



**HAL**  
open science

## Pauvreté : à la recherche des élasticités réelles

Florent Bresson

► **To cite this version:**

| Florent Bresson. Pauvreté : à la recherche des élasticités réelles. 2011. halshs-00562649

**HAL Id: halshs-00562649**

**<https://shs.hal.science/halshs-00562649>**

Preprint submitted on 3 Feb 2011

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



CENTRE D'ÉTUDES  
ET DE RECHERCHES  
SUR LE DÉVELOPPEMENT  
INTERNATIONAL

Document de travail de la série  
*Études et Documents*  
E 2006.17

# Pauvreté : à la recherche des élasticités réelles

Florent Bresson<sup>\*,†</sup>  
CERDI - Université d'Auvergne

12 septembre 2006

39 p.

---

\*. Contact : florent.bresson@u-clermont1.fr. Nous tenons à remercier pour leur aide précieuse Léandre Bassole, Jean-Louis Combes, Michael Grimm, Kenneth Harttgen, Stephan Klasen, Roland Kpodar, Sylvain Chabé-Ferret et tous les participants du premier *workshop* PEGNet organisé à Kiel en avril 2006.

†. Document réalisé sous L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X. Toutes les estimations ont été réalisées à l'aide de R. Les scripts d'estimations sont disponibles sur simple demande.

## Résumé

*Après des décennies de recherches intensives sur les distributions de revenus et malgré ses faiblesses empiriques, la loi log-normale jouit encore d'une popularité importante dans la littérature relative à la pauvreté et aux inégalités. La présente étude tente de mettre en évidence les inconvénients d'un tel choix pour le calcul d'élasticité de la pauvreté. À l'aide de la dernière version de la base WIID, des élasticités croissance et inégalités de la pauvreté ont été estimées pour 1 842 distributions avec une quinzaine de d'hypothèses distributives alternatives. Nos résultats montrent combien l'hypothèse de log-normalité est peu appropriée pour l'analyse de la pauvreté. En effet, elle implique généralement une surestimation des élasticités et ne permet pas une bonne appréciation de l'impact relatif de la croissance et de la redistribution sur la pauvreté.*

## 1 Introduction

Alors que le terme des Objectifs du Millénaire se rapproche, il est à peu près certain que l'objectif principal de réduction de moitié de l'extrême pauvreté dans le monde sera atteint. Bien que les chiffres de la pauvreté fassent l'objet de discussions passionnées (Chen & Ravallion 2004, Bhalla 2004, Sala-i Martin 2006), tous les auteurs s'accordent sur les progrès importants réalisés au cours de la dernière décennie du XX<sup>ème</sup> siècle. Durant cette période, la moitié du chemin vers l'objectif de réduction de la pauvreté aurait ainsi été effectué. Ce résultat global masque toutefois la grande hétérogénéité des performances enregistrées par les différents pays en développement en termes de réduction de la pauvreté. Alors que l'Asie a très largement contribué à la réduction du nombre de pauvres dans le monde, de nombreux pays africains n'ont pas encore enregistré le moindre progrès en la matière. Près de la moitié des pays d'Afrique sub-saharienne ont ainsi connu au cours des années 90 une aggravation de la part de la population en situation d'extrême pauvreté. La question de la réduction de la pauvreté n'est donc pas déjà réglée et exige l'approfondissement de nos connaissances du phénomène de pauvreté.

D'un point de vue analytique, la pauvreté est directement liée au revenu moyen et à la distribution des revenus. Comme les effets de toute variable sur la pauvreté transitent par le revenu moyen et sa distribution, il est crucial de connaître aussi bien la manière dont sont déterminés le niveau de revenus et le degré d'inégalité que la sensibilité des mesures de pauvreté aux variations de ces deux éléments afin de promouvoir les politiques les plus efficaces en termes de réduction de la pauvreté. Depuis que la communauté internationale a décidé de concentrer ses efforts à la lutte contre la pauvreté, de nombreuses études comme Ravallion (2001), Collier & Dollar (2001) ou Dollar & Kraay (2002) ont fait de la croissance le principal vecteur de réduction de la pauvreté. Le rapport 2005 de la Banque Mondiale (World Bank 2005) illustre parfaitement cette focalisation sur la croissance en privilégiant la relation investissement-croissance-pauvreté. Cette vision partielle de la question de la pauvreté, centrée sur le lien croissance-pauvreté, a d'ailleurs conduit certains à remarquer que les Objectifs du Millénaire n'avaient finalement amené les grandes institutions internatio-

nales qu'à des changements rhétoriques puisque les recommandations de politique économique n'avaient guère évolué. Si la recherche s'est alors souvent concentré sur la justification des politiques de croissance en termes de réduction de la pauvreté, la mesure de leur efficacité en la matière a toutefois été largement débattue. Alors que Dollar & Kraay (2002) affirmaient que les revenus des pauvres croissent dans la même proportion que le revenu moyen, le calcul d'une valeur moyenne pour l'élasticité de la pauvreté à la croissance a été largement discuté. Ainsi quand Besley & Burgess (2003) retiennent une valeur de  $-0,7$ , Bhalla (2004) obtient une élasticité croissance de la pauvreté de  $-3,4$ . La différence n'est pas anodine puisque la réalisation de l'objectif de réduction de moitié de la pauvreté sous la première hypothèse implique un taux de croissance annuel presque cinq fois supérieur à celui correspondant à l'élasticité préconisée par Bhalla (2004)<sup>1</sup>.

Face à cette relative omniprésence de la croissance face aux questions distributives, des études récentes, comme Heltberg (2002), Bourguignon (2003) ou Ravallion (2005), ont mis en avant le rôle fondamental des inégalités de revenus dans la détermination du niveau de pauvreté. Cette prise en compte des inégalités a permis de rappeler que la croissance permet une réduction du niveau de pauvreté d'autant plus importante que le degré d'inégalités est faible. Lopez & Servén (2006) ajoutent que l'influence de la distribution des revenus dans la diminution de la pauvreté s'accroît avec le niveau développement. Politiques et conséquences distributives de la croissance ne peuvent donc être ignorées et la diminution des inégalités doit être considérée comme un objectif intermédiaire des politiques de lutte contre la pauvreté au même titre que la croissance.

Si l'on semble maintenant s'accorder sur la nécessité de prendre en considération les questions distributives pour l'analyse de la pauvreté, il n'existe toutefois aucun consensus quant à la contribution relative de la croissance et de la diminution des inégalités à la réduction de la pauvreté. Dans le cas de facteurs favorisant à la fois croissance et diminution des inégalités de revenus, la recherche de cet contribution relative peut sembler facultative. Ce n'est toutefois pas le cas de tous les déterminants de la croissance. Lorsque les effets peuvent être opposés — l'ouverture commerciale et le développement financier sont ainsi soupçonnés de favoriser la croissance au prix d'une augmentation des inégalités — il est impératif de connaître précisément l'arbitrage croissance-pauvreté auquel doivent répondre les décideurs politiques. Certes, les résultats de Dollar & Kraay (2002) suggèrent que le processus de croissance est neutre du point de vue distributif, mais, comme le remarquent Kanbur & Lustig (2000), si la combinaison de plusieurs instruments peut en moyenne préserver le degré d'inégalité des revenus, chaque instrument n'est pas nécessairement neutre en termes distributifs. La recherche des élasticités de la pauvreté reste donc nécessaire pour l'orientation des politiques de lutte contre la pauvreté.

L'estimation directe de ces élasticités de la pauvreté pour différentes valeurs du revenu

---

1. Selon les calculs de Besley & Burgess (2003), la réduction de moitié de la pauvreté dans le monde exige un taux de croissance annuel de 3,8% sur la période 1990-2015. Si l'on retient les valeurs des élasticités proposées par Collier & Dollar (2001) ou Bhalla (2004), le taux de croissance nécessaire n'est plus respectivement que de 1,4% et 0,8%.

par habitant et du degré d'inégalités peut être aisément réalisée en émettant l'hypothèse que les distributions observées peuvent être approchées par une distribution statistique connue. Dans la plupart des études (Quah 2001, Bourguignon 2003, Epaulard 2003, Kalwij & Verschoor 2005, Lopez & Servèn 2006) la distribution log-normale est retenue. Ce choix est surprenant dans la mesure où ces auteurs semblent écarter toute la littérature du XX<sup>ème</sup> siècle relative aux distributions statistiques des revenus. Or depuis la fin du XIX<sup>ème</sup> siècle et les travaux de Pareto, les recherches ont été particulièrement actives pour mettre à jour des distributions statistiques permettant le meilleur ajustement possible aux distributions observées. Des considérations pratiques ainsi que l'influence considérable des travaux de Aitchison & Brown (1957) expliquent sans doute la popularité de la distribution log-normale, mais ne peuvent justifier son utilisation quasi-systématique dans des études empiriques. De nombreux auteurs ont mis en évidence son faible pouvoir prédictif et ont proposés des formes fonctionnelles alternatives<sup>2</sup> comme les distributions Dagum (1977), Maddala & Singh (1976) ou bêta généralisée de type 2 (McDonald 1984). Bandourian, McDonald & Turley (2002) ont ainsi montré pour un échantillon relativement large de pays développés que la distribution log-normale était largement moins performante que biens d'autres distributions classiques, même au sein des distributions à deux paramètres. Si l'on considère que la distribution log-normale ne permet pas de bonnes approximations des distributions de revenus observées, il est raisonnable de s'interroger sur la validité des élasticités obtenues sous l'hypothèse de log-normalité, et donc sur les recommandations de politique économique qui en sont tirées.

La présente étude tente de mettre en avant les conséquences de l'utilisation d'une hypothèse distributive potentiellement inadéquate à l'aide de formes fonctionnelles alternatives dont on suppose qu'elles permettent une meilleure prédiction des distributions de revenus. À l'aide de 1 842 distributions de revenus pour 142 pays développés et en développement, nous concluons que les élasticités obtenues sous l'hypothèse de log-normalité conduisent en général à une surestimation des élasticités réelles et biaise même sous certaines conditions l'arbitrage entre politiques de croissance et politiques redistributives dans le cadre de la lutte contre la pauvreté en faveur de l'objectif de croissance.

Cet étude est organisée de la manière suivante. La section 2 présente les méthodes de calculs et les hypothèses utilisées pour le calcul d'élasticités. Les données et résultats bruts sont présentés dans la section 3. Au cours de la section 4, nous nous intéresserons aux critères de choix de formes fonctionnels avant de faire la revue des écueils liés à l'utilisation de l'hypothèse de log-normalité dans la section 5.

---

2. Pour une revue complète de ces questions de statistique distributive, voir Kleiber & Kotz (2003).

## 2 Méthodologie

### 2.1 Calcul des élasticités de la pauvreté

Pour la présente étude, nous nous intéressons à la pauvreté absolue. Toute mesure de pauvreté absolue est une combinaison non linéaire d'une ligne de pauvreté, du revenu moyen et d'un ensemble de paramètres d'inégalités qui permettent une description complète de la courbe de Lorenz. Dans le cadre de cette étude, nous avons ainsi opté pour la famille de mesures de pauvreté  $P_\theta$  de Foster, Greer & Thorbecke (1984) :

$$P_\theta = \int_0^z \left( \frac{z-y}{z} \right)^\theta f(y) dy, \quad (1)$$

où  $y$  désigne le revenu,  $z$  la ligne de pauvreté,  $f$  la fonction de densité de la distribution et  $\theta$  le paramètre d'aversion aux inégalités. Pour  $\theta = \{0, 1, 2\}$ ,  $P_\theta$  correspond respectivement à l'incidence, à la profondeur et à la sévérité de la pauvreté. En émettant l'hypothèse que les revenus d'une population suivent une certaine distribution statistique, on peut donner une forme fonctionnelle à  $f$  et réduire le nombre de paramètres distributifs à quelques uns. Notre préférence pour cette approche « analytique » par rapport à des approches « comptables » ou « économétriques » est détaillée dans Bresson (2006). Cette approche présente l'avantage de permettre le calcul individuel des élasticités désirées pour chaque pays avec peu d'information, de séparer parfaitement croissance et redistribution, et d'obtenir des élasticités inégalités comparables en coupe transversale. Dans le cadre de notre étude, nous utilisons les distributions de Pareto, log-normale, gamma, Weibull, Fisk, Singh-Maddala, Dagum et bêta <sup>3</sup>.

Pour obtenir les paramètres de ces distributions, il est possible d'utiliser une méthode des moments. À l'aide du revenu par habitant et du coefficient de Gini, on peut ainsi facilement estimer les paramètres de distributions à deux paramètres comme les distributions de Pareto, log-normale, gamma, Weibull et Fisk. Plusieurs raisons nous ont conduit à abandonner cette technique d'estimation. La première est que pour des distributions à plus de deux paramètres, il est nécessaire de disposer d'informations supplémentaires en termes d'inégalités. En général, cette information supplémentaire est fournie dans les bases de données par quelques points de la courbe de Lorenz. La résolution du système d'équations non-linéaires induit par la méthode des moments devient alors plus délicate. Deuxièmement, les coefficients de Gini présentés dans les bases de données sont systématiquement tronqués. Comme nous avons par la suite utilisé les points de la courbe de Lorenz pour estimer la qualité de l'ajustement (*cf* sec. 4), cette troncature conduit en général à une augmentation significative des erreurs de prédiction<sup>4</sup>. Pour éviter ce genre de problème, les paramètres

3. Nous avons aussi tenté des estimations avec les distributions gamma généralisée, bêta 1 et bêta 2 généralisée. Les estimateurs utilisés n'étant pas convergents, nous avons renoncé à leur utilisation. Pour cerner les liens entre les différentes distributions utilisées, voir McDonald (1984).

