UNE EXPÉRIENCE STATISTIQUE ET UNE PREMIÈRE APPROCHE DES LOIS DU HASARD AU LYCÉE PAR UNE CONFRONTATION AVEC UNE MACHINE SIMPLE.

Joël Briand

UNE EXPÉRIENCE STATISTIQUE ET UNE PREMIÈRE APPROCHE DES LOIS DU HASARD AU LYCÉE PAR UNE CONFRONTATION AVEC UNE MACHINE SIMPLE.

Joël Briand[1]

RÉSUMÉ :

Une expérimentation initiale d'enseignement des statistiques avait été conduite en 1974 à l'école Jules Michelet de Talence avec une équipe de recherche travaillant autour de Guy Brousseau. L'activité consistait à proposer à des élèves de « trouver un moyen sûr de connaître la composition d'une bouteille opaque contenant 5 billes : des rouges et des vertes ». Il était possible, par retournement de la bouteille de voir à chaque fois une bille et une seule, (tirage avec remise). Le bouteille ne devait pas être ouverte.
Nous étudions ici la transposition de ce travail à la classe de seconde[2] et observons quelques effets produits dans et par ce nouveau contexte. En particulier, nous nous intéressons à la construction de la notion d'expérience, à l'impact de la culture ambiante, de la culture personnelle des élèves et des nouveaux programmes de seconde sur l'organisation et le déroulement de séquences de classe. Nous cherchons aussi à identifier des obstacles à la construction d'une démarche probabiliste.

ABSTRACT

An original experiment on statistics teaching was carried out in 1974 at Jules Michelet primary school in Talence with a research team supervised by G. Brousseau. It was based on an activity in which pupils were expected "to find out a reliable means" of knowing the content of an opaque bottle containing 5 marbles, red and green ones. It was possible to see only one marble whenever the bottle was turned upside down and the bottle could not be opened.

Now , our aim is to study to what extent this type of work is relevant to 5th form pupils and to observe some effects created in and by this new

[1] IUFM d'Aquitaine, laboratoire DAEST Université de Bordeaux 2. Bordeaux (France) briandjoel@free.fr.

[2] Les observations ont été effectuées en classe de seconde avec la collaboration de Jean-Marie Digneau, professeur de mathématiques au lycée Victor Louis à Talence, formateur à l'IUFM d'Aquitaine.

Recherches en Didactique des Mathématiques, Vol., n° pp. 1- , 200

learning context. We especially concentrate on the development of the concept of" experiment", the impact of the learning context, of the pupils' personal culture and of the new 5th form syllabus on the organization of class sequences. Our aim is also to identify the obstacles to the development of a probabilistic approach.

RESUMEN

Una experimentacion initial de ensenanza de estatistico que habia conducto en 1974 en la escuela Jules Michelet (Talence) con un equipo de busca trabajando con Guy Brousseau. La actividad estaba de proponer a los alumnos de buscar un medio seguro de conocer la composicion de una botella opaca conteniendo 5 bolas, « rojas y verdas ». Estaba possible, dando la vuelta la botella de ver, cada vez, solo una bola (tiraja con rebaja). La botella no debia estar abierta.
Estudiamos aqui la transposicion de este trabajo en la clase de segundo y observamos efectos productos en y por este nuevo contexto. En particular nos interamos en la construcion de la nocion de experiencia, al impacto de la cultura ambiente, de la cultura personal des los alumnos y de les nuevos programas de segundo sobre la organisacion y el desarollo de secuencia de clase. Buscamos tambien identifiar obstaculos por la construcion de una gestion probabilista.

Mots-clés: statistiques, probabilités, expérience, obstacle, conjecture, empirisme, situation a-didactique, milieu.

1 INTRODUCTION :

Dans les années soixante-dix, plusieurs équipes françaises travaillèrent sur l’enseignement des statistiques à l’école élémentaire et au collège. Sous la coordination de Paul Louis Hennnequin et de Pierre Gréco, des équipes de l’INRDP et de divers IREM collaborèrent au projet « Évolution des critères de décision en situation aléatoire et approche des modèles probabilistes ». [INRDP HENNEQUIN-GRECO 1974]. Citons en particulier l’équipe constituée autour de Maurice Glayman [GLAYMAN VARGA 1973], et celle autour de Guy Brousseau [BROUSSEAU 1973] [BRIAND 1976] [BROUSSEAU G.-WARFIELD G. 2002]. Cette dernière équipe construisit une série de leçons relatives à la découverte des lois du hasard à l’école élémentaire. Nous pensions que ces travaux allaient permettre que l’enseignement des probabilités à l’école primaire trouve sa voie. Il n’y eut aucune retombée visible ailleurs que dans ces équipes.

La parution des nouveaux programmes français de la classe de seconde [programmes 2000] a permis que cette recherche déjà ancienne puisse être le point de départ de nouveaux travaux que nous allons relater.

Pour nous, ce travail a (re)commencé lorsqu'un PLC2[3] [PAZAT N. 2002] demanda, dans le cadre de son mémoire professionnel, à travailler sur l'enseignement des statistiques en classe de seconde. Proposition lui fut faite de relire le travail de 1975 et d'effectuer avec lui la nécessaire transposition aux programmes de la classe de seconde et aux élèves eux-mêmes, les rapports des élèves de lycée aux statistiques et aux probabilités étant a priori autres que ceux des élèves de l'école primaire. Il semblait en effet possible, moyennant quelques adaptations, de faire partager aux élèves de seconde, un projet semblable à celui proposé à l'époque.

Parallèlement à ce travail, nous venions de conclure une convention liant le lycée Victor Louis de Talence (33), le laboratoire DAEST de Bordeaux 2 et l'IUFM d'Aquitaine. Cette convention permettait à une équipe constituée d'enseignants chercheurs et de trois professeurs d'effectuer des observations filmées. Nous avons alors décidé de conduire une suite d'observations sur l'enseignement des statistiques en classe de seconde.

