G., « Mathematical Analysis of Logic », *in* J.R. NEWMAN (éd.), *The World of Mathematics. A Small Library of the Litterature of Mathematics from A'h-mosé the Scribe to Albert Einstein, Presented with Commentaries and Notes by James R. Newman*, 4 vols., New York, Simon and Schuster, 1956, vol. III, p.1856-1858.

BOURBAKI, N., « L'architecture des mathématiques. La Mathématique ou les Mathématiques ? », *in* F. Le LIONNAIS (éd.), *Les grands courants de la pensée mathématiques*, Paris, Blanchard, 1962.

BROWDER, F.E., « Does Pure Mathematics Have a Relation to the Sciences ? », *American Scientist*, vol. 64, 1976, p.542-549.

BRUNSCHVICG, L., *Les étapes de la philosophie mathématique*, Paris, Félix Alcan, 1912.

CAMPBELL, N.R., « Measurement », *in* J.R. NEWMAN (éd.), *The World of Mathematics. A Small Library of the Litterature of Mathematics from A'h-mosé the Scribe to Albert Einstein, Presented with Commentaries and Notes by James R. Newman*, 4 vols., New York, Simon and Schuster, 1956, vol. III, p.1797-1833.

CANTU, P., « Aristotle's prohibition rule on kind-crossing and the definition of mathematics as a science of quantities », *Synthese*, 174, 2010, p.225-235.

CARNAP, R., *Les fondements philosophiques de la physique*, tr. fr. Jean-Matthieu Luccioni et Antonia Soulez, Paris, Armand Colin, 1973, p.57-73.

CAVAILLÈS, J., *Sur la logique et la théorie de la science* [1ère édition : 1947], Paris, Vrin, 1997.

CHEMILLIER, M., *Les mathématiques naturelles*, Paris, Odile Jacob, 2007.

CROMBIE, A., *Styles of Scientific Thinking in the European Tradition*, 3 vols., Londres, Duckworth, 1994.

DAHAN, A., *Mathématisations. Augustin-Louis Cauchy et l'École française*, Paris, Blanchard, 1992.
DAHAN, A. (éd.), « La Mathématisation », *Revue d'histoire des sciences*, 42-1 et 42-2, 1989.
DAVIS, P.J. et R. HERSH, *L'univers mathématique* (1982), tr. fr. Lucien Chambadal, Paris, Gauthier-Villars, 1985.
DEHAENE, S., *La bosse des maths*, Paris, Odile Jacob, 2003.
DHOMBRES, J. et J.-B. ROBERT, *Fourier (1768-1830). Créateur de la physique mathématique*, Paris, Belin, 1998.
EINSTEIN, A., « La géométrie et l'expérience » (1921), *in* J. MERLEAU-PONTY et F. BALIBAR (éds.) *Albert Einstein. Œuvres choisies*, Paris, Seuil, vol. V, 1991, p.70-81.
FOX, R., « The Rise and Fall of Laplacian physics », *Historical studies in the Physical sciences*, vol. 4, 1974, p.89-136 ; « Laplacian Physics », *in* R.C. OLBY, G.N. CANTOR, J.R.R. CHRISTIE et M.JS. HODGE (eds), Companion to the History of Modern Science, London, Routledge, 1990, chapter 18, p.278-294 (édition mise à jour).
FRÄNGSMYR, T., J.L. HEILBRON et R.E. RIDER (éds.), *The Quantifiying Spirit in the Eighteenth Century*, Berkeley, University of California Press, 1990.
FRIGG, R. et S. HARTMANN, « Scientific Models », *in* S. SARKAR et *al.* (éds.), *The Philosophy of Science: An Encyclopedia*, New York, Routledge, vol. II, 2005, p.740-749.
GALILÉE, *L'essayeur*, *in* FAVARO A e I. del LUNGO, *Le Opere di Galileo Galilei*, Edizione Nazionale, Firenze, Barbèra, 20 t. en 21 vols., 1890-1909 (rééd. 1929-1939, 1964-1968), vol. VI ; tr. fr. par Christiane Chauviré, Paris, Les Belles-Lettres, 1980.
GALILÉE, *Dialogue sur les deux grands systèmes*, *in* FAVARO A e I. Del LUNGO, *Le Opere di Galileo Galilei*, Edizione Nazionale, Firenze, Barbèra, 20 t. en 21 vols., 1890-1909 (rééd. 1929-1939, 1964-1968), vol. VII ; tr. fr. de René Fréreux avec la collaboration de François De Gandt, Paris, Seuil, 1992.
GANDT, F. de, *Husserl et Galilée. Sur la crise des sciences européennes*, Paris, Vrin, 2005.
GARBER, E., *The Language of Physics. The Calculus and the Development of Theoretical Physics in Europe, 1750-1914*, Boston, Birkhaüser, 1999.
GAYON, J., « De la catégorie de style en histoire des sciences », *Alliage*, 26, 1996, p.13-26.
GINGRAS, Y., « What Did Mathematics Do to Physics? », *History of Science*, 39, 2001, p.383-416.
GINGRAS, Y., « La substance évanescente de la physique », in E. NEUENSCHWANDER et L. BOUQUIAUX (éds.), *Science, Philosophy and Music. Proceedings of the XXth International Congress of History of Science*, Turnhout, Brepols, 2002.
GINGRAS, Y., « Mathématique et exclusion : socio-analyse de la formation des cités s savantes », *in* J.-J. WUNENBURGER (éd.), *Bachelard et l'épistémologie française*, Paris, PUF, 2003, p.115-152.
GIUSTI, E., *La naissance des objets mathématiques* (1999), tr. fr. Georges Barthélémy, Paris, Ellipses, 2000.
GOETHE, J. W., *Conversations de Goethe avec Eckermann*, tr. fr. par Jean Chuzeville, Paris, Gallimard, 1988.
GRANGER, G.-G., *La mathématique sociale du marquis de Condorcet* (1955), Paris, Odile Jacob, 1989.
GRANGER, G.-G., *Pensée formelle et sciences de l'homme*, Paris, Aubier, 1960.
HEMPEL, C.G., « Geometry and Empirical Science », *The American Mathematical Monthly*, 52-1, 1945, p.7-17.
HEMPEL, C.G., « On the Nature of Mathematical Truth », *in* H. FEIGL et M. BRODBECK (éds), *Readings in the Philosophy of Science*, New York, Appleton Century Crofts, 1953, p.148-162.
HILBERT, D., *Les fondements de la géométrie* (1899), tr. fr. par F. Rossier, Paris, Dunod, 1971.
ISRAEL, G., *La mathématisation du réel : essai sur la modélisation mathématique*, Paris, Seuil, 1996.
JAFFÉ, W. (éd.), *Correspondence of Léon Walras and Related Papers*, vol. II (1884-1897) North Holland Publishing Company, Amsterdam, 1965.
JORLAND, G., *La science dans la philosophie, Les recherches épistémologiques d'Alexandre Koyré*, Paris, Gallimard, 1981.
KANT, I., *Premiers principes métaphysiques de la nature*, Préface, *in* F. ALQUIÉ (éd.), *Œuvres complètes*, Paris, Gallimard, vol. II.