4. Troncatures et arrondis sont aussi présents pour les points de la courbe de Lorenz, mais la perte de précision est moins importante.

distributifs ont été estimés séparément du paramètre d'échelle à partir des seuls points de la courbe de Lorenz. Une fois les paramètres distributifs estimés, l'estimation du paramètre d'échelle se fait aisément à partir de la formule de la moyenne propre à chaque distribution. Les courbes de Lorenz correspondant à chaque distribution sont présentées dans le tableau 1.

**TABEAU 1 : Courbes de Lorenz des différentes distributions statistiques utilisées.**

Nom	Courbe de Lorenz	Paramètre d'échelle
Pareto	$L(p) = 1 - (1 - p)^{1 - \frac{1}{\alpha}}$	$y_0 = \frac{\mu(\alpha-1)}{\alpha}$
Log-normale	$L(p) = \Phi(\Phi^{-1}(p) - \sigma)$	$\bar{y} = \ln \mu - \frac{\sigma^2}{2}$
Gamma	$L(p) = G(G^{-1}(p, c, \gamma), c, \gamma + 1)$	$\rho = \frac{\mu}{\gamma}$
Weibull	$L(p) = G_G(W^{-1}(p, c, \beta), c, \beta, 1 + \frac{1}{\beta})$	$\rho = \frac{\mu}{\Gamma(1 + \frac{1}{\beta})}$
Fisk	$L(p) = B_1(p, 1 + \frac{1}{\tau}, \frac{\tau-1}{\tau})$	$\kappa = \frac{\mu}{\Gamma(1 + \frac{1}{\tau})\Gamma(1 - \frac{1}{\tau})}$
Singh-Maddala	$L(p) = B_1(1 - (1 - p)^{\frac{1}{\lambda}}, 1 + \frac{1}{\tau}, \lambda - \frac{1}{\tau})$	$\kappa = \frac{\mu\Gamma(\lambda)}{\Gamma(1 + \frac{1}{\tau})\Gamma(\lambda - \frac{1}{\tau})}$
Dagum	$L(p) = B_1(p^{\frac{1}{\theta}}, \theta + \frac{1}{\tau}, 1 - \frac{1}{\tau})$	$\kappa = \frac{\mu\Gamma(\theta)}{\Gamma(\theta + \frac{1}{\tau})\Gamma(1 - \frac{1}{\tau})}$
Bêta 2	$L(p) = B_{G2}(B_2^{-1}(p, c, \lambda, \theta), c, 1, \lambda + 1, \theta - 1)$	$\kappa = \frac{\mu\Gamma(\theta)\Gamma(\lambda)}{\Gamma(\theta+1)\Gamma(\lambda-1)}$

Note :  $c$  correspond à un terme constant quelconque,  $\Phi$ ,  $G$ ,  $G_G$ ,  $W$ ,  $B_1$ ,  $B_2$  et  $B_{G2}$  aux fonctions de distribution respectives des lois normale centrée réduite, gamma, gamma généralisée, Weibull, bêta 1, bêta 2 et bêta 2 généralisée. Plus de détail sur ces dernières dans Kleiber & Kotz (2003).

Pour le calcul des élasticités, nous avons suivi Kakwani (1993). Pour l'incidence de pauvreté, l'élasticité croissance  $\eta_\mu$  est simplement :

$$\eta_{0,\mu} = -\frac{zf(z)}{P_0}, \quad (2)$$

où  $\mu$  correspond au revenu moyen. Pour  $\theta \neq 0$ , l'élasticité devient :

$$\eta_{\theta,\mu} = -\frac{\theta(P_{\theta-1} - P_\theta)}{P_\theta}. \quad (3)$$

L'estimation d'une élasticité inégalité de la pauvreté est plus délicate dans la mesure où une distribution de revenus peut évoluer d'une infinité de manières. Sous une hypothèse stricte<sup>5</sup> de distribution à deux paramètres, toute variation d'une mesure d'inégalité renvoie

5. Par hypothèse stricte nous entendons le respect des deux hypothèses suivantes :

- la distribution actuelle peut être décrite par la distribution statistique considérée ;
- la distribution évolue de manière à ce que la distribution finale puisse aussi être décrite par la même loi de distribution.

Une hypothèse stricte de lognormalité implique donc que l'on puisse décrire la distribution actuelle par une

à une courbe de Lorenz unique. Les élasticités inégalités obtenues pour chacune de ces distributions sont donc uniques<sup>6</sup>. Elles ne sont toutefois pas comparables d'une loi de distribution à l'autre dans la mesure où elles renvoient à des transformations différentes de la courbe de Lorenz. Pour des formes fonctionnelles plus souples, il est nécessaire de choisir comment doit évoluer la courbe de Lorenz pour obtenir une valeur unique de l'élasticité inégalité pour des conditions initiales données. Kakwani (1993) propose d'utiliser la transformation suivante :

$$L^*(p) = L(p) - \varepsilon(p - L(p)), \quad (4)$$

où  $\varepsilon$  correspond à une variation proportionnelle du coefficient de Gini<sup>7</sup>. Cette transformation implique une dominance au sens de Lorenz. Pour une valeur négative (positive) de  $\varepsilon$ , la situation des plus pauvres ne se détériore (s'améliore) jamais. À partir de l'équation (4), Kakwani (1993) propose les élasticités suivantes au coefficient de Gini :

$$\eta_{0,G} = (\mu - z) \frac{f(z)}{P_0}, \quad (5)$$

$$\eta_{\theta,G} = \theta + \frac{\mu - z}{z} \frac{P_{\theta-1}}{P_\theta} \quad \forall \theta \neq 0. \quad (6)$$

La transformation décrite par l'équation (4) permet en outre de comparer les élasticités obtenues sous différentes hypothèses distributives. L'intérêt n'est pas seulement pratique dans la mesure où le respect strict d'une hypothèse distributive n'est pas neutre en termes d'importance relative des élasticités croissance et inégalités, et implique donc certaines préférences politiques. En ne retenant qu'une version faible de nos hypothèses distributives — la distribution observée peut être décrite par la distribution statistique considérée — et en imposant une évolution identique aux inégalités, on obtient des élasticités inégalités qui ne dépendent pas des changements distributifs propres à chaque distribution statistique, et peuvent donc être comparées. Sur la figure 1, on peut observer différentes distributions utilisées dans le cadre de notre étude. Dans chaque quadrant, la courbe de Lorenz correspondant à un coefficient de Gini de 0,55 est représentée par une ligne continue. Les lignes intermittentes et pointillées correspondent aux courbes de Lorenz obtenues respectivement à partir de la même loi de distribution et au travers de la transformation de Kakwani pour

loi log-normale et que la distribution résultant d'un changement distributif puisse aussi être décrite par une loi lognormale.

6. Par exemple, sous l'hypothèse forte de log-normalité, l'élasticité « naturelle » de l'incidence de la pauvreté au coefficient de Gini est :

$$\eta_{0,G}^* = \lambda \left( \frac{\log\left(\frac{z}{\mu}\right)}{\sigma} + \frac{\sigma}{2} \right) \left( \frac{\sigma}{2} - \frac{\log\left(\frac{z}{\mu}\right)}{\sigma} \right) \frac{G}{\sigma \sqrt{2} \varphi\left(\frac{\sigma}{\sqrt{2}}\right)},$$

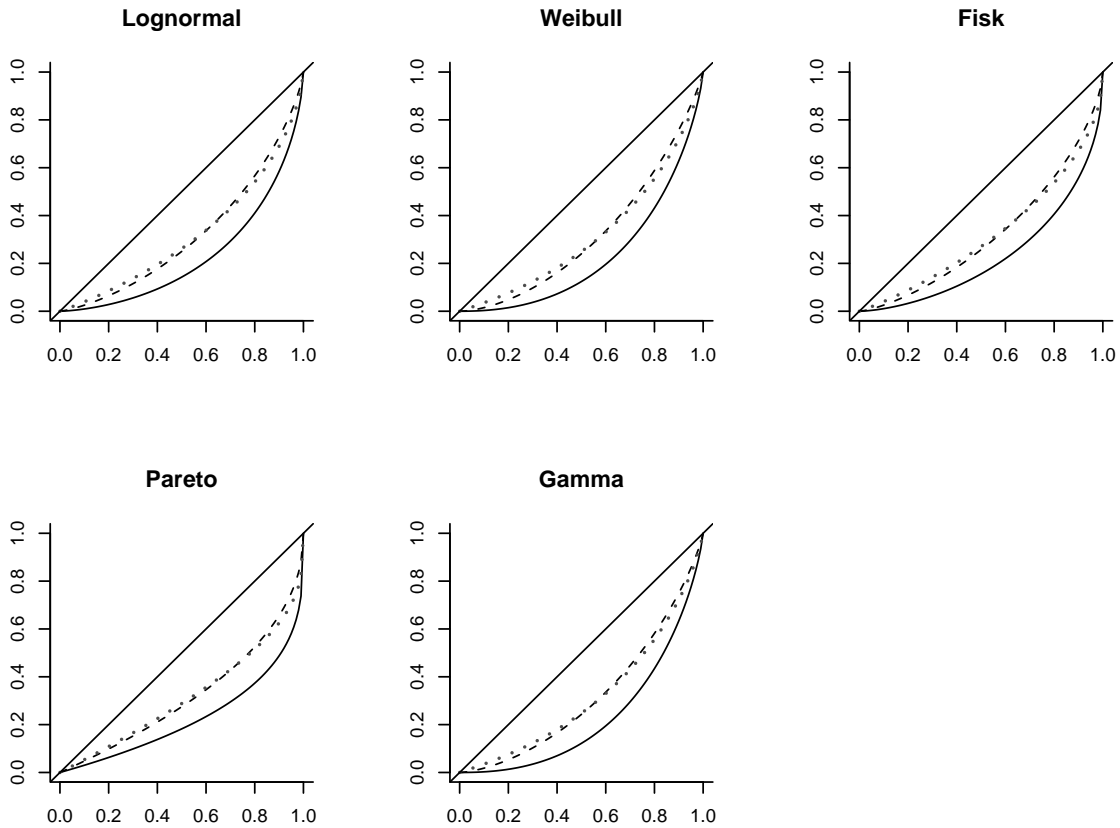
où  $\lambda$  et  $\varphi$  représentent les fonctions de hazard et de densité de la loi normale standard.

7. On peut aisément démontrer que  $\varepsilon$  peut être interprété comme une variation proportionnelle de l'ensemble des moments standardisés de la courbe de Lorenz définis par Aaberge (2000) comme :

$$D_t = (t+1) \int_0^1 p^{t-1} (p - L(p)) dp.$$



une diminution du coefficient de Gini de 30%.



**FIGURE 1 : Transformations « naturelles » et de Kakwani pour des distributions à deux paramètres.**

Pour chaque distribution, on remarque que la courbe de Lorenz issue de la transformation de Kakwani est plus proche du point (1 ; 1) que la courbe « naturelle » correspondant à la même valeur du coefficient de Gini. Ceci signifie que les pauvres sont plus sensibles aux variations du degré d'inégalité avec la transformation de Kakwani. Comme les mesures de Foster *et al.* sont directement liées à la pente et à la courbure de la courbe de Lorenz, les élasticités inégalités obtenues seront *a priori* plus importantes que celles obtenues au travers de transformations « naturelles » préservant le type de distribution. Pour les distributions à trois paramètres utilisées dans cette étude, à savoir les distributions bêta 2, Maddala & Singh (1976) — aussi connue sous le nom de distribution Burr XII — et Dagum (1977) — appelée aussi distribution Burr III —, les élasticités « naturelles » ne sont pas uniques. Pour une même distribution, elles peuvent être supérieures ou inférieures à celles obtenues en imposant la transformation de Kakwani. Toutefois, comme cette transformation est particulièrement « pro-pauvre », on peut raisonnablement considérer que les valeurs obtenues sont relativement élevées.

Un autre attrait des formules proposées par Kakwani (1993) est qu'elles permettent de

prédire facilement l'importance relative des élasticités croissance et inégalités, en particulier pour l'incidence de la pauvreté. On observe :

$$\frac{\eta_{0,\mu}}{\eta_{0,G}} = \frac{z}{z - \mu} \quad (7)$$

$$\frac{\eta_{\theta,\mu}}{\eta_{\theta,G}} = \frac{z(P_{\theta-1} - P_{\theta})}{z(P_{\theta-1} - P_{\theta}) - \mu P_{\theta-1}} \quad \forall \theta \neq 0 \quad (8)$$

L'équation (7) est particulièrement intéressante dans la mesure où le ratio des élasticités de l'incidence de pauvreté obtenues à partir des formules de Kakwani ne dépend pas de la distribution des revenus. Il sera donc le même, quelle que soit l'hypothèse distributive retenue. Comme il est seulement déterminé par le revenu par habitant et la ligne de pauvreté, nous pouvons déjà observer que les politiques de croissance<sup>8</sup> seront plus efficaces en terme de réduction de la pauvreté lorsque le ratio du revenu moyen à la ligne de pauvreté est faible. Inversement, les pays présentant un revenu moyen élevé auront intérêt à privilégier des politiques de redistribution<sup>9</sup>.