- Dans la première partie de notre article, nous relaterons les modifications que nous avons effectuées dans le cadre du travail avec le professeur stagiaire. Les décisions furent prises à partir d'a priori que nous expliciterons.

- Dans la seconde partie, nous décrirons comment, après avoir pris connaissance du mémoire du PLC2, l'équipe de mathématiques du lycée Victor Louis a décidé de construire des séquences en classe de seconde. Trois séances furent observées. Nous ferons les études suivantes, principalement en nous servant du script de ces trois séances[4].

- Nous étudierons les effets de la nouvelle consigne proposée alors par le professeur de l'équipe, dans la classe duquel les observations

---

[3] PLC2 : professeur de lycées collèges en deuxième année de formation en IUFM. En première année, les étudiants ont préparé le concours CAPES ou Agrégation. Lors de cette deuxième année, les professeurs stagiaires effectuent en moyenne 6 heures de classe par semaine et suivent une formation professionnelle à l'IUFM. Dans cette formation, un mémoire professionnel est demandé. A l'issue de cette deuxième année, le stagiaire valide son CAPES ou son Agrégation pratique.

[4] Le script complet, comportant 16 pages dactylographiées, de cette expérimentation, est disponible sur demande auprès de l'auteur.

furent conduites, et les raisons probables de la modification de la consigne.

- Nous nous servirons de l'observation conduite pour repérer des comportements d'élèves qui révèlent soit des similitudes avec les élèves de l'école primaire (construire du sens autour de la notion d'expérience, d'expérience reproductible), soit des différences (poids de la culture déterministe acquise, usage polysémique de termes de statistique et de probabilité issus des pratiques sociales, et usage de ces termes dans le contexte de la classe, évolution des prises de notes,).

- Nous repérerons des spécificités du savoir statistique qui constituent des difficultés supplémentaires lors de l'enseignement, en particulier dans le rapport entre les conjectures avancées par les élèves et les confrontations à la machine de hasard (données recueillies par nature aléatoires).

- Repérer des conditions non-didactiques c'est à dire toute condition non identifiée dans un modèle didactique mais identifiable dans le cadre d'un approche plus anthropologique, repérable en tant que modalité d'assujettissement des individus à des formes culturelles. [CLANCHÉ-SARRAZY 2002 p.11] Ces conditions sont à l'origine d'obstacles avec lesquels l'enseignant de lycée doit composer.

2 LES CHOIX POSSIBLES D'ENSEIGNEMENT DES STATISTIQUES ET DES PROBABILITÉS :

2.1 Plusieurs voies possibles pour l'enseignement des probabilités :

Rappelons quelques entrées possibles pour l'enseignement des statistiques et des probabilités :

- Une voie est celle de la combinatoire et du calcul des probabilités. On suppose que l'élève comprend ce qu'est d'avoir 3 chances sur 4 de tirer une carte donnée. A partir de ce type de constat, un travail de recensement des cas favorables et des cas possibles permet une construction élémentaire des probabilités.

- Une autre voie consiste à observer des phénomènes aléatoires (passage de voitures par exemple). Le recueil des données et leur organisation aboutit à l'élaboration de tableaux, de diagrammes, etc. A partir de cela l'analyse des données permet de chercher ce qui serait intéressant.

- La recherche de 1975 proposait une autre voie, celle qui permet d'aborder les statistiques et les probabilités dans leurs relations réciproques. Il ne s'agit plus seulement de travailler à partir de descriptions, mais [DE FINETTI 1974] *« de définir la probabilité d'un événement donné E (bien déterminé), pour un individu donné, comme le degré de confiance qu'il a dans son arrivée ».* Comme définition opérationnelle, la probabilité est alors *« le prix p (pour cet individu) conditionné au fait que E soit vrai. ».* Et l'auteur d'ajouter **:** *« c'est, avec les précisions que l'on tire aisément des conditions de "cohérence", la notion sur laquelle s'appuient, d'une part, les paris (sur des faits de sports, d'élections politiques, etc.) et en général toutes les décisions que nous prenons sans cesse, plus ou moins consciemment, au cours de la vie. ».*

Pour donner un sens à la probabilité associée à un événement, il paraît alors nécessaire que l'élève la matérialise par un gain attaché à une décision. Pour cela, nous pensons que les données doivent être des informations recherchées intentionnellement par l'élève dans des expériences faciles à mettre en œuvre dès qu'il le souhaite. En somme, passer de l'expérience immédiate, observation passive, à l'expérience construite, celle où l'on expérimente.

2.2 Description et analyse de la recherche conduite en 1975.

Il s'agissait donc d'élaborer une méthode pour découvrir la composition d'une bouteille opaque contenant 5 billes, des rouges et des vertes. Les élèves savent que dans la bouteille il y a 5 billes. En retournant la bouteille, grâce à un dispositif de bouchon transparent, ils peuvent apercevoir une bille de la bouteille et une seule.

Evidemment, les élèves commencent par essayer de voir, au travers de ce bouchon, la collection complète des 5 billes. La machine de hasard va permettre de produire des événements. Vite, ils retournent plusieurs fois la bouteille, ce qui leur permet de s'apercevoir qu'il y a « des vertes et des rouges ». C'est la seule conclusion (de nature déterministe puisqu'ils savent qu'il n'y a que des vertes et des rouges lors de la construction de la machine) que les élèves pourront faire.

Les élèves organisent alors des essais autour d'injonctions telles que : « fais 5 fois pour que l'on voie les 5 billes ». Les premiers résultats montrent que cela ne se passe pas comme prévu. La situation supposée déterministe va montrer des « surprises » mais aussi des points communs entre des essais.