KANT, I., *Prolégomènes à toute métaphysique future*, *in* F. ALQUIÉ (éd.), *Œuvres complètes*, Paris, Gallimard, vol. II.
KELVIN, W., « Electrical Units of Measurement », *Popular Lectures and Addresses,* 3 vols., Londres et New York, Mac Millan, 1889-1891, vol. I, p.73-74.
KITCHER, P., *The Nature of Mathematical Knowledge*, New York, Oxford, Oxford University Press, 1984.
KLEIN, É., « L'efficacité des mathématiques est-elle si déraisonnable ? ». Conférence disponible en ligne sur le site de l'Institut de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques de l'Université Montpellier 2, lien « Cycle de conférences » (Cycle 2007-08 « de l'extraordinaire efficacité des mathématiques ») ; http://www.irem.univ-montp2.fr/Etienne-Klein, adresse consultée le 18 juin 2010.
KUHN, T.S., « La fonction de la mesure dans les sciences physiques modernes », in *La Tension essentielle* (1970), tr. fr. M. Biezunki, Paris, Gallimard, 1990, p.247-303.
LEFORT, C., « L'échange et la lutte des hommes », *Les Temps modernes*, 64, 1951, p.1408-1409.
LÉVY-LEBLOND, J.-M., « Physique et mathématique », *in* R. APÉRY et *al.*, *Penser les mathématiques*, Paris, Seuil, 1982, p.195-210.
MARTIN, O. (éd), « Mathématiques et sciences sociales au XX^e siècle », *Revue des sciences humaines*, n° 6, 2002.
MONGIN, P., « L'axiomatisation et les théories économiques », *Revue économique*, n° 54 (1), 2003, p.99-138.
MORGAN, M.S. et M. MORRISON (éds.), *Models as Mediators*, Cambridge, Cambridge University Press, 1999.
PARROCHIA, D., « Quelques aspects épistémologiques et historiques des notions de "système" et de "modèle" », *in* M. BRISSAUD, A.ZIGHED, M. FORSÉ et Y. GRAFMEYER (éds.) *La modélisation : confluent des sciences [Colloque interdisciplinaire, Villeurbanne, 15 & 16 juin 1989]*, Paris, CNRS éditions, 1990, p.142-159.
PEIRCE, C.S., « The Essence of Mathematics », *in* J.R. NEWMAN (éd.), *The World of Mathematics. A Small Library of the Litterature of Mathematics from A'h-mosé the Scribe to Albert Einstein, Presented with Commentaries and Notes by James R. Newman*, 4 vols., New York, Simon and Schuster, 1956, vol. III, p.1773-1783.
RASHED, R. (éd.), *Condorcet. Mathématique et société*, Paris, PUF, 1956.
RAYMOND, P., *Le passage au matérialisme*, Paris, Maspero, 1973.
SHADAREVIAN, S. de et N. HOPWOOD, *Models. The Third Dimension of Science,* Cambridge, Cambridge University Press, 2004.
SUPPES, P., « A Comparison of the Meaning and Uses of Models in Mathematics and in the Empirical Sciences », *Synthese*, 12-2 et 12-3, 1960, p.287-301.
TONNELAT, M.-A., « Limites d'extension du concept de doctrine informe », *in* G. CANGUILHEM, *La mathématisation des doctrines informes. Colloque tenu à l'Institut d'histoire des sciences de l'Université de Paris, [24-26 juin 1970]*, Paris, Hermann 1971, p.112-114.
WIGNER, E.P., « The Unreasonnable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences », *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 13, 1960, p.1-14.
ZERNER, M., « Explication d'un modèle économique », *Actes de la VIII^e Ecole d'été de didactique des mathématiques*, Clermont-Ferrand, IREM de Clermont-Ferrand, 1996.
ZERNER, M., « The Mathematical Model: Epistemological Tool or Ideological Notion? », *Actes du XX^e Congrès international d'histoire des sciences*, Liège, 1997, p.9-14.