Lorsque  $\theta \neq 0$ , la distribution des revenus influe sur l'importance relative des élasticités. On peut toutefois relever que le ratio est toujours négatif. On prouve aisément que sa valeur absolue est fonction décroissante du revenu moyen. Les politiques redistributives voient donc leur efficacité s'améliorer avec l'accroissement du niveau moyen de revenus.

## 2.2 Formes fonctionnelles alternatives pour la courbe de Lorenz

En plus des distributions classiques citées précédemment, nous avons utilisés des formes fonctionnelles *ad hoc* pour la description des courbes de Lorenz. La description d'une distribution au travers de l'estimation directe de la courbe de Lorenz a été utilisée en premier par Kakwani & Podder (1973) avant de faire l'objet de nombreux développements. En général, ces formes fonctionnelles ont été utilisées dans un but descriptif, mais Datt & Ravallion (1992) suggèrent de les utiliser pour le calcul d'élasticités de la pauvreté. Ces courbes de Lorenz peuvent être considérées comme *ad hoc* dans la mesure où elle n'ont généralement pas de fondements théoriques — Maddala & Singh (1977) constituent sans doute la seule exception. Elles permettent néanmoins un bon ajustement aux données et l'estimation de leurs paramètres est souvent aisée. Toutefois, le recours à ces courbes *ad hoc* soulève un certain nombre de problèmes. Premièrement, la fonction de distribution sous-jacente peut ne pas être définie pour la valeur retenue de la ligne de pauvreté<sup>10</sup>. Deuxièmement, les fonctions de distributions correspondantes n'ont quelques fois pas d'expression directe. Pour calcu-

8. Par politique de croissance, nous entendons des politiques conduisant à une augmentation du revenu moyen sans modification de la distribution relative des revenus. Évidemment, cette définition est purement conceptuelle dans la mesure où le phénomène de croissance se caractérise toujours par une modification de la distribution des revenus.

9. Un corollaire de ces remarques est que, à niveau moyen de revenu donné, l'efficacité relative des politiques de croissance et de redistribution varie avec la valeur de la ligne de pauvreté lorsque l'on se concentre sur la seule incidence de pauvreté.

10. La distribution de Pareto connaît la même limite.

ler la valeur de nos mesures de pauvreté et les élasticités correspondantes, il est nécessaire d'utiliser les propriétés suivantes de la courbe de Lorenz<sup>11</sup> :

$$\left. \frac{\partial L(p)}{\partial p} \right|_{p=P_0} = \frac{z}{\mu}, \quad (9)$$

$$\left. \frac{\partial^2 L(p)}{\partial p^2} \right|_{p=P_0} = \frac{1}{\mu f(z)}. \quad (10)$$

Malgré l'intérêt de ces formes fonctionnelles, Datt & Ravallion (1992) est la seule étude recourant à des formes fonctionnelles *ad hoc* pour l'analyse de la pauvreté. Dans le cadre de notre étude, nous avons utilisé<sup>12</sup> les formes fonctionnelles développées par Kakwani & Podder (1973), Maddala & Singh (1977), Gaffney, Koo, Obst & Rasche (1980), Kakwani (1980b), Arnold & Villaseñor (1989), Fernandez, Garcia, Ladoux, Martin & Ortega (1991) et Chotikapanich (1993).

Ces courbes de Lorenz sont présentées dans le tableau 2. Les formules pour le calcul de l'incidence de pauvreté pour l'ensemble des distributions utilisées sont décrites dans le tableau 3.

**TABEAU 2 : Les différentes formes fonctionnelles *ad hoc* utilisées.**

Nom	Courbe de Lorenz
Kakwani & Podder (1973)	$L(p) = p^r e^{-s(1-p)}$
Chotikapanich (1993)	$L(p) = \frac{e^{kp} - 1}{e^k - 1}$
Gaffney <i>et al.</i> (1980)	$L(p) = (1 - (1 - p)^\phi)^{\frac{1}{\zeta}}$
Fernandez <i>et al.</i> (1991)	$L(p) = p^\theta (1 - (1 - p)^\phi)$
Maddala & Singh (1977)	$L(p) = -bdp + (1 - b + bd)p^a + b(1 - (1 - p)^d)$
Kakwani (1980b)	$L(p) = p - \xi p^\nu (1 - p)^\nu$
Arnold & Villaseñor (1989)	$L(p) = \frac{f(p^2 - L(p)) + gL(p)(p-1) + q(p - L(p))}{1 - L(p)}$

Note :  $\Phi$ ,  $G$ ,  $G_G$ ,  $W$ ,  $B_1$ ,  $B_2$  et  $B_{G2}$  correspondent aux fonctions de distribution respectives des lois normale centrée réduite, gamma, gamma généralisée, Weibull, bêta 1, bêta 2 et bêta 2 généralisée. Plus de détail sur ces dernières dans Kleiber & Kotz (2003).

11. Pour plus de détail sur l'utilisation de formes fonctionnelles *ad hoc* pour l'analyse de la pauvreté, se reporter à Datt (1998).

12. Nous avons aussi tenté d'utiliser la famille de courbes présentée par Castillo *et al.* (1999), mais leur estimation présentait des problèmes de non-convergence.

**TABEAU 3 : Calcul de l'incidence de pauvreté pour les différentes formes fonctionnelles utilisées.**

Nom	Incidence de pauvreté (fonction de distribution)
Pareto	$P_0 = 1 - \left(\frac{z}{y_0}\right)^{-\alpha}$
Log-normale	$P_0 = \Phi\left(\frac{z-\mu}{\sigma}\right)$
Gamma	$P_0 = G(z, \rho, \gamma)$
Weibull	$P_0 = 1 - e^{-\left(\frac{z}{\rho}\right)^\beta}$
Fisk	$P_0 = \left(1 + \left(\frac{z}{\kappa}\right)^{-\tau}\right)^{-1}$
Singh-Maddala	$P_0 = 1 - \left(1 + \left(\frac{z}{\kappa}\right)^\tau\right)^\lambda$
Dagum	$P_0 = \left(1 + \left(\frac{z}{\kappa}\right)^{-\tau}\right)^{-\theta}$
Bêta 2	$P_0 = B_2(z, \kappa, \lambda, \theta)$
Kakwani & Podder (1973)	$(sP_0 + r)P_0^r e^{-s(1-P_0)} = \frac{z}{\mu}$
Chotikapanich (1993)	$P_0 = \frac{1}{k} \log\left(\frac{z(e^k - 1)}{k\mu}\right)$
Gaffney <i>et al.</i> (1980)	$\frac{\phi}{\zeta} (1 - (1 - P_0)^\phi)^{\frac{1}{\zeta} - 1} (1 - P_0)^{\phi - 1} = \frac{z}{\mu}$
Fernandez <i>et al.</i> (1991)	$\phi P_0^\theta (1 - P_0)^{\phi - 1} + \theta P_0^{\theta - 1} (1 - (1 - P_0)^\phi) = \frac{z}{\mu}$
Maddala & Singh (1977)	$-bd + a(1 - b + bd)P_0^{a-1} + bd(1 - P_0)^{d-1} = \frac{z}{\mu}$
Kakwani (1980b)	$1 - \xi P_0^v (1 - P_0)^v \left(\frac{v}{P_0} - \frac{v}{1 - P_0}\right) = \frac{z}{\mu}$
Arnold & Villaseñor (1989)	$P_0 = -\frac{1}{2m} \left(n + r \left(g + 2\frac{z}{\mu}\right)\right) \left(\sqrt{\left(g + 2\frac{z}{\mu}\right)^2 - m}\right)^{-1}$ $w = -f - g - q - 1$ $m = g^2 - 4f$ $n = 2fw - 4q$ $r = \sqrt{n^2 - 4mw^2}$

Note :  $\Phi$ ,  $G$  et  $B_2$  correspondent aux fonctions de distribution respectives des loi normale standard, gamma et bêta 2.

### 3 Données et résultats

Les données relatives aux distributions de revenus sont issues de la *World Income Inequality Database (version 2.0a, Juin 2005)* de WIDER. Après avoir retiré de la base les observations dont la qualité ou la population de référence ne sont pas satisfaisantes<sup>13</sup>, nous obtenons un échantillon de 1 842 distributions pour 142 pays développés et en développement sur la période 1950-2000. Pour chaque distribution, nous disposons de 6 à 13 points<sup>14</sup> de la courbes de Lorenz pour l'estimation des paramètres des différentes formes fonctionnelles utilisées. La plupart des formes fonctionnelles nécessitent une estimation par moindres carrés non-linéaires, mais les estimateurs sont convergents. Pour établir les valeurs de nos mesures de pauvreté et les paramètres d'échelle des distributions classiques, nous avons recouru au PIB par habitant en \$PPA des *Penn World Table 6.1*. Les tableaux 11 et 12 reprennent les principales caractéristiques de notre base de données. Pour notre étude, nous avons exclusivement utilisé une ligne de pauvreté à 2 \$PPA<sup>15, 16</sup>.

Les élasticités moyennes pour les différentes mesures de pauvreté et les différentes formes fonctionnelles sont présentées dans le tableau 4. Quelle que soit la mesure de pauvreté adoptée, on relève des différences significatives entre les distributions. Ainsi, on obtient une élasticité croissance de l'incidence de pauvreté de  $-5,5$  avec la distribution bêta 2 contre  $-1,27$  avec la distribution de Weibull. Les écarts-type, obtenu par la méthode du *bootstrap*<sup>17</sup>, laissent apparaître dans un certain nombre de cas des différences significatives selon la forme fonctionnelle utilisée.

Toutefois, il convient de rester prudent sur l'interprétation de ces résultats. Nous pouvons en effet relever des valeurs erronées dans le tableau 4. En particulier, nous obtenons des valeurs positives pour certaines élasticités croissances alors même que celles-ci sont théoriquement toujours négatives. Ces valeurs incorrectes sont le fait de paramètres estimés qui ne permettent pas le respect des conditions de validité de la courbe de Lorenz —

13. En particulier, nous avons retiré de nombreuses observations relatives aux seules populations urbaines ou rurales.

14. Nous avons ajouté les points de coordonnées (0;0) et (1;1) dans la mesure où certaines formes fonctionnelles ne respectent pas nécessairement les conditions  $L(0) = 0$  et  $L(1) = 1$ . Dans notre échantillon, le nombre moyen d'observations est de 10.

15. Pour effectuer des comparaisons, on recour aussi fréquemment à une ligne de pauvreté de 1 \$PPA par jour et par habitant. Nous avons préféré une ligne de pauvreté à 2 \$PPA afin d'augmenter le ratio de la ligne de pauvreté au revenu moyen. Comme notre échantillon inclut un certain nombre de pays à revenus élevés, il semble raisonnable d'adopter le seuil qui ait le plus de sens. Il convient aussi d'ajouter qu'une ligne de pauvreté plus faible aurait accru le nombre d'estimations invalides dans la mesure où nombre de formes fonctionnelles ne sont pas définies pour toute valeur positive de  $z$ . Enfin, les distributions utilisées affichent des comportements très différents au niveau des queues. Nos résultats auraient donc sans doute montré une hétérogénéité plus forte avec une ligne pauvreté de 1 \$PPA.

16. En toute rigueur, il s'agit d'une ligne de pauvreté à 2,16 \$PPA. La ligne de pauvreté définie pour les objectifs du millénaire est définie pour des \$PPA de base 1993, mais les parités de pouvoir d'achat des *Penn World Table 6.1* sont de base 1996.

17. La procédure de *bootstrap* utilisée dans cette étude a été effectuée à deux niveaux. Dans un premier temps, les élasticités calculées pour chaque distribution ont été estimées en procédant à des tirages avec remise des points de la courbe de Lorenz. Puis dans un deuxième temps, nous avons calculé les statistiques désirées en effectuant des tirages avec remises parmi les distributions disponibles.