Le processus qui est alors initié est la confrontation à un problème dans lequel les rôles réciproques des statistiques (pour parler des mesures d'événements a posteriori) et des probabilités (pour parler des mesures d'événements a priori) apparaîtront de façon correcte comme réponse à un problème posé.

L'idée de noter les résultats (l'idée de tirages) se fait jour. Certains élèves effectuent et classent des séries de 5 tirages, mais tous décident d'augmenter le nombre de tirages. Une étape déterminante est de considérer comme valide le cumul les résultats de tirages d'un jour à l'autre.

Les premières conjectures apparaissent « il y a plus de vertes que de rouges ». Les élèves se communiquent leurs premières déclarations sur le contenu des bouteilles : « nous pensons que dans la bouteille 1 il y a une rouge et 4 vertes » ; « dans la bouteille 2 nous ne savons pas »…Ils tentent des prévisions sur des essais à venir. Devant le refus du professeur d'ouvrir les bouteilles et pour confirmer leurs démarches et leurs conclusions, les élèves décident de travailler avec une bouteille transparente munie de la composition prévue. Ils comparent alors les tirages issus de plusieurs machines de hasard.

Le professeur demande aux élèves de prévoir sur 100 tirages ce qui pourrait sortir. Une nouvelle expérimentation permet une analyse des prévisions. Pour 200 tirages, les élèves se servent des prévisions faites sur 100 tirages en les combinant avec une autre série de 100 tirages.

Les expérimentations suivantes se font avec des listes (100, 1000, 2000, 10000) toutes prêtes issues de tirages simulés sur machine, mais qu'ils doivent « payer » par un jeu de tickets (plus il y a des tirages, plus c'est cher). Les élèves comprennent que décider, suppose prendre des risques d'autant plus grands que le nombre de tirages est faible. Cela les amène à rejeter des prévisions faites sur 100 tirages et à retenir (60-40) comme étant la meilleure prévision (pour une composition 3N 2B par exemple). C'est donc la proportionnalité qui, peu à peu, constituera un outil explicatif de modélisation permettant progressivement d'élaborer les prévisions.

Mais les résultats obtenus lors de tirages ne sont pas toujours conformes à la prévision (surtout bien sûr lorsque les tirages sont peu nombreux). Une nouvelle étape d'analyse statistique de la fluctuation des fréquences observée est alors abordée. Elle permet donc de prendre en compte la notion de risque lors de la décision et d'élaborer un test d'hypothèse simple : on a plus de « chances » de faire une prévision fausse si on se base sur 30 tirages plutôt que sur 150 tirages.

Cette expérimentation, malgré ses apparences probabilistes, introduit essentiellement des notions de statistiques. Elle ne s'appuie pourtant pas sur une démarche empirique (on n'ouvre pas la bouteille pour confirmer ou infirmer une conjecture).

Les situations n'avaient pour effet que de stimuler des question, mais il n'y eut pas de réponses décisives à ces questions. Ce qui fut découvert et enseigné fut une démarche. Il ne s'agissait pas d'élaborer des preuves.

2.3 Analyse du dispositif.

- Pour conduire ces leçons, l'équipe de l'époque avait effectué une analyse a priori dont le but était de permettre que le dispositif (bouteille-billes) et la réalisation d'expériences puissent faire apparaître, dans des conditions acceptables en classe, des phénomènes facilement observables. Le choix du nombre de billes (5) permet de voir des phénomènes assez rapidement sans que les conjectures à faire soient triviales. Il permet de travailler sur le risque que l'on prend à décider de telle ou telle composition dans des fourchettes de tirages acceptables expérimentalement. Au-delà de cent tirages, le professeur apportait des résultats obtenus par ordinateur afin que le déroulement des tirages effectifs ne prenne pas tout le temps de l'expérience.

- Nous pouvons évaluer le risque encouru à décider de la composition d'une bouteille en fonction du nombre de tirages effectués. Prenons, par exemple, une bouteille dans laquelle on a placé 3 boules rouges et 2 vertes. La probabilité de tirer une boule rouge est alors $\frac{3}{5}$. On conjecturera juste, lors d'une expérimentation, si la fréquence de boules rouges observée dans les tirages effectués est comprise entre 0,5 et 0,7 (intervalle de décision). Sur t tirages, les cas favorables (qui fournissent un nombre n de boules rouges) se dénombrent de la façon suivante : $0{,}5 < \frac{n}{t} < 0{,}7$ soit $0{,}5t < n < 0{,}7t$. Appelons a et b les valeurs limites prises par n dans ce cas. La loi binomiale nous permet de calculer la probabilité de la sortie de ce nombre n de boules rouges sur le nombre de tirages t.

$$P = \sum_{n=a}^{n=b} \binom{t}{n} p^n (1-p)^{t-n}$$ (avec p égale, dans ce cas, à 0,6.)

Conduisons l'étude pour 15, 25, 50, 100, et 500 tirages :

Nombre de tirages	15 tirages	25 tirages
Encadrement	$0{,}5 < \frac{n}{15} < 0{,}7$	$0{,}5 < \frac{n}{25} < 0{,}7$
Valeurs de a, de n	$8 \leq n \leq 10$	$13 \leq n \leq 17$

et de b		
P	0,569	0,692
Probabilité de formuler une conjecture fausse	0,431	0,308

50 tirages	100 tirages	500 tirages
$0{,}5< \frac{n}{50} <0{,}7$	$0{,}5 < \frac{n}{100} <0{,}7$	$0{,}5< \frac{n}{500} <0{,}7$
$26 \leq n \leq 34$	$51 \leq n \leq 69$	$251 \leq n \leq 351$
0,806	0,948	0,999
0,194	0,052	0,001

Tableau 1. –Etude à partir de la composition 3R2V.