**TABLEAU 4 : Valeurs moyennes des élasticités croissance et Gini de  $P_0$ ,  $P_1$  et  $P_2$  : échantillon complet.**

Distribution	Élasticité croissance			Élasticité inégalités			Estimations valides (%)
	$P_0$	$P_1$	$P_2$	$P_0$	$P_1$	$P_2$	
Pareto	2 (5,29)	2,57 (9,63)	3,41 (10,52)	-22,92 (11,24)	-17,15 (9,82)	-14,07 (14,15)	27
Log-normale	-4,73 (0,14)	-5,06 (0,13)	-5,3 (0,15)	78,43 (2,97)	90,82 (3,93)	102,83 (3,8)	100
Gamma	-1,81 (0,07)	-1,89 (0,07)	-1,94 (0,1)	24,53 (1,31)	34,65 (1,22)	44,7 (2,6)	100
Weibull	-1,27 (0,05)	-1,33 (0,05)	-1,36 (0,05)	15,32 (0,64)	25,28 (0,92)	35,21 (1,03)	100
Fisk	-2,21 (0,05)	-2,33 (0,03)	-2,41 (0,04)	27,09 (0,81)	37,09 (1,07)	47,04 (1,38)	100
Bêta 2	-5,5 (0,86)	-5,76 (0,87)	-5,96 (26,54)	100,89 (24,76)	112,15 (21,1)	123,2 (13 × 10 <sup>2</sup> )	100
Singh-Maddala	-1,93 (0,07)	-2,05 (0,08)	-2,12 (0,67)	23,18 (1,11)	33,17 (1,37)	43,12 (9,19)	100
Dagum	-1,88 (0,17)	-2 (0,17)	-2,08 (0,19)	22,43 (1,80)	32,42 (2,06)	42,37 (2,13)	100
Kakwani & Podder (1973)	-68 × 10 <sup>6</sup> (22 × 10 <sup>9</sup> )	-4,35 (61,48)	-4,89 (0,53)	12 × 10 <sup>7</sup> (2 × 10 <sup>11</sup> )	51,77 (39,73)	82,6 (4,06)	39
Arnold & Villaseñor (1989)	-0,91 (22,24)	-0,89 (57,75)	-0,85 (16,5)	1,37 (300,73)	3,09 (720,72)	4,87 (176,07)	37
Chotikapanich (1993)	1,04 (5)	2,42 (16,11)	3,89 (15,87)	-6,99 (19,01)	-7,87 (73,36)	-9,86 (83,06)	48
Gaffney <i>et al.</i> (1980)	-2,09 (0,21)	-2,09 (0,09)	-2,17 (0,09)	23,73 (4,75)	33,48 (1,45)	43,45 (1,69)	94
Fernandez <i>et al.</i> (1991)	-1,86 (14 × 10 <sup>4</sup> )	-1,97 (0,09)	-2,04 (0,2)	22,27 (7 × 10 <sup>4</sup> )	32,25 (1,44)	42,2 (1,75)	95
Kakwani (1980b)	-0,68 (0,13)	-1,59 (2,28)	-1,22 (0,46)	3,4 (0,99)	14,47 (17,57)	17,59 (3,05)	41
Maddala & Singh (1977)	40,3 × 10 <sup>4</sup> (11 × 10 <sup>6</sup> )	-2,6 (0,48)	-2,61 (0,31)	-41 × 10 <sup>5</sup> (14 × 10 <sup>7</sup> )	39,01 (4)	40,63 (1,98)	83

Note : écarts-type entre parenthèses.

une courbe de Lorenz doit satisfaire les conditions suivantes :  $L(0) = 0$ ,  $L(1) = 1$  et  $\frac{\partial^2 L(p)}{\partial p^2} \leq 0$  — ou d'intervalles de définition ne comprenant pas la ligne de pauvreté. Les pourcentages d'estimations correctes sont reportés dans le tableau 4. Il apparaît ainsi que la distribution de Pareto et les formes fonctionnelles *ad hoc* ne peuvent pas être employées individuellement pour analyser la pauvreté pour l'ensemble de notre échantillon. Comme la distribution de Pareto et les courbes de Lorenz de Kakwani & Podder (1973), Kakwani (1980b), Arnold & Villaseñor (1989), Chotikapanich (1993) ne sont valides que pour un nombre restreint de distributions, nous les excluons temporairement de l'ensemble des formes fonctionnelles utilisées pour le calcul des élasticités. À partir des formes conservées, on peut se concentrer sur un échantillon commun regroupant 82,5% des observations initiales. Pour ce sous-échantillon, le revenu moyen est plus faible, mais la différence n'est pas significative. La valeur moyenne du coefficient de Gini n'est pas changée. Les valeurs moyennes des élasticités calculées sont présentées dans le tableau 5.

**TABLEAU 5 : Valeurs moyennes des élasticités croissance et Gini de  $P_0$ ,  $P_1$  et  $P_2$  : échantillon réduit d'estimations valides.**

Distribution	Élasticité croissance			Élasticité inégalités		
	$P_0$	$P_1$	$P_2$	$P_0$	$P_1$	$P_2$
Log-normale	-4,09 (0,2)	-4,42 (0,23)	-4,67 (0,25)	56,12 (5,74)	67,31 (6,08)	78,14 (6,07)
Gamma	-1,66 (0,08)	-1,75 (0,09)	-1,81 (0,09)	18,33 (1,55)	27,49 (2,23)	36,57 (2,48)
Weibull	-1,24 (0,05)	-1,3 (0,05)	-1,34 (0,06)	12,52 (0,87)	21,52 (1,2)	30,5 (1,83)
Fisk	-2,16 (0,05)	-2,29 (0,05)	-2,36 (0,05)	22,58 (1,42)	31,62 (1,92)	40,62 (2,45)
Bêta 2	-3,12 (0,25)	-3,39 (0,26)	-3,58 (0,27)	34,24 (4,38)	44,05 (4,65)	53,66 (4,96)
Singh-Maddala	-1,85 (0,06)	-1,98 (0,06)	-2,05 (0,06)	18,07 (1,05)	27,12 (1,44)	36,12 (1,81)
Dagum	-1,75 (0,09)	-1,88 (0,09)	-1,96 (0,1)	16,33 (1,17)	25,37 (1,43)	34,38 (1,76)
Gaffney <i>et al.</i> (1980)	-2 (0,06)	-2,01 (0,07)	-2,09 (0,07)	18,29 (1,1)	27,09 (1,31)	36,11 (1,9)
Fernandez <i>et al.</i> (1991)	-1,77 (0,43)	-1,89 (0,07)	-1,96 (0,08)	17 (0,99)	26,03 (1,52)	35,03 (1,55)
Maddala & Singh (1977)	-2,25 (0,16)	-2,46 (0,26)	-2,61 (0,29)	21,5 (1,69)	30,9 (2,11)	40,17 (2,18)

Note : écarts-type entre parenthèses. Échantillon restreint : 82.5% des observations initiales ; revenu moyen : 6 963 \$PPP ; coefficient de Gini moyen : 0,39.

A nouveau, on relève des différences importantes, et dans un certain nombre de cas significatives, entre les valeurs moyennes obtenues. Ainsi dans le cas de l'élasticité croissance

de l'incidence de pauvreté, on obtient des valeurs moyennes comprises entre  $-4,09$  pour la loi log-normale et  $-1,24$  pour la loi de Weibull. Toutefois, comme nous l'avons noté précédemment, les formes fonctionnelles adoptées sont caractérisées par des comportements très différents au niveau des queues de distribution. Puisque les élasticités de la pauvreté augmentent rapidement en valeur absolue avec le revenu moyen, les différences relevées dans le tableau 5 peuvent simplement provenir des valeurs extrêmes obtenues. Afin de « contrôler » pour l'influence de ces valeurs extrêmes, nous avons reporté dans le tableau 6 les valeurs médianes des différentes élasticités. Malgré une plus faible hétérogénéité, les différences observées restent non négligeables.

**TABLEAU 6 : Valeurs médianes des élasticités croissance et Gini de  $P_0$ ,  $P_1$  et  $P_2$  : échantillon réduit d'estimations valides**

Distribution	Élasticité croissance			Élasticité inégalités		
	$P_0$	$P_1$	$P_2$	$P_0$	$P_1$	$P_2$
Log-normale	-2,66 (0,2)	-3,05 (0,2)	-3,34 (0,21)	13,01 (1,3)	20,56 (1,66)	27,66 (1,97)
Gamma	-1,43 (0,12)	-1,54 (0,13)	-1,6 (0,12)	6,1 (0,69)	12,47 (0,87)	18,3 (1,04)
Weibull	-1,26 (0,08)	-1,29 (0,08)	-1,32 (0,08)	5,46 (0,44)	11,3 (0,73)	17,14 (0,97)
Fisk	-2,28 (0,08)	-2,39 (0,09)	-2,45 (0,08)	10,75 (0,75)	16,54 (0,98)	22,44 (1,26)
Bêta 2	-2,35 (0,11)	-2,58 (0,11)	-2,71 (0,12)	12,14 (1,28)	19,31 (1,6)	26,24 (1,9)
Singh-Maddala	-1,86 (0,06)	-1,92 (0,07)	-1,97 (0,06)	9,11 (0,69)	15,14 (1)	21,15 (1,37)
Dagum	-1,65 (0,09)	-1,7 (0,09)	-1,75 (0,1)	8,32 (0,67)	14,31 (0,97)	20,14 (1,21)
Gaffney <i>et al.</i> (1980)	-1,96 (0,07)	-1,92 (0,07)	-1,97 (0,08)	9,7 (0,63)	15,29 (0,97)	21,19 (1,39)
Fernandez <i>et al.</i> (1991)	-1,73 (0,4)	-1,78 (0,08)	-1,84 (0,08)	8,5 (0,69)	14,48 (0,99)	20,34 (1,24)
Maddala & Singh (1977)	-2,03 (0,21)	-2,15 (0,17)	-2,21 (0,21)	10,75 (1,29)	18,16 (1,55)	24,22 (2)

Note : écarts-type entre parenthèses. Échantillon restreint : 82.5% des observations initiales ; revenu moyen : 6 963 \$PPP ; coefficient de Gini moyen : 0,39.

Dans les tableaux 5 et 6, on peut observer que les valeurs absolues les plus fortes des élasticités calculées sont obtenues au travers de l'hypothèse de log-normalité. À l'opposé, les valeurs les plus faibles correspondent à la distribution de Weibull. Toutefois, même si la plupart des distributions produisent des élasticités croissance moyennes proches de 2 — une valeur communément reprise dans la littérature sur la pauvreté —, l'hétérogénéité des résultats ne permet pas de conclure sur les vraies valeurs des élasticités. Il est donc néces-



saire de définir un critère de choix pour sélectionner la ou les formes fonctionnelles les plus adéquates.

#### 4 Quelle forme fonctionnelle choisir ?

Comme nos différentes hypothèses distributives nous conduisent à des résultats différents pour les élasticités de la pauvreté, il convient de choisir la ou les distributions qui permettent la meilleure estimation de ces élasticités. Nous émettons l'hypothèse que l'on converge vers les vraies valeurs des élasticités lorsque le modèle permet un meilleur ajustement aux données disponibles. Dans la littérature relative aux distributions statistiques, l'approche classique consiste à construire des statistiques basées sur les erreurs de prédiction. On calcule alors les statistiques suivantes de qualité de l'ajustement :

$$ssr = \sum_{i=1}^N (L(p_i) - \hat{L}(p_i))^2, \quad (11)$$

$$sae = \sum_{i=1}^N |L(p_i) - \hat{L}(p_i)|. \quad (12)$$

Ces sommes des carrés (*ssr*) et des valeurs absolues (*sae*) des erreurs sont toutefois critiquables dans la mesure où elles accordent le même poids aux erreurs de chaque quantile. Comme le fait remarquer Datt (1998), dans le cadre d'une analyse de la pauvreté, nous ne nous intéressons aux erreurs de prévision qu'à hauteur de la valeur de l'incidence de pauvreté. Il propose alors d'utiliser un *ssr* partiel :

$$pssr = \sum_{i=1}^n (L(p_i) - \hat{L}(p_i))^2, \quad (13)$$

où  $n$  correspond au premier quantile de population tel que  $p_n \geq \hat{P}_0$ . Toutefois, dans le cas particulier de l'incidence de pauvreté, nous ne nous intéressons à la qualité de l'ajustement qu'au voisinage de l'incidence calculée<sup>18</sup>. Nous proposons ainsi une mesure de somme des carrés des erreurs avec un système de pondérations décroissant avec la distance séparant le quantile de population de la valeur estimée de l'incidence de pauvreté. Pour pouvoir comparer les statiques entre les différentes formes fonctionnelles, la statistique est normalisée par la somme des pondérations. Cette correction facilite aussi la comparaison avec la traditionnelle *ssr*. Cette *ssr* pondérée est donc :

$$wssr = \frac{\sum_{i=1}^N (L(p_i) - \hat{L}(p_i))^2 (1 - |p_i - \hat{P}_0|)^2}{\sum_{i=1}^N (1 - |p_i - \hat{P}_0|)^2}. \quad (14)$$

Toutefois, ces critères de choix mettent uniquement l'accent sur la précision de l'estima-

18. Comme l'incidence de pauvreté est définie par le point de la courbe de Lorenz où sa dérivée première est égale au ratio de la ligne de pauvreté au revenu moyen, ses élasticités ne dépendent que de la forme de la courbe de Lorenz au voisinage de l'incidence estimée.

tion. Or, l'utilisation de formes plus flexibles peut conduire à une amélioration de la qualité de l'ajustement qui soit difficilement justifiable au regard de la perte de degrés de liberté qu'elle entraîne. Afin de comparer des modèles non emboîtés tout en pénalisant l'addition de régresseurs, on peut utiliser les critères d'informations d'Akaike et de Schwartz (Gujarati 2004). Ces derniers se présentent respectivement sous la forme :

$$aic = e^{2K/N} \frac{\sum_{i=1}^N (L(p_i) - \hat{L}(p_i))^2}{N} \quad (15)$$

$$bic = N^{K/N} \frac{\sum_{i=1}^N (L(p_i) - \hat{L}(p_i))^2}{N} \quad (16)$$

où  $K$  désigne le nombre de paramètres estimés.

Pour rendre plus aisée la comparaison des statistiques d'ajustement entre les différentes formes fonctionnelles, nous avons calculé les ratios des valeurs moyennes et médianes des statistiques pour chaque distribution par rapport aux valeurs moyennes et médianes de la distribution permettant le meilleur ajustement. Les résultats sont présentés dans les tableaux 7 pour l'ensemble de l'échantillon (estimations non-valides incluses) et 8 pour l'échantillon restreint. On note que toutes les distributions à deux paramètres (Pareto, log-normale, gamma, Weibull, Fisk et Chotikapanich 1993) affichent des performances nettement plus faibles en comparaisons des distributions à trois (bêta 2, Singh-Maddala, Dagum, Kakwani & Podder 1973, Gaffney *et al.* 1980 et Fernandez *et al.* 1991) et quatre paramètres (Maddala & Singh 1977, Arnold & Villaseñor 1989 et Kakwani 1993). En particulier, on peut observer que la distribution log-normale est 5 à 10 fois moins précise que les formes développées par Kakwani (1980b) and Maddala & Singh (1977). Ces résultats sont logiques dans la mesure où il semble difficile de prendre suffisamment en compte l'hétérogénéité des distributions observées au travers d'un unique paramètre distributif. L'emploi des critères d'information d'Akaike et de Schwartz se traduit par une réduction des ratios d'ajustement, mais justifie néanmoins le passage de distributions à deux paramètres à des formes fonctionnelles plus souples.