Avec une bouteille dont la composition est 4 boules rouges et 1 verte, la probabilité de tirer une boule rouge est alors $\frac{4}{5}$. On conjecturera juste si la fréquence observée de boules rouges, dans les tirages effectués est comprise entre 0,7 et 1 (intervalle de décision).

Sur t tirages, les cas favorables se dénombrent donc de la façon suivante : $0{,}7 < \frac{n}{t} < 1$ soit $0{,}7t < n < t$.

Conduisons la même étude que précédemment pour 15, 25, 50, 100, 500 tirages :

Nombre de tirages	15 tirages	25 tirages
Encadrement	$0{,}7 < \frac{n}{15} <1$	$0{,}7< \frac{n}{25} <1$
Valeurs de a, de n et de b	$11 \leq n \leq 14$	$18 \leq n \leq 24$
P	0,800	0,887

Probabilité de formuler une conjecture fausse	0,2	0,113

50 tirages	100 tirages	500 tirages
$0,7 < \frac{n}{50} < 1$	$0,7 < \frac{n}{100} < 1$	$0,7 < \frac{n}{500} < 1$
$36 \leq n \leq 49$	$71 \leq n \leq 99$	$351 \leq n \leq 499$
0,939	0,988	0,999
0,061	0,012	0,001

Tableau 2. –Etude à partir de la composition 4R1V.

Ces résultats montrent que la composition « 5 billes » se prête assez bien à des expérimentations réalisables en classe. Ils permettent en outre de s'assurer que le risque peut être étudié dans des conditions expérimentales recevables. Ces résultats confirment aussi qu'à coût égal (en tirages), il est moins risqué de conjecturer 4R,1V (pour la bouteille 4R,1V) que de conjecturer 3R,2V (pour la bouteille 3R,2V)[5].

- Dans cette approche, les élèves sont donc confrontés à au moins deux problèmes :

tout d'abord, concevoir les intervalles que nous nommons intervalles de confiance et qui se construisent , dans la classe, non pas à partir de la probabilité, mais de résultats statistiques et d'une compréhension, en acte, de la loi des grands nombres : les fréquences de l'événement (3V 2R) se répartissent de part et d'autre de la fréquence la plus probable.

ensuite, commencer à évaluer le risque encouru à faire une prévision fausse à l'issue de n tirages. Pour cela, ils sont amenés à dénombrer, pour un nombre de tirages donnés, les expériences produisant une fréquence située à l'extérieur de l'intervalle de confiance dans une suite d'expériences donnée.

[5] Une étude théorique détaillée du modèle d'aide à la décision a été rédigée en son temps par PL Hennequin [HENNEQUIN P.L. 1974]. Elle permettait de bien mettre en évidence qu'à nombre de tirages égaux, avec un risque donné, certaines compositions pouvaient être conjecturées et d'autres non.

2.4 La transposition en classe de seconde

Pour conduire une activité analogue en classe de seconde, nous devions prendre en compte plusieurs points dont certains sont communs avec l'activité initiale, et d'autres spécifiques au lycée dans le contexte des programmes et de la culture actuels. Nous étudions une question relative à la culture mathématique des élèves de lycée.

2.4.1 Place des statistiques au lycée

Les élèves ont été confrontés aux statistiques du collège. Nous n'étudions pas ici les effets de leur enseignement du collège. Nous nous fixons comme objectif de faire accepter l'importance de l'enseignement des statistiques aux élèves de seconde. Dans la culture actuelle, les informations relatives à la diffusion de faits statistiques sont incomplètes et incohérentes. Ce phénomènes est souvent dénoncé (voir le site internet de l'association « pénombre ») et étudié [CHEVALLARD 2003]). Le but est donc de commencer à fournir à des élèves un minimum de culture statistique les rendant plus exigeants au regard des informations qu'ils sont à même de recevoir. Pour autant, comment les élèves reçoivent-ils l'enseignement des statistiques au lycée ? Nous faisons l'hypothèse que l'idée que se font les élèves des mathématiques constitue très certainement, pour nombre d'entre eux (et pas les plus faibles) un obstacle de nature épistémologique à un accès à la pensée statistique.

2.4.2 Une rupture, des obstacles : initiation à la pensée stochastique en mathématiques au lycée

Plaçons nous, pour un choix d'enseignement des statistiques, dans une perspective situationiste au sens de la théorie des situations. Il s'agit de construire un milieu d'apprentissage dans lequel les élèves devront prendre des décisions qui seront validées ou invalidées par des expérimentations, mais à la différence des situations a-didactiques relatives à des familles de savoirs mathématiques à caractère déterministe, les rétro-actions ne seront pas de même nature, puisqu'il s'agit maintenant d'un modèle stochastique.

Pour préciser notre propos, comparons cette situation de la machine de hasard avec des situations a-didactiques plus classiques :

- La situation bien connue de la construction des premiers nombres au début de l'école élémentaire, dans son scénario le plus simple (élaboration d'une collection d'objets équipotente à une collection de référence hors la présence de cette dernière) induit des rétro-actions qui ne laissent aucun doute à l'élève sur sa réussite ou son échec. On retrouve ce même type de rétro-actions dans plusieurs situations emblématiques étudiées comme en particulier la situation dite « de l'agrandissement du puzzle » souvent réétudiée [BROUSSEAU 2004].

- Dans la situation dite du « poids du verre d'eau » [BROUSSEAU N. G. 1986], les élèves construisent cette fois un modèle mécaniste[6] de prévision qui est sans cesse déstabilisé par des résultats du mesurage effectif. Ils doivent donc apprendre à « faire avec » les erreurs inévitables dues à l'action de mesurage. Ils doivent construire leur modèle avec et contre les aléas du mesurage effectif. Cette nouvelle incertitude ne peut être ignorée des élèves et du professeur, elle fait partie de l'objet d'étude. Elle constitue une variable qui n'existait pas dans la première famille de situations.

- Dans une situation mettant en jeu des phénomènes aléatoires l'élève est, cette fois, confronté à une nouvelle incertitude : celle de la non reproductibilité d'une expérience pourtant construite à dessein, ce qui constitue une rupture fondamentale dans cette part du contrat déterminée par le rapport entretenu avec le milieu de référence. La situation doit donc permettre d'ébaucher un modèle prenant comme objet d'étude cette nouvelle incertitude : celle de la variabilité. D'où, par exemple, un travail de mesurage (effectif dans notre travail et non probabiliste) du « risque » lors d'une prise de décision en fonction du nombre de tirages.

C'est donc l'incertitude qui est objet d'étude. Nous nous plaçons là, au delà de simples descriptions statistiques, dans une perspective de pensée probabiliste. Bien sûr, la modélisation est relativement primitive, mais les premières observations montrent qu'il y a beaucoup d'obstacles à franchir avant que l'élève soit en mesure de considérer le milieu qui lui est proposé comme un milieu mathématique, c'est à dire dans lequel une organisation mathématique à construire lui permettra de mieux maîtriser les événements à venir. Il y a donc place pour des situations d'enseignement.

En particulier, il va falloir composer

- Avec la construction de la notion d'expérience. Qu'est ce qu'un sondage dans un ensemble que l'on ne conçoit pas encore ? Qu'est ce que répéter une expérience ? Quelle est la signification d'une expérience ? Comment vient l'idée d'ajouter des résultats d'expériences ?

- Avec la pensée déterministe qui attribue au hasard l'imprévisibilité. La rationalité confondue avec le déterminisme mathématique peut, nous en faisons l'hypothèse, constituer un

---

[6] LEGAY[1997] p. 41 distingue trois types de modèles : les modèles d'hypothèse, les modèles de mécanismes, les modèles de décision et de prévision.

obstacle épistémologique, voire didactique, à la construction d'une pensée stochastique.

- Nous devons aussi composer avec la culture des élèves du lycée dans ce domaine. Nous pensons que certaines formes « d'assujettissements à des formes culturelles » [CLANCHE-SARRAZY 2002] permettent d'expliquer des effets didactiques. Les statistiques et les probabilités en seconde ont été côtoyées par les élèves en d'autres lieux que celui de la classe (famille, média-informations, média-jeux, média-sports, etc.), ce qui n'est pas toujours le cas d'autres secteurs des mathématiques. Les termes : « hasard », « probabilité », « chances », « risque », « gain », « pronostic », « prévision », « statistiques », « sondages », « échantillon », ont déjà une existence chez eux. Leurs significations acquises constituent un foyer d'obstacles en tous genres.

- Il faudra composer, comme nous l'analysions précédemment, avec l'incertitude nouvelle qu'apporte le milieu, qui induit un rapport modifié à la vérité : l'invalidation de conjectures fausses a encore moins de chances de fonctionner que dans une séquence faisant appel à des savoirs mathématiques classique. De même, la validation de conjectures vraies peut être, à court et moyen terme, très difficile à valider dans le contexte de la classe, ce qui complique encore plus la tâche du professeur. Prenons l'exemple de la conjecture « dans cette bouteille, il y a plus de vertes que de rouges ». Cette conjecture peut paraître être invalidée par une expérience de 10 tirages qui donnerait comme résultat 4 vertes et 6 rouges. C'est que l'expérience ne renvoie pas systématiquement à la réalité du contenu de la bouteille, ce que les élèves peuvent pourtant penser.

- Enfin, nous avons eu recours à un objet « indiscutable ». Nous savons bien à quel point il est peu courant en lycée de mettre les élèves en présence de matériel simple dans des séances de mathématiques. Le fait de mettre en scène une situation de statistiques avec des bouteilles constitue d'emblée une difficulté de « crédibilité mathématique ».

3 DESCRIPTION ET ANALYSES DES SÉQUENCES DE CLASSE RELATIVES AU MÉMOIRE PLC2 2002

Nous relatons brièvement, au travers du mémoire du PLC2, le travail conduit en classe de seconde. Nous relatons quelques remarques du stagiaire. Nous faisons ensuite quelques constats.

3.1 Les séquences :

Les séquences ont été conduites en Janvier 2002 dans une classe de seconde. Elles se déroulaient pendant les heures hebdomadaires de module, une heure par semaine en demi-groupe afin de maintenir l'idée de l'expérience initiale (activité se prolongeant dans la durée).

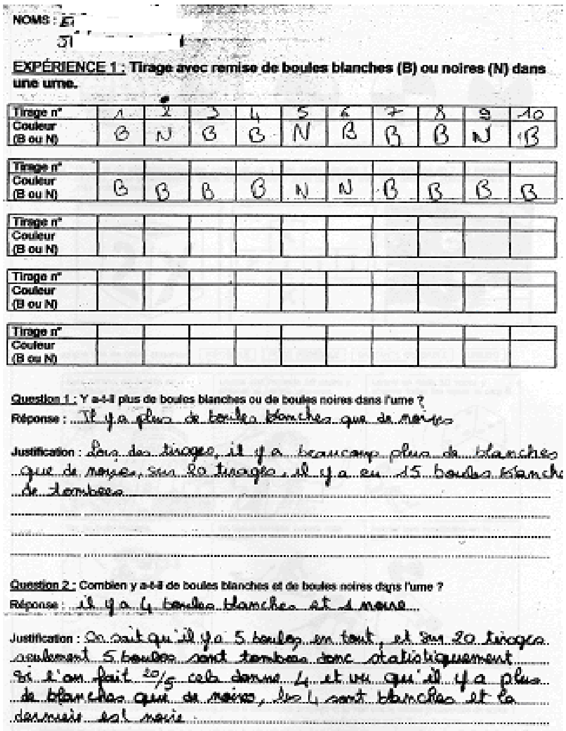
3.1.1 Première partie

Les élèves sont répartis par groupe de trois ou quatre et disposent de bouteilles ayant 5 boules : des rouges et des vertes. Par demi-groupe de module, toutes les bouteilles ont la même composition (3 billes vertes et deux rouges pour le premier demi-groupe, 4 billes vertes et 1 bille rouge pour le deuxième). Seul le professeur le sait. Une fiche d'activité (voir figure 3) invite les élèves à répondre à deux questions :

- Y a-t-il plus de boules vertes ou de boules rouges dans l'urne ?
- Combien y a-t-il de boules vertes et boules rouges dans l'urne ?