Toutefois, malgré l'apparente supériorité de certaines formes fonctionnelles comme celles de Kakwani (1980b) et Maddala & Singh (1977), il n'est pas souhaitable de rejeter définitivement les autres. En effet, si une distribution ne permet en général pas un bon ajustement aux données, cela ne signifie pas que l'ajustement soit systématiquement mauvais. Pour obtenir une image plus détaillée des performances respectives de chaque forme fonctionnelle, nous avons dressé leur classement pour chaque distribution selon les valeurs obtenues de chaque statistique de qualité de l'ajustement lorsque les estimations respectaient les critères de validité définis plus haut. La fréquence du classement en première place<sup>19</sup> ainsi que le rang médian de chaque forme fonctionnelle sont reportés dans le tableau 9. On observe alors que,

19. Les dénombrements des rangs obtenus par chaque forme fonctionnelle et pour chaque critère de choix sont reportés dans les tableaux 13 à 17. Le nombre total d'observations du tableau 15 diffère des autres dans la mesure où les informations relatives au revenu moyen manquent pour près de 250 observations. Comme cette information est nécessaire au calcul de la statistique  $w_{SSR}$ , les dénombrements sont moins élevés.

TABLEAU 7 : Ratios de qualité de l'ajustement.

Distribution	<i>ssr</i>		<i>sae</i>		<i>wssr</i>		<i>aic</i>		<i>bic</i>	
	Moy.	Médiane	Moy.	Médiane	Moy.	Médiane	Moy.	Médiane	Moy.	Médiane
Pareto	98,82	133,79	14,55	15,34	112,10	161,57	61,75	101,54	60,10	93,20
Log-normale	8,92	4,51	3,26	2,50	9,57	4,88	5,91	3,74	5,72	3,41
Gamma	30,17	20,16	6,53	5,24	33,92	21,86	18,71	17,28	18,23	15,57
Weibull	32,07	31,47	7,43	6,99	35,50	35,26	20,03	26,21	19,50	23,90
Fisk	9,50	5,03	3,37	2,56	9,10	4,87	6,31	3,88	6,10	3,60
Bêta 2	2,29	1,30	1,51	1,29	2,56	1,36	2,49	1,29	2,31	1,23
Singh-Maddala	1,88	1,38	1,40	1,30	1,97	1,56	1,63	1,18	1,59	1,13
Dagum	1,79	1,49	1,49	1,36	1,97	1,75	1,52	1,30	1,49	1,25
Kakwani & Podder (1973)	89,82	70,88	8,86	8,08	65,35	16,58	64,76	69,51	65,13	64,59
Arnold & Villaseñor (1989)	22032,78	1,40	12,92	1,28	113,35	1,31	49939,50	1,39	42958,82	1,38
Chotikapanich (1993)	48,11	34,53	7,90	6,46	53,90	42,35	29,45	28,88	28,73	26,08
Gaffney <i>et al.</i> (1980)	1,45	1,34	1,33	1,26	1,57	1,48	1,23	1,13	1,21	1,09
Fernandez <i>et al.</i> (1991)	1,64	1,52	1,47	1,40	1,84	1,87	1,38	1,29	1,35	1,24
Kakwani (1980b)	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
Maddala & Singh (1977)	1,07	1,05	1,06	1,07	1,06	1,04	1,12	1,05	1,11	1,04

**TABLEAU 8 : Ratios de qualité de l'ajustement (échantillon restreint).**

Distribution	<i>ssr</i>		<i>sae</i>		<i>wssr</i>		<i>aic</i>		<i>bic</i>	
	Moy.	Médiane	Moy.	Médiane	Moy.	Médiane	Moy.	Médiane	Moy.	Médiane
Log-normale	8,49	4,41	3,15	2,37	10,21	5,01	5,74	3,81	5,54	3,51
Gamma	36,59	20,31	6,69	4,93	40,49	20,54	23,31	17,23	22,65	15,96
Weibull	38,94	30,63	7,61	6,55	43,40	34,05	25,03	26,35	24,29	24,43
Fisk	7,69	4,58	3,05	2,33	7,68	4,55	5,32	3,55	5,12	3,28
Bêta 2	1,77	1,21	1,36	1,17	2,22	1,28	1,83	1,20	1,72	1,14
Singh-Maddala	1,36	1,29	1,26	1,19	1,50	1,46	1,12	1,10	1,10	1,06
Dagum	1,60	1,38	1,37	1,25	1,85	1,63	1,30	1,17	1,28	1,14
Gaffney <i>et al.</i> (1980)	1,35	1,23	1,23	1,15	1,49	1,38	1,10	1,06	1,08	1,02
Fernandez <i>et al.</i> (1991)	1,52	1,40	1,37	1,27	1,72	1,72	1,22	1,21	1,20	1,17
Maddala & Singh (1977)	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00

bien que les distributions à deux paramètres soient en général moins performantes que des formes fonctionnelles plus flexibles, elles permettent quelques fois un meilleur ajustement que ces dernières. Ainsi, la loi log-normale apparaît comme le meilleur choix pour moins de 3% des observations d'après la statistique *wssr*. La lognormalité n'est donc pas la règle, mais elle peut être l'exception.

Avant de revenir à l'estimation des élasticités, il convient de noter que les classements relevés au sein de chaque famille de distribution sont relativement surprenants. Nombre d'études ont vanté les mérites de différentes formes fonctionnelles, mais peu d'études complètes de comparaison des différentes formes fonctionnelles ont été effectuées. De plus, il est rare de combiner distributions classiques et formes *ad hoc*<sup>20</sup>. À l'aide de 82 distributions de revenus pour 23 pays à revenus élevés et intermédiaires, Bandourian *et al.* (2002) concluent que les distributions de Weibull et de Dagum sont celles qui permettent le meilleur ajustement parmi les distributions à deux et trois paramètres lorsqu'elles sont opposées aux distributions gamma, log-normale, gamma généralisée, bêta 1, bêta 2 et Singh-Maddala. Nos résultats suggèrent que les distributions de Fisk et log-normale sont les plus performantes parmi les distributions à deux paramètres, et la distribution Singh-Maddala et la courbe de Gaffney *et al.* (1980) parmi les distributions à trois paramètres. Pour les comparaisons de formes fonctionnelles *ad hoc*, les échantillons sont en général beaucoup plus restreints. En comparant les courbes de Lorenz Kakwani & Podder (1976), Kakwani (1980b), Gaffney *et al.* (1980), Fernandez *et al.* (1991) et Chotikapanich (1993) sur des données américaines entre 1977 et 1983, Cheong (2002) relève par exemple que les formes développées par Gaffney *et al.* (1980) et Kakwani (1980b) sont les plus performantes. Dans le cadre de notre étude, nous observons en effet que Kakwani (1980b) est la forme qui permet le meilleur ajustement aux données. Toutefois, dans le cadre de l'analyse de la pauvreté, nous sommes conduits à préférer les courbes de Maddala & Singh (1977) and Gaffney *et al.* (1980) dans la mesure où elles permettent d'obtenir des intervalles de définitions plus larges pour les revenus.

## 5 L'hypothèse de log-normalité et les élasticités les plus probables

Dans une étude récente, Lopez & Servèn (2006), utilisant la base de donnée de Dollar & Kraay (2002), ont conclu que l'hypothèse de log-normalité ne pouvait être rejetée pour approcher les distributions de revenus. Ainsi, même si la distribution log-normale ne permet pas une estimation des courbes de Lorenz aussi bonne que d'autres formes fonctionnelles, il n'est pas inconcevable qu'elle permette de produire des élasticités de la pauvreté proche des valeurs réelles. Les précédents résultats (*cf* tableaux 4 à 6) semblent toutefois contredire une telle affirmation. Pour tester cette affirmation, nous proposons une simple comparaison entre les élasticités calculées sous l'hypothèse de log-normalité et celles qui semblent les plus probables pour chaque observation. Pour obtenir ces dernières, nous pre-

20. En général, les comparaisons de qualité de l'ajustement pour les courbes de Lorenz *ad hoc* utilisent la loi log-normale comme référence, mais jamais de distributions statistiques plus flexibles.

**TABEAU 9 : Classement en termes de qualité de l'ajustement : fréquence des rang 1 et rang médian.**

Distribution	Fréquence du rang 1 (%)					Rang médian				
	<i>ssr</i>	<i>sea</i>	<i>wssr</i>	<i>aic</i>	<i>bic</i>	<i>ssr</i>	<i>sea</i>	<i>wssr</i>	<i>aic</i>	<i>bic</i>
Pareto	0.0	0.0	0.1	0.1	0.1	12	13	12	12	12
Log-normale	1.2	2.4	2.7	9.3	10.4	8	8	8	8	8
Gamma	0.9	0.7	1.0	5.0	5.3	9	9	9	9	9
Weibull	0.2	0.3	0.3	1.0	1.2	10	10	10	10	10
Fisk	0.0	1.0	0.3	4.6	5.3	8	8	8	8	8
Bêta 2	17.8	16.5	20.0	11.9	13.4	3	3	4	4	4
Singh-Maddala	8.9	8.5	6.5	13.0	12.6	4	4	5	3	3
Dagum	6.9	7.5	5.3	7.9	8.0	5	5	6	5	5
Kakwani & Podder (1973)	0.3	0.4	0.8	0.2	0.3	12	12	11	12	12
Arnold & Villaseñor (1989)	5.9	6.4	7.8	5.3	5.1	4	3	3	4	5
Chotikapanich (1993)	0.3	0.3	0.3	0.4	0.4	12	12	12	12	12
Gaffney <i>et al.</i> (1980)	3.5	5.5	5.4	10.4	9.8	4	4	4	4	4
Fernandez <i>et al.</i> (1991)	4.2	4.0	3.9	7.8	7.9	6	6	6	6	5
Kakwani (1980b)	21.0	19.9	20.3	10.6	8.7	1	1	2	2	3
Maddala & Singh (1977)	29.0	26.7	25.5	12.5	11.6	2	2	2	4	4

nous simplement les valeurs des élasticités correspondant à la distribution qui permet le meilleur ajustement<sup>21</sup> aux données pour chaque observation. La composition de ces séries mixtes correspond aux trois premières colonnes du tableau 9. Nous disposons ainsi de séries d'élasticités pour nos différentes mesures de pauvreté à partir des statistiques *ssr*, *sae* et *wssr*. Des statistiques descriptives pour ces séries sont présentées dans le tableau 10. Comme nous sommes avant tout concerné par la qualité de l'ajustement au voisinage de l'incidence de pauvreté estimée, nous nous intéressons principalement à la série constituée à partir de la statistique *wssr*.

La comparaison avec les valeurs moyennes relevées précédemment révèle que l'hypothèse de log-normalité conduit à des élasticités plus fortes en valeur absolues que celles observées pour nos séries mixtes. En moyenne, les valeurs absolues des élasticités croissance log-normales sont 1 à 2 points plus élevées, quelle que soit la mesure de pauvreté retenue. Les différences pour les élasticités Gini sont particulièrement marquantes, en particulier pour l'incidence de pauvreté. Sous l'hypothèse de log-normalité, l'élasticité moyenne est de 78,43, soit deux fois plus que la valeur obtenue à partir des séries mixtes. Une telle différence ne peut être attribuable à l'influence des valeurs extrêmes dans la mesure où le même phénomène est observé pour les valeurs médianes. Toutefois, cette surestimation des élasticités Gini semble se réduire avec l'augmentation du paramètre  $\theta$  des mesures FGT.

Ce biais d'estimation constitue certes un défaut majeur, mais on peut imaginer que les estimations log-normales de ces élasticités soient très fortement corrélées avec leurs valeurs « réelles ». Il serait ainsi possible de retrouver des valeurs appropriées pour ces élasticités au travers d'une simple transformation linéaire. La figure 2 montre clairement que la corrélation entre les élasticités tirées des séries log-normale et mixte-*wssr* est insuffisante<sup>22</sup> (les coefficients de corrélation sont compris entre 0,3 et 0,5 selon le type d'élasticité et le critère de qualité d'ajustement retenu.). La figure 2 confirme aussi la surestimation moyenne de l'amplitude des élasticités de la pauvreté obtenues au travers de l'hypothèse de log-normalité. Il convient donc de regarder avec méfiance les recommandations de politiques économiques basées sur ce type d'hypothèses.