« Un tableau sur la fiche leur propose de garder les traces des tirages effectués, étant précisé qu'ils avaient une entière liberté dans leur démarche – à part ouvrir les bouteilles bien sûr – et qu'en particulier, le nombre de tirages ne leur était pas imposé. »[7] *[*Pazat p.16].

[7] Il est vraisemblable que la feuille présentée par le PLC2 ait influé sur le comportement des élèves, ce que note d'ailleurs celui-ci page p.17. L'idée de noter les résultats d'essais est un indice de la compréhension de ce que sont des tirages. Ici, le professeur organise la prise de notes.



NOMS :

EXPÉRIENCE 1 : Tirage avec remise de boules blanches (B) ou noires (N) dans une urne.

Tirage n°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Couleur (B ou N)	B	N	B	B	N	B	B	B	N	B

Tirage n°										
Couleur (B ou N)	B	B	B	B	N	N	B	B	B	B

Tirage n°										
Couleur (B ou N)										

Tirage n°										
Couleur (B ou N)										

Tirage n°										
Couleur (B ou N)										

Question 1 : Y a-t-il plus de boules blanches ou de boules noires dans l'urne ?

Réponse : Il y a plus de boules blanches que de noires

Justification : Lors des tirages, il y a beaucoup plus de blanches que de noires, sur 20 tirages, il y a eu 15 boules blanches de tombées

Question 2 : Combien y a-t-il de boules blanches et de boules noires dans l'urne ?

Réponse : il y a 4 boules blanches et 1 noire

Justification : On sait qu'il y a 5 boules en tout, et sur 20 tirages seulement 5 boules sont tombées donc statistiquement si l'on fait 20/5 cela donne 4 et vu qu'il y a plus de blanches que de noires, les 4 sont blanches et la dernière est noire.

Figure 3. La fiche de travail d'un élève.

3.1.2 Analyse des réponses :

Le PLC2 conclut : *« tous les groupes ont su apporter la bonne réponse aux deux questions posées »*. Notons que la réponse ici n'est assortie d'aucun commentaire sur la crédibilité.

- Pour la première question : quatre groupes utilisent l'ensemble de leurs tirages et constatent qu'une couleur est sortie plus fréquemment qu'une autre, un groupe ne se sert que de 20 des 50 tirages qu'il a effectués pour conclure, deux groupes considèrent les séries de 10 tirages effectuées et constatent, que pour chaque série, il y avait plus de vertes que de rouges.

Nombre de tirages	15	20	30	50
Nombre de groupes	1	2	1	3

- Pour la seconde question : Les réponses sont un groupe sans justification, un groupe qui dénombre les couleurs observées sur 50 tirages et trois groupes qui divisent une grandeur par une autre :

o Il y a 5 boules et le noir est sorti 5 fois donc $\frac{5}{5}$ = 1 et 5 – 1 = 4 donc 4 vertes.

o 5 boules et sur 20 tirages seulement 5 rouges sont tombées donc, statistiquement, si l'on fait 20/5 cela donne 4 net vu qu'il n'y a plus de vertes que de rouges les 4 sont vertes et la dernière est rouge.

o sur 15 tirages 9 boules vertes soit à peu près 2/3 et 6 rouges, à peu près 1/3.

Un groupe considère les tirages par paquets de 5. Le stagiaire analyse *« l'idée que chercher la composition la plus souvent obtenue est correcte statistiquement* » et note que l'on retrouve là une stratégie vue à l'école primaire.

Un groupe conclut en faisant référence à l'équiprobabilité : *« Comme au bout de 50 tirages, nous avons tiré 30 boules vertes et 20 rouges, en supposant que chaque boule a été tirée 10 fois, on peut dire qu'il y a 3 vertes et 2 rouges. »*

3.1.3 Deuxième partie :

Le stagiaire pose des questions comme *« qu'auriez vous conclu si vous aviez observé 24 billes vertes sur 35 tirages ? et 25 sur 35 ? ».* Il introduit les termes de probabilité et de fréquence comme *« outils efficaces de comparaison de proportions ».* Il introduit une représentation graphique, mettant en évidence les intervalles de confiance, pour aider à la réponse aux questions comme *« que conclure si l'on observe 46 boules vertes sur 97 tirages ? ».*

Le stagiaire note *: « cette étape ne rencontre pas de résistance de la part des élèves. Ceci n'est finalement pas étonnant puisque nous sommes restés dans un contexte déterministe où la solution au problème posé se construit sur des outils bien identifiés : fraction, proportionnalité, représentation des nombres sur la droite graduée. En outre, elle rencontre l'intuition commune bien installée chez les élèves que si on a 2 chances sur 5 de tirer une boule verte, on doit normalement retrouver à peu près la même proportion de boules vertes dans les tirages effectués* ». Et il conclut *« toute la question est dans le normalement et l'à peu près ».*

3.1.4 Troisième partie :

Le stagiaire propose alors le dispositif suivant : les élèves sont répartis par groupes de 2 (6 groupes et 7 groupes par demi-classe). Chaque groupe dispose d'une bouteille contenant désormais 7 billes. Les bouteilles ont la même composition. Le stagiaire demande d'effectuer 5 tirages et de conclure, puis de rajouter 10 tirages, puis 30, 50, 70, 90.

Les résultats sont reportés sur un graphique et complétés par des résultats préparés par le stagiaire sur ordinateur. A la fin de cette troisième partie, le stagiaire conclut : *« La confiance que l'on peut attribuer au résultat statistique pour en inférer le contenu de la bouteille à l'aide d'un calcul de probabilité, augmente avec le nombre de tirages. »*

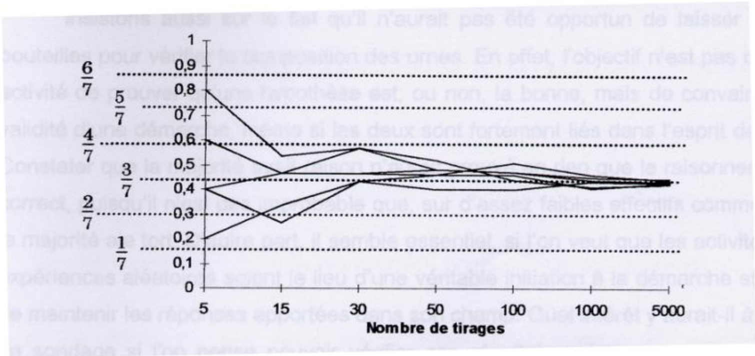


Figure 4. –Résultats reportés sur un graphique.

3.1.5 Quelques constats :

La fiche donnée lors de la première partie évoque d'emblée la notion de tirage, d'expérience et propose un questionnaire. Si l'on comprend les raisons pour lesquelles un jeune collègue s'entoure de garanties pour bien organiser sa classe, nous constatons en même temps que certaines étapes décrites dans la recherche d'origine ne font pas l'objet d'une étude. Les savoirs sont supposés déjà là (tirages, séries de tirages, cumul des résultats d'expériences en particulier). Il est difficile, pour un jeune collègue, de considérer que ces savoirs apparemment évidents ne le sont peut-être pas. Nous montrerons, dans les observations conduites en 2003, qu'il y a des savoirs à construire à ce moment et que les élèves de seconde ont des comportements proches d'élèves nettement plus jeunes à quelques différences minimes près, ce qui interroge sur l'opportunité à ignorer effectivement ces étapes.

Le travail d'évaluation du risque n'a pas été abordé. Par contre, le travail sur les intervalles de décision a fait l'objet de la deuxième et de la troisième partie.

4 DESCRIPTION ET ANALYSE DES SÉQUENCES DE CLASSE DANS L'ÉTUDE DE 2003

4.1 Les conditions de l'activité

Nous avons travaillé de la façon suivante : lors de réunions préparatoires, le professeur a pris connaissance de l'activité initiale de l'école primaire. Nous avons ensuite construit un protocole a priori. Notre collègue a proposé de modifier la consigne de travail. C'est sur la base de sa proposition que nous avons commencé le travail.

Pour des raisons liées à la conjoncture française de juin 2003 dans les lycées, nous n'avons pu conduire que trois observations de une heure chacune. Le travail sur une bouteille de 7 billes n'a pas pu être abordé. Toutefois, nous avons pu observer un ensemble de faits dont nous pensons que leur analyse sera utile pour la prochaine expérimentation.

Les deux premières séances ont consisté à poser un problème [étudié en détail après] dans le milieu matériel bouteilles-billes.

La troisième séance a mis en jeu des outils de simulation (informatique) afin que les élèves puissent disposer d'informations statistiques leur permettant de mettre à l'épreuve des conjectures qui sont apparues surtout lors de la deuxième séance.

4.1.1 Première séance

Les élèves sont répartis par groupe de quatre et disposent de bouteilles ayant 5 boules : des rouges et des vertes. Les bouteilles n'ont pas toutes la même composition. Le professeur ne connaît pas les contenus des bouteilles, ce qui permet à celui-ci de maintenir plus aisément l'aspect a-didactique de la situation.

La consigne prévue est :

« On va considérer que vous êtes en quelque sorte des prévisionnistes. Un client s'adresse à vous et vous demande un sondage. Qu'est ce que c'est qu'un sondage dans ce dispositif ? Par exemple, un sondage de taille 10 , cela veut dire que l'on interroge 10 fois la bouteille. Il a besoin que vous lui disiez le résultat de ce sondage de 15 tirages et, en plus, il a besoin de savoir si vous êtes moyennement sûrs, assez sûrs ou au contraire tout à fait sûrs ».

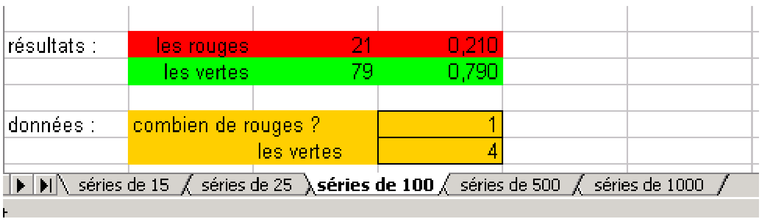
Lors de cette première séance, les élèves étaient répartis par groupes de 4. Nous avons pu observer une grande similarité avec les comportements des élèves de CM2. Les premiers constats se font : « il y a des rouges et des vertes », puis l'obéissance à la consigne fait que les élèves font des séries de 10 tirages. La fluctuation des résultats obtenus constitue le moteur qui va permettre d'augmenter le nombre de tirages. Le va et vient entre le passé (les faits observés) et ce que l'on veut vérifier (l'expérience construite, c'est-à-dire l'expérimentation) montre à la fois l'incertitude et le début de régularités qui incitent à recommencer et à augmenter le nombre de tirages. Les élèves cherchent en fait à connaître la composition de leur bouteille.