Finalement, même si la distribution log-normale ne permet pas une estimation valable des élasticités de la pauvreté, on peut imaginer pouvoir l'utiliser pour apprécier l'efficacité relative des politiques de croissance pure et de redistribution pure en termes de réduction de la pauvreté. Dans la mesure où la lutte requiert fréquemment un arbitrage entre croissance et redistribution, il est particulièrement important d'en connaître les termes afin de réaliser la meilleure combinaison possible de politiques. Dans la section 2.1 (équation 7), nous avons montré que, dans le cas de l'incidence de pauvreté, le ratio des élasticités croissance

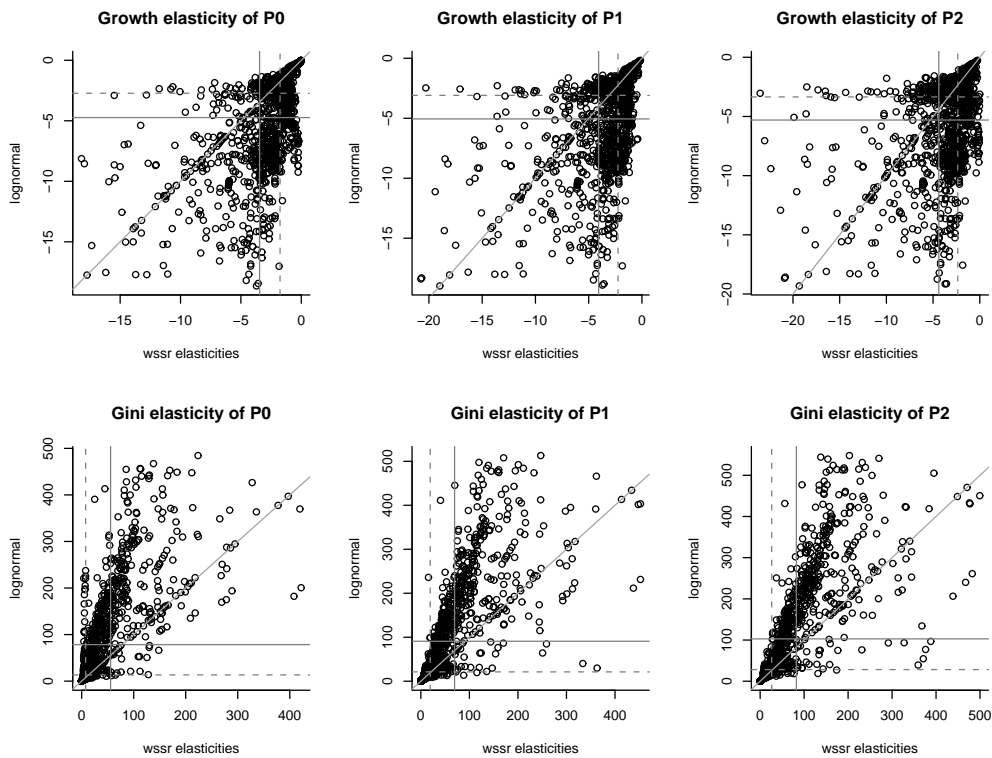
21. Pour nous assurer de la robustesse de nos résultats, nous avons aussi constituées des séries à partir des formes fonctionnelles donnant lieu au second meilleur ajustement. Les résultats obtenus à partir de ces séries corroborent ceux obtenus à partir des séries correspondant au meilleur ajustement.

22. Les mêmes différences peuvent être observées avec les séries mixtes basées sur les statistiques *ssr* et *sae* (cf figures 6 and 7).

TABLEAU 10 : Description des séries mixtes basées sur les statistiques *ssr*, *sae* et *wssr* statistics.

Statistique	$P_0$			$P_1$			$P_2$		
	<i>ssr</i>	<i>sea</i>	<i>wssr</i>	<i>ssr</i>	<i>sea</i>	<i>wssr</i>	<i>ssr</i>	<i>sea</i>	<i>wssr</i>
<i>Élasticité croissance</i>									
Moyenne	-2,44	-2,42	-2,90	-3,10	-3,08	-3,49	-3,25	-3,24	-3,67
Min	-34,11	-34,11	-55,33	-51,03	-51,03	-55,72	-49,35	-49,35	-56,09
1 <sup>er</sup> quartile	-2,97	-2,93	-3,24	-3,55	-3,47	-3,79	-3,66	-3,60	-4,02
Médiane	-1,54	-1,58	-1,74	-2,13	-2,12	-2,22	-2,20	-2,17	-2,34
3 <sup>ème</sup> quartile	-0,89	-0,90	-0,91	-1,26	-1,26	-1,29	-1,26	-1,26	-1,30
Max	-0,01	-0,01	-0,01	-0,14	-0,14	-0,14	0,00	0,00	0,00
Écart-type	3,65	3,54	3,99	4,95	4,91	5,01	11,80	11,79	11,82
<i>Élasticité Gini</i>									
Moyenne	33,49	32,73	41,69	46,92	46,10	54,96	56,90	56,24	65,26
Min	-0,31	-0,31	-0,31	0,00	0,00	0,00	0,06	0,06	0,06
1 <sup>er</sup> quartile	1,30	1,30	1,30	4,03	4,03	3,99	6,52	6,49	6,52
Médiane	6,43	6,78	7,56	18,49	18,51	19,12	24,83	24,99	25,71
3 <sup>ème</sup> quartile	37,00	37,45	41,12	58,96	58,76	62,53	74,20	74,20	77,96
Max	1 887,65	1 887,65	1 887,65	1 957,24	1 957,24	1 957,24	2 026,43	2 026,43	2 026,43
Écart-type	94,55	90,67	98,76	104,72	101,09	109,29	177,56	175,39	180,84





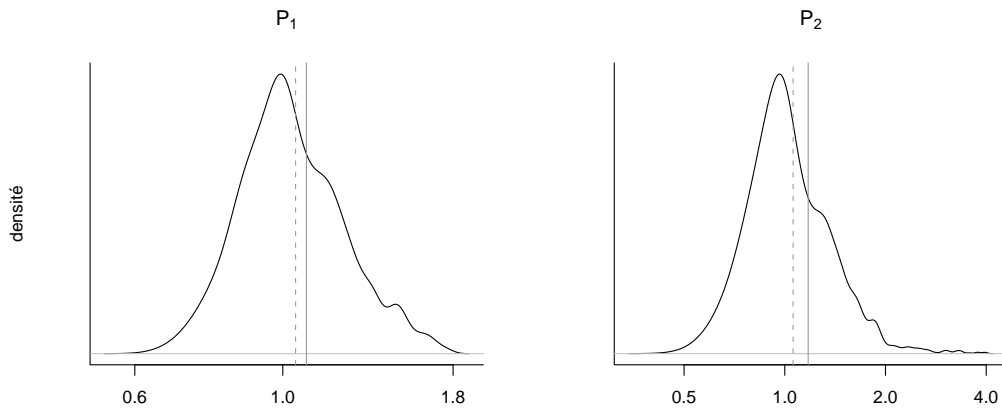
Note : les lignes continues et pointillées correspondent respectivement aux valeurs moyennes et médianes de chaque série.

**FIGURE 2 : Comparaison des élasticités estimées sous l'hypothèse de log-normalité et selon la qualité de l'ajustement (wssr).**

et inégalités était indépendant de la distribution adoptée pour les calculs<sup>23</sup>. Il nous faut donc nous tourner vers des valeurs supérieures du paramètre  $\theta$ . Afin de vérifier si l'utilisation de la distribution log-normale biaise les recommandations de politiques économiques en faveur d'objectifs de croissance ou de redistribution, nous pouvons utiliser le ratio des ratios d'élasticités issues de la distribution log-normale et de nos séries mixtes. Une valeur supérieure (inférieure) à l'unité indique un biais de l'hypothèse de log-normalité en faveur des politiques de croissance pure (de redistribution pure). L'estimation en kernel de la densité de ce ratio pour les mesure  $P_1$  et  $P_2$  est présentée sur la figure 3.

Comme les valeurs moyennes et médianes du ratio sont proches de 1, il semble que l'utilisation de la loi log-normale ne conduise à aucun biais systématique en faveur d'un type particulier de politique. Toutefois la variance de ce ratio est relativement élevée, en particulier pour la mesure  $P_2$ . Sous l'hypothèse de log-normalité, l'importance relative de la croissance peut dans le cadre de notre échantillon être sur- ou sous-estimée de plus 50%. Il semble donc prudent de ne pas recourir à la loi log-normale pour réaliser l'arbitrage

23. Ce ratio n'est évidemment pas indépendant du type de politique redistributive envisagée.



Note : les lignes continues et pointillées correspondent respectivement aux valeurs moyennes et médianes.

**FIGURE 3 : Estimation en kernel de la densité du ratio de biais politique pour  $P_1$  and  $P_2$  (log-normale contre série mixte wssr).**

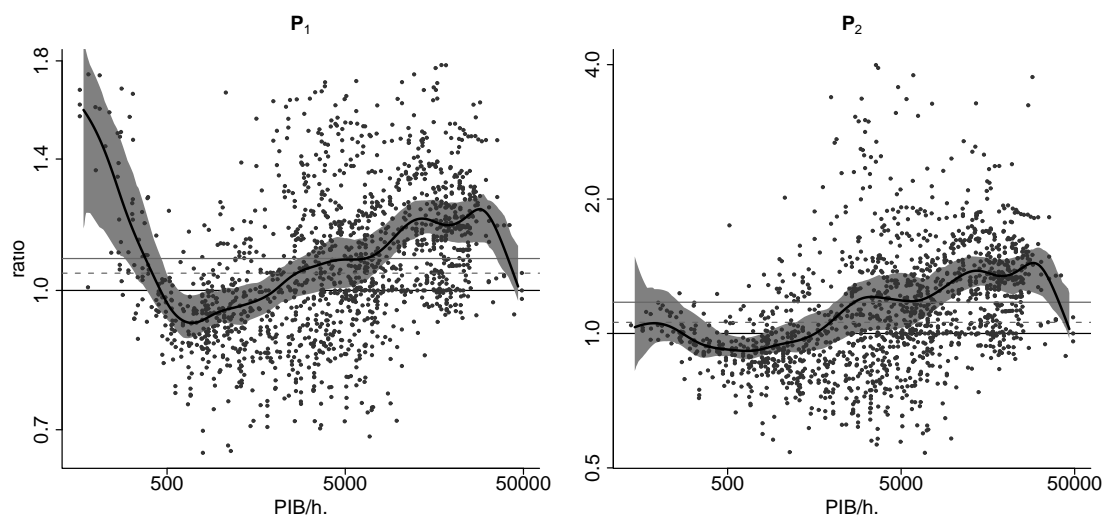
croissance-inégalité nécessaire à la conception des politiques de réduction de la pauvreté<sup>24</sup>.

Cette variance importante du ratio de biais politique peut s'expliquer par la présence de pays à revenus élevés dans l'échantillon. Comme la pauvreté, au seuil de 2 \$PPA, est essentiellement un problème de pays à revenus faibles, il semble important de vérifier si notre ratio de biais politique et sa variabilité évoluent en fonction du niveau de revenus. Sur la figure 4, la ligne continue représente l'estimation non-paramétrique<sup>25</sup> de la moyenne conditionnelle au niveau de revenus par habitant de ce ratio de biais politique. L'intervalle de confiance au seuil de 5% obtenu par la méthode du *bootstrap* est représenté par la zone grise. Dans un premier temps, on relève la non linéarité de la relation entre le ratio de biais politique et le revenu moyen. Il apparaît surtout que le ratio est significativement différent de 1 sur certains intervalles de revenus. On observe en particulier une sur-estimation significative pour un niveau de revenus supérieur à 4 000 \$ environ, autrement dit pour plus de la moitié de nos observations. Dans le cadre de notre échantillon, lorsque le ratio du revenu moyen à la ligne de pauvreté est supérieur à 5, le recours à l'hypothèse de log-normalité conduit donc à un biais de politique économique en faveur de l'objectif de croissance. De manière surprenante, on relève aussi une sous-estimation significative du ratio pour des niveaux de revenus proches de la ligne de pauvreté.

Finalement, afin de vérifier si l'hypothèse de log-normalité n'implique pas de biais selon le degré d'inégalité, nous avons aussi procédé à une estimation non-paramétrique de l'espérance du biais politique conditionnelle au niveau du coefficient de Gini. Les résultats sont présentés sur la figure 5. On peut y observer une relation décroissante entre le ratio de biais politique et le degré d'inégalité. Dans le cas d'économies faiblement inégalitaires,

24. Comme nos résultats peuvent être biaisés par la sur-représentation des pays développés et d'Europe de l'est, nous avons réalisé le même exercice sur un échantillon plus équilibré de 281 observations entre 1985 et 2000. Les résultats restent inchangés.

25. Les estimations sont effectuées en utilisant un kernel gaussien et la méthode de *cross-validation*.



Note : les lignes continues et pointillées horizontales correspondent respectivement aux valeurs moyennes et médianes. La ligne épaisse correspond à l'estimation par un kernel gaussien de la moyenne conditionnelle du ratio de biais politique. La zone grise correspond à l'intervalle de confiance de 95% de cette moyenne obtenu par *bootstrap* (500 répliquions, voir note 17).

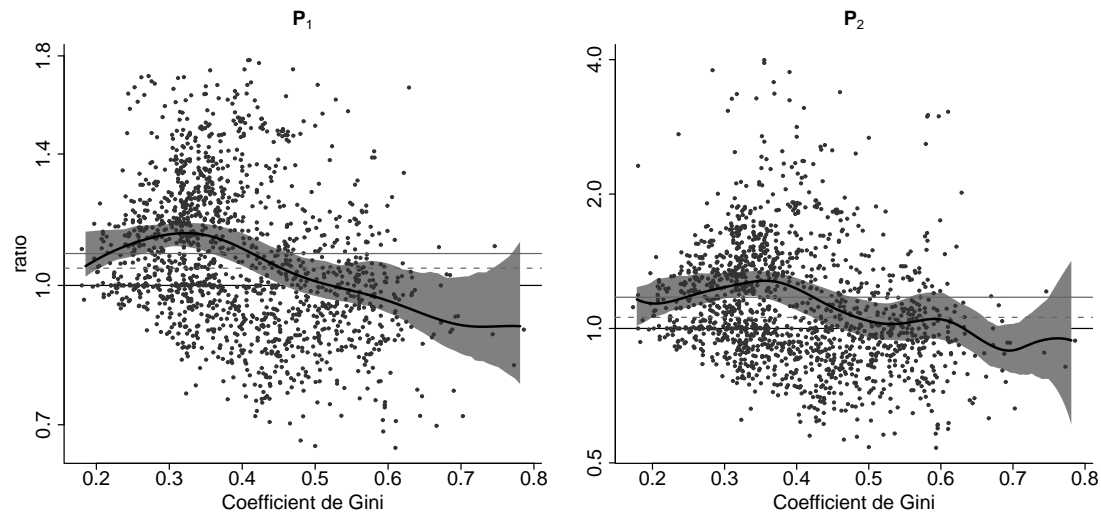
**FIGURE 4 : Ratio de biais politique contre niveau de revenus pour  $P_1$  and  $P_2$  (log-normale contre série mixte wssr) : régression non-paramétrique.**

le recours à la distribution log-normale nous conduit en moyenne à une sur-estimation des effets de la croissance et à une sous-estimation pour des distributions très inégalitaires. La sur-estimation est significative lorsque le coefficient de Gini est inférieur à 0,45. Dans la mesure où plus de 70% des distributions de notre échantillon présentent un coefficient de Gini inférieur à cette valeur, ce résultat ne peut être tenu pour anodin dans la mesure où l'on considère en général que l'augmentation du revenu moyen est le seul vecteur de réduction de la pauvreté dans les pays faiblement inégalitaires.

Tout au long de cette section, nous avons cherché à mettre à l'épreuve l'hypothèse de log-normalité pour l'étude de la pauvreté. De ce point de vue, nos résultats mettent en lumière les faiblesses importantes de cette distribution qui ne permet d'estimer correctement ni les élasticités de la pauvreté, ni l'arbitrage à réaliser entre objectifs de croissance et de redistribution.

## 6 Conclusions

La présente étude avait pour ambition de répondre aux questions suivantes. Quelle hypothèse distributive permet la meilleure estimation des élasticités croissance et inégalité de la pauvreté? Dans quelle mesure l'emploi d'une hypothèse distributive peu adaptée à l'hétérogénéité des distributions observées biaise-t-elle l'appréciation de ces élasticités? Ces questions sont d'une importance capitale car des valeurs standards de ces élasticités sont fréquemment retenues dans de nombreuses études comme Collier & Dollar (2001) alors



Note : les lignes continues et pointillées horizontales correspondent respectivement aux valeurs moyennes et médianes. La ligne épaisse correspond à l'estimation par un kernel gaussien de la moyenne conditionnelle du ratio de biais politique. La zone grise correspond à l'intervalle de confiance de 95% de cette moyenne obtenu par *bootstrap* (500 répliquions, voir note 17).

**FIGURE 5 : Ratio de biais politique contre degré d'inégalité pour  $P_1$  and  $P_2$  (log-normale contre série mixte wssr) : régression non-paramétrique.**

même que l'incertitude est forte à leur sujet. La poursuite de la réduction de la pauvreté dans chaque pays en développement nécessite la mise en place de politiques adaptées au niveau de revenus et au degré d'inégalités de chacun d'entre eux. En l'absence d'estimation correcte de l'arbitrage entre objectifs intermédiaires de croissance et de redistribution, l'efficacité des politiques de réduction de la pauvreté ne peut-être que fort incertaine.

À la première de nos interrogations, notre étude conclue qu'en l'absence de formes fonctionnelles très flexibles et dont les paramètres soient aisément estimables, aucune des quinze distributions testées ne s'impose pour la description des distributions de revenus observées et ne peut donc être utilisée de manière systématique pour l'analyse des questions de pauvreté et d'inégalités. Le pragmatisme est donc de rigueur et doit nous conduire à comparer dans chaque cas les formes fonctionnelles de manière à retenir la plus adaptée. On peut toutefois affirmer que le passage de distributions à deux paramètres vers des formes plus flexibles est nécessaire pour mieux faire face à l'hétérogénéité des distributions observées dans le monde.

Le principal résultat de notre étude est la mise en évidence des biais induits par le recours à des formes fonctionnelles peu adaptées à l'analyse des questions de pauvreté. Nous avons choisi d'illustrer ces biais en comparant les résultats obtenus sous l'hypothèse très populaire de lognormalité à ceux obtenus en retenant pour chaque observation l'hypothèse distributive permettant le meilleur ajustement aux données. Il apparaît ainsi que l'utilisation de la distribution lognormale conduit en moyenne à une surestimation des effets de la croissance et de la diminution des inégalités en terme de réduction de la pauvreté. Pire, elle

donne lieu à une mauvaise appréciation de l'importance relative de ces effets et biaise donc les recommandations de politiques économique que l'on peut émettre dans le cadre de la lutte contre la pauvreté. Nos résultats mettent notamment en évidence un biais significatif en faveur des politiques de croissance dans les pays à revenus élevés ou à degrés d'inégalités faibles ou modérés. Surestimations et mauvaise appréciation des choix de politiques économiques peuvent expliquer pourquoi les politiques de réduction de la pauvreté mises en place dans de nombreux pays semblent si peu efficaces.

## Annexes

**TABLEAU 11 : Distribution des données par période et par région.**

Period	AEP	ALC	AN	MOAN	AS	ASS	EEAC	EO	Total
1950-54	4	7	0	1	11	0	0	4	27
1955-59	13	9	0	2	12	7	0	6	49
1960-64	23	29	0	3	15	8	5	21	104
1965-69	28	22	8	3	20	19	10	24	134
1970-74	35	36	11	2	17	1	9	39	150
1975-79	27	28	11	4	11	7	7	29	124
1980-84	32	27	10	1	9	7	8	46	140
1985-89	38	54	13	5	18	28	30	69	255
1990-94	49	70	13	6	6	58	43	74	319
1995-99	49	83	7	11	8	38	71	131	398
2000-02	11	20	5	3	3	7	12	81	142
Total	309	385	78	41	130	180	195	524	1842

AEP : Asie de l'Est et Pacifique; ALC : Amérique Latine et Caraïbes; AN : Amérique du Nord; MOAN : Moyen Orient et Afrique du Nord; AS : Asie du Sud; ASS : Afrique Sub-Saharienne; EEAC : Europe de l'Est et Asie Centrale; EO : Europe de l'ouest.

**TABLEAU 12 : Statistiques descriptives de la base de donnée.**

Statistique	PIB par habitant (\$PPA)	Coefficient de Gini
Moyenne	7705,21	0,39
Minimum	138,77	0,17
1 <sup>er</sup> quartile	1667,04	0,32
Médiane	4673,94	0,37
3 <sup>ème</sup> quartile	11522,19	0,47
Maximum	48967,56	0,79

TABLEAU 13 : Classement en termes de qualité de l'ajustement : statistique ssr.

Distribution	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Pareto	0	1	0	0	1	4	11	16	26	55	32	83	91	70	37
Log-normale	22	85	62	90	239	98	227	278	433	256	41	12	1	0	0
Gamma	16	39	35	38	58	254	117	153	302	324	450	58	0	0	0
Weibull	3	10	14	26	28	63	277	113	251	486	234	238	86	14	1
Fisk	0	1	34	129	123	133	241	442	296	233	128	55	28	1	0
Bêta 2	328	332	343	149	72	193	236	143	41	6	1	0	0	0	0
Singh-Maddala	165	257	352	384	310	243	101	32	0	0	0	0	0	0	0
Dagum	127	208	202	285	302	287	262	116	51	4	0	0	0	0	0
Kakwani & Podder (1973)	6	4	0	0	0	0	5	2	13	38	165	121	131	134	3
Arnold & Villaseñor (1989)	108	123	67	94	73	53	36	21	12	6	1	2	0	0	0
Chotikapanich (1993)	5	3	0	4	2	1	2	3	10	33	153	325	225	2	0
Gaffney <i>et al.</i> (1980)	65	184	281	372	377	167	43	4	0	0	0	0	0	0	0
Fernandez <i>et al.</i> (1991)	77	126	147	155	190	313	260	175	58	1	0	0	0	0	0
Kakwani (1980a)	387	95	79	48	26	11	4	2	0	0	0	0	0	0	0
Maddala & Singh (1977)	535	376	228	70	43	24	22	10	3	0	0	0	0	0	0

TABLEAU 14 : Classement en termes de qualité de l'ajustement : statistique sea.

Distribution	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Pareto	0	1	0	0	2	4	11	15	23	49	26	70	96	89	41
Log-normale	45	68	42	82	224	116	236	264	428	275	39	24	1	0	0
Gamma	12	29	32	36	53	267	135	145	307	332	449	45	2	0	0
Weibull	6	9	10	23	33	58	278	118	239	472	209	218	144	27	0
Fisk	19	31	63	147	129	144	223	384	280	189	123	72	34	6	0
Bêta 2	304	326	330	166	71	200	232	172	37	5	1	0	0	0	0
Singh-Maddala	156	256	360	350	316	247	120	39	0	0	0	0	0	0	0
Dagum	139	222	205	261	313	276	257	113	51	5	2	0	0	0	0
Kakwani & Podder (1973)	7	3	1	0	0	1	4	7	32	53	169	102	144	99	0
Arnold & Villaseñor (1989)	118	126	85	78	84	42	27	20	8	6	1	1	0	0	0
Chotikapanich (1993)	5	3	1	4	1	0	1	5	11	48	186	362	141	0	0
Gaffney <i>et al.</i> (1980)	101	172	253	369	354	177	59	8	0	0	0	0	0	0	0
Fernandez <i>et al.</i> (1991)	73	168	163	139	172	266	234	202	77	8	0	0	0	0	0
Kakwani (1980a)	367	94	66	71	30	14	10	0	0	0	0	0	0	0	0
Maddala & Singh (1977)	492	336	233	118	62	32	17	18	3	0	0	0	0	0	0



TABLEAU 15 : Classement en termes de qualité de l'ajustement : statistique wssr.

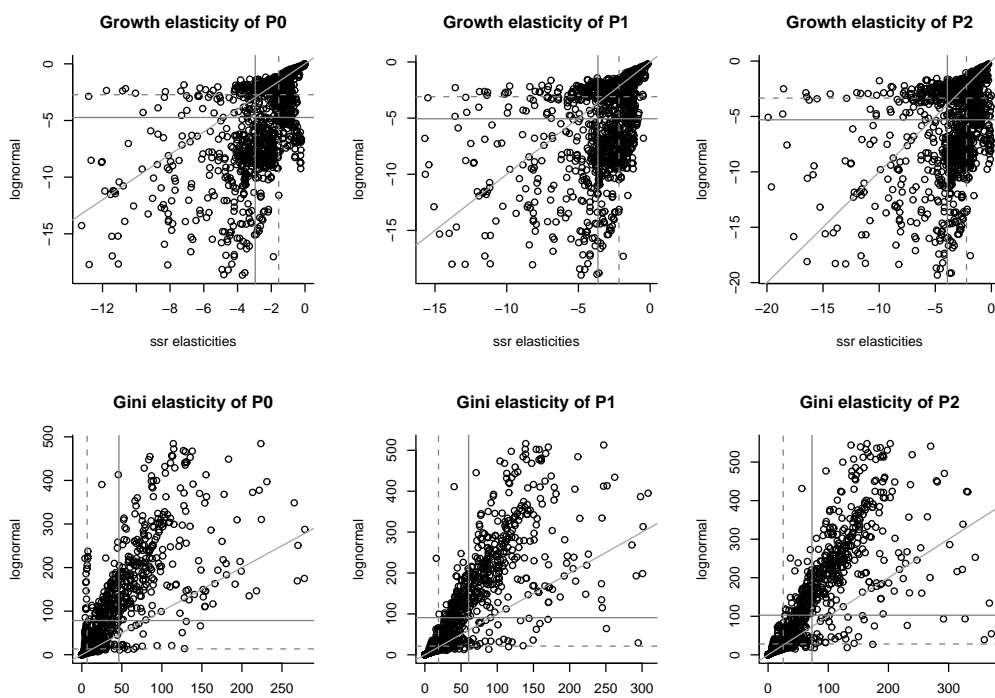
Distribution	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Pareto	1	0	3	2	1	1	15	15	32	60	50	80	69	63	35
Log-normale	42	82	81	55	108	69	188	219	347	285	73	23	6	0	0
Gamma	15	32	16	40	33	110	83	127	258	280	370	184	30	0	0
Weibull	4	9	14	13	16	17	92	86	225	386	265	208	182	61	0
Fisk	5	17	54	96	70	110	146	368	282	150	136	92	40	12	0
Bêta 2	316	295	224	120	66	135	195	162	53	12	0	0	0	0	0
Singh-Maddala	102	144	245	294	313	268	165	46	1	0	0	0	0	0	0
Dagum	83	134	130	153	258	265	282	172	79	16	6	0	0	0	0
Kakwani & Podder (1973)	12	7	2	2	5	6	14	46	88	124	85	80	77	68	6
Arnold & Villaseñor (1989)	123	116	63	98	69	49	33	20	10	7	6	2	0	0	0
Chotikapanich (1993)	5	3	0	4	1	6	0	5	20	110	214	225	158	17	0
Gaffney <i>et al.</i> (1980)	86	156	262	369	384	176	54	5	1	0	0	0	0	0	0
Fernandez <i>et al.</i> (1991)	61	115	131	135	158	309	269	217	96	11	0	0	0	0	0
Kakwani (1980a)	321	137	93	62	25	7	4	3	0	0	0	0	0	0	0
Maddala & Singh (1977)	402	331	260	135	71	50	38	19	4	1	0	0	0	0	0

TABLEAU 16 : Classement en termes de qualité de l'ajustement : statistique aic.