4.1.2 Deuxième séance

Le dispositif de classe est le même. Le professeur fait le point de la séance précédente et propose alors : « *Je garde en tête ma question initiale, mais il me semble que l'on pourrait aujourd'hui, essayer de voir si l'on pouvait avancer sur le contenu des bouteilles* ». Cette nouvelle consigne clarifie le travail. A la différence des élèves de CM2, les élèves de seconde sont vite conscients de la possibilité de mettre en place des raisonnements. L'ouverture de la bouteille (demandée en CM2) ne fait plus l'objet de demandes pressantes. Les premières conjectures apparaissent : nous étudions cela dans le paragraphe 4-2-3.

4.1.3 Troisième séance

A la fin de la deuxième séance les élèves sont convaincus de certaines régularités et font l'hypothèse que « *plus on fera de tirages, plus on pourra affirmer des compositions de bouteilles avec certitude* ». Ils ont fait des déclarations à propos des intervalles de confiance. Il est plus facile de décider de la composition de 4R,1V puisque l'intervalle [0,7 ; 1] est plus grand que l'intervalle [0,5 ; 0,7] qui permettrait de décider 3R,2V. Afin de mieux expliciter ces nouveaux savoirs d'expériences, le professeur propose un travail à l'aide d'un programme effectué sur Excel : l'élève entre une composition de bouteille et demande 15, 25, 100, 500 ou 1000 tirages. Le programme propose le résultat de ces tirages avec effectif et fréquence.



résultats :	les rouges	21	0,210
	les vertes	79	0,790
données :	combien de rouges ?		1
	les vertes		4

séries de 15 / séries de 25 / **séries de 100** / séries de 500 / séries de 1000

Tableau 5 : Ecran de travail (sous Excel) de la troisième séance.

Afin de mieux tester l'hypothèse : « plus on fera de tirages, plus on pourra affirmer des compositions de bouteilles avec certitude », le professeur propose de mettre sur un graphique en abscisse le nombre de tirages, en ordonnée le résultat d'un expérience (statistique) et ce qui constitue de leur point de vue la meilleure hypothèse à avancer. C'est ainsi que les élèves proposent de matérialiser par une droite parallèle à l' « axe des x » ce qui, pour l'observateur, constitue un début de travail probabiliste. Le sentiment de la probabilité porte sur la sûreté de la convergence.

A ce moment de l'expérimentation, les élèves ont donc compris l'existence de régularités malgré les aléas de l'expérience statistique. En effectuant un « bon nombre » d'expériences, les élèves vont disposer d'un outil leur permettant de commencer à formuler des hypothèses prenant en compte le risque dans une prise de décision en fonction du nombre de tirages.

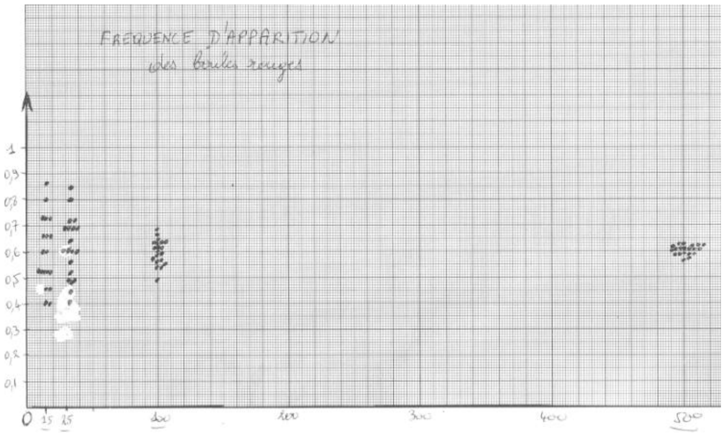


Tableau 6 : Travail d'élève sur la composition 3V 2R : séries de 20 expériences pour 15, 25, 100, 500 tirages.

Dans le travail ci-dessus, un groupe d'élève prend comme objet d'étude l'intervalle de confiance [0,4 ; 0,7]. Le dispositif expérimental permet de quantifier statistiquement l'évolution du risque en fonction du nombre de tirages : ici, 9 expériences de 15 tirages sur 20 expériences conduisent à une hypothèse fausse sur le contenu de la bouteille, 8 sur 20 conduisent à une hypothèse fausse pour 25 tirages, 1 sur 20 conduit à une hypothèse fausse pour 100 tirages, aucune pour 500.

4.2 Notre étude

4.2.1 Etude des raisons de la transformation de la consigne de l'activité initiale et des effets de cette transformation.

Le professeur ayant une connaissance de la recherche de 1975 décide, lors de la préparation de sa séquence de modifier la consigne. Nous examinons maintenant quelles « bonnes raisons » [GOIGOUX 2000] celui-ci a eues de transformer la consigne de travail et quels ont été les effets observables de cette modification. Nous voyons plusieurs raisons d'origines différentes :

- La position du professeur par rapport aux documents d'accompagnement des programmes. Dans le fascicule d'accompagnement des nouveaux programmes de seconde, page 46, il est écrit ceci :

« Une urne contient une proportion p inconnue de boules numérotées (1, 0). Tout ce que l'on peut faire pour connaître p est de tirer des boules (tirage avec remise). Si on fait n tirages et que l'on recueille la fréquence de 1 obtenue, quelle information cela apporte sur p ?

On appellera ici sondage de taille n dans une urne l'expérience consistant à faire n tirages avec remise dans cette urne.

Le résultat d'un sondage est un échantillon de l'expérience qui consiste à tirer avec remise une boule dans une urne et à regarder son numéro. Dans