Distribution	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Pareto	1	0	2	1	0	3	12	15	25	55	33	82	96	74	28
Log-normale	172	84	57	70	207	125	171	250	407	251	39	11	0	0	0
Gamma	92	28	31	34	53	258	102	132	283	323	450	58	0	0	0
Weibull	18	26	16	22	25	56	270	113	243	483	233	238	86	15	0
Fisk	85	46	83	121	128	121	186	369	266	245	119	47	27	1	0
Bêta 2	220	291	318	209	100	135	292	187	75	13	4	0	0	0	0
Singh-Maddala	239	315	373	296	267	194	117	42	1	0	0	0	0	0	0
Dagum	145	265	198	281	252	244	257	139	55	7	1	0	0	0	0
Kakwani & Podder (1973)	4	5	0	1	0	0	2	5	11	24	170	131	127	129	13
Arnold & Villaseñor (1989)	98	86	51	70	62	72	73	42	28	7	4	2	1	0	0
Chotikapanich (1993)	8	0	1	6	1	1	4	1	10	32	152	325	225	2	0
Gaffney <i>et al.</i> (1980)	191	271	246	310	309	128	35	3	0	0	0	0	0	0	0
Fernandez <i>et al.</i> (1991)	144	121	162	151	163	277	229	173	80	2	0	0	0	0	0
Kakwani (1980b)	196	134	94	84	72	44	21	6	1	0	0	0	0	0	0
Maddala & Singh (1977)	231	172	212	188	205	186	73	33	11	0	0	0	0	0	0

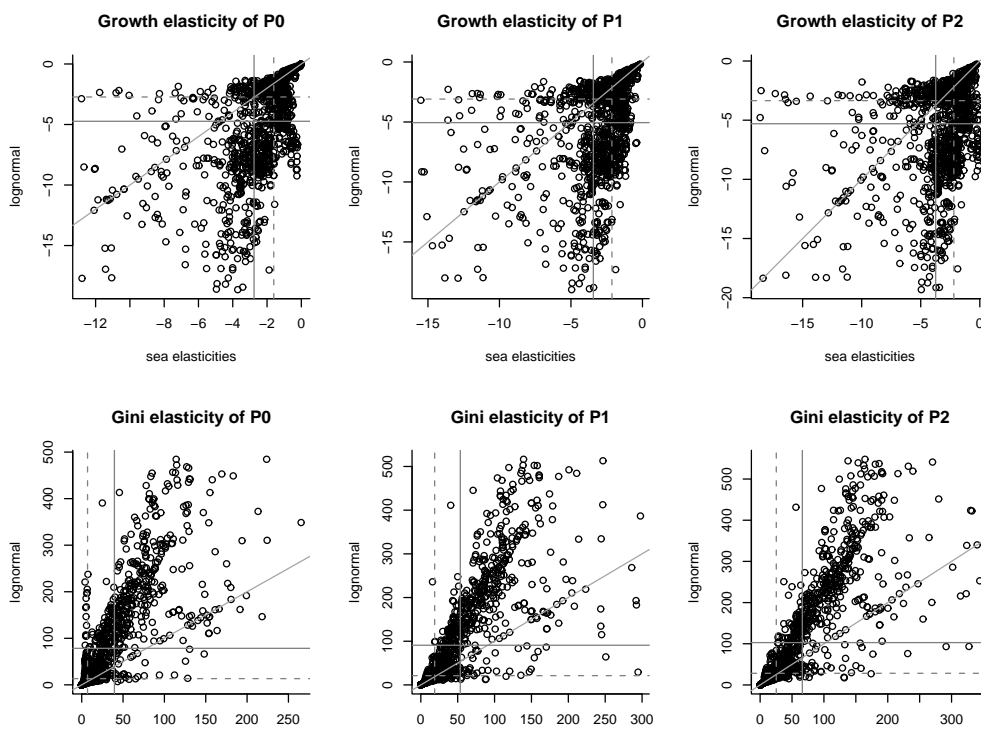
TABLEAU 17 : Classement en termes de qualité de l'ajustement : statistique bic.

Distribution	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Pareto	1	0	3	0	0	3	11	16	25	55	33	82	97	74	27
Log-normale	191	74	58	69	209	121	169	248	408	249	37	11	0	0	0
Gamma	97	28	28	35	50	257	100	132	286	323	450	58	0	0	0
Weibull	22	22	16	24	23	57	272	108	245	483	233	238	86	15	0
Fisk	98	50	82	128	115	123	186	357	266	243	120	48	27	1	0
Bêta 2	247	320	318	189	92	127	292	182	60	13	4	0	0	0	0
Singh-Maddala	233	326	368	309	257	197	106	47	1	0	0	0	0	0	0
Dagum	148	263	204	294	239	229	260	140	59	6	2	0	0	0	0
Kakwani & Podder (1973)	6	3	0	1	0	0	4	3	11	26	169	130	126	129	14
Arnold & Villaseñor (1989)	94	76	51	68	57	85	63	52	35	7	5	2	1	0	0
Chotikapanich (1993)	7	1	1	6	0	2	4	2	9	32	152	325	225	2	0
Gaffney <i>et al.</i> (1980)	180	282	258	311	302	121	37	2	0	0	0	0	0	0	0
Fernandez <i>et al.</i> (1991)	145	121	169	155	171	266	218	171	81	5	0	0	0	0	0
Kakwani (1980b)	161	124	95	80	111	46	27	7	1	0	0	0	0	0	0
Maddala & Singh (1977)	214	154	193	175	218	210	95	43	9	0	0	0	0	0	0



Note : les lignes continues et pointillées correspondent respectivement aux valeurs moyennes et médianes de chaque série.

**FIGURE 6 : Comparaison des élasticités estimées sous l'hypothèse de log-normalité et selon la qualité de l'ajustement (ssr).**



Note : les lignes continues et pointillées correspondent respectivement aux valeurs moyennes et médianes de chaque série.

**FIGURE 7 : Comparaison des élasticités estimées sous l'hypothèse de log-normalité et selon la qualité de l'ajustement (sae).**

## Références

- AABERGE, R. (2000) : « Characterizations of Lorenz Curves and Income Distributions ». *Social Choice and Welfare*, **17**, 639–653.
- AITCHISON, J. & BROWN, J.A.C. (1957) : *The Lognormal Distribution*. Cambridge University Press.
- ARNOLD, A. & VILLASEÑOR, J. (1989) : « Elliptical Lorenz Curves ». *Journal of Econometrics*, **40**(2), 327–338.
- BANDOURIAN, R., McDONALD, J. & TURLEY, R. (2002) : « A Comparison of Parametric Models of Income Distribution across Countries and over Time ». *Luxembourg Income Study Working Paper*, **305**, 47 p.
- BESLEY, T. & BURGESS, R. (2003) : « Halving Global Poverty ». *Journal of Economic Perspectives*, **17**(3), 3–22.
- BHALLA, S. (2004) : « Poor Results and Poorer Policy : A Comparative Analysis of Estimates of Global Inequality and Poverty ». *CESifo Economic Studies*, **50**, 85–132.
- BOURGUIGNON, F. (2003) : « The Growth Elasticity of Poverty Reduction : Explaining Heterogeneity across Countries and Time Periods ». Dans T. EICHER & S. TURNOVSKY (rédacteurs), « Inequality and growth : Theory and policy implications », 3–26. MIT Press.
- BRESSON, F. (2006) : « How Should we Estimate the Elasticities of Poverty? » *Working Paper*, 15 p.
- CASTILLO, E., SARABIA, J.M. & SLOTTJE, D. (1999) : « An Ordered Family of Lorenz Curves ». *Journal of Econometrics*, **91**(1), 43–60.
- CHEN, S. & RAVALLION, M. (2004) : « How Have the World's Poorest Fared since the Early 1980's? » *World Bank Research Observer*, **19**(2), 141–169.
- CHEONG, K.S. (2002) : « An Empirical Comparison of Alternative Functional Forms for the Lorenz Curve ». *Applied Economic Letters*, **9**, 171–176.
- CHOTIKAPANICH, D. (1993) : « A Comparative of Alternative Functional Form for the Lorenz Curve ». *Economic Letters*, **41**, 129–138.
- COLLIER, P. & DOLLAR, D. (2001) : « Can the World Cut Poverty in Half? How Policy Reform and Effective Aid Can Meet International Development Goals ». *World Development*, **29**(11), 1787–1802.
- DAGUM, C. (1977) : « A new Model of Personal Income Distribution : Specification and Estimation ». *Économie Appliquée*, **30**, 413–437.

- DATT, G. (1998) : « Computational Tools for Poverty Measurement and Analysis ». *FNCD Discussion Paper*, **50**, 21 p.
- DATT, G. & RAVALLION, M. (1992) : « Growth and Redistribution Components of Changes in Poverty Measures : A Decomposition with Applications to Brazil and India in the 1980s ». *Journal of Development Economics*, **38**, 275–295.
- DOLLAR, D. & KRAAY, A. (2002) : « Growth is good for the poor ». *Journal of Economic Growth*, **7**(3), 195–225.
- EPAULARD, A. (2003) : « Macroeconomic Performance and Poverty Reduction ». *IMF Working Paper*, **WP/03/72**, 35 p.
- FERNANDEZ, A., GARCIA, A., LADOUX, M., MARTIN, G. & ORTEGA, P. (1991) : « A New Functional Form for Approximating the Lorenz Curve ». *Review of Income and Wealth*, **37**, 447–452.
- FOSTER, J., GREER, J. & THORBECKE, E. (1984) : « A Class of Decomposable Poverty Measures ». *Econometrica*, **52**(3), 761–766.
- GAFFNEY, J., KOO, A., OBST, N. & RASCHE, R. (1980) : « Functional Forms for Estimating the Lorenz Curve ». *Econometrica - Notes and Comments*, **48**(4), 1061–1062.
- GUJARATI, D. (2004) : *Économétrie. Ouvertures Économiques*, De Boeck.
- HELTBERG, R. (2002) : « The Growth Elasticity of Poverty ». *UNU/WIDER Working Paper*, **21**, 15 p.
- KAKWANI, N. (1980a) : « Functional Forms for Estimating the Lorenz Curve : A Reply ». *Econometrica - Notes and Comments*, **48**(4), 1063–1064.
- (1980b) : « On a class of poverty measures ». *Econometrica*, **48**(2), 437–446.
- (1993) : « Poverty and Economic Growth with Application to Côte d’Ivoire ». *Review of Income and Wealth*, **39**(2), 121–139.
- KAKWANI, N. & PODDER, N. (1973) : « On the Estimation of Lorenz Curves from Grouped Observations ». *International Economic Review*, **14**(2), 278–292.
- (1976) : « Efficient Estimation of the Lorenz Curve and Associated Inequality Measures from Grouped Observations ». *Econometrica*, **44**(1), 137–148.
- KALWIJ, A. & VERSCHOOR, A. (2005) : « A Decomposition of Poverty Trends across Regions : The Role of Variation in the Income and Inequality Elasticities of Poverty ». *UNU/WIDER Working Paper*, **36**, 21 p.

- KANBUR, R. & LUSTIG, N. (2000) : « Why is Inequality back on the Agenda? » Dans B. PLESKOVIC & J. STIGLITZ (rédacteurs), « Annual World Bank Conference on Development Economics, 1999 », 285–306. World Bank.
- KLEIBER, C. & KOTZ, S. (2003) : *Statistical Size Distributions in Economics and Actuarial Sciences*. Wiley. 332 p.
- LOPEZ, H. & SERVÈN, L. (2006) : « A Normal Relationship? Poverty, Growth and Inequality ». *World Bank Policy Research Working Paper*, **3814**, 30 p.
- MADDALA, G. & SINGH, S. (1976) : « A Function for Size Distribution of Incomes ». *Econometrica*, **44**(5), 963–970.
- (1977) : « A Flexible Functional Form for Lorenz Curves ». *Économie Appliquée*, **30**, 481–486.
- MCDONALD, J. (1984) : « Some Generalized Functions for the Size Distribution of Income ». *Econometrica*, **52**(3), 647–663.
- QUAH, D. (2001) : « Some Simple arithmetic on How Income Inequality and Economic Growth Matter ». *Working Paper*, 37 p.
- RAVALLION, M. (2001) : « Growth, Inequality and Poverty : Looking Beyond Averages ». *World Development*, **29**(11), 1803–1815.
- (2005) : « Inequality is Bad for the Poor ». *World Bank Policy Research Working Paper*, **3677**, 50 p.
- SALA-I MARTIN, X. (2006) : « The World Distribution of Income : Falling Poverty and... Convergence, Period ». *Quarterly Journal of Economics*, **121**(2), 351–397.
- WORLD BANK (2005) : *A better Investment Climate for Everyone*. World Development Report, Oxford University Press. 271 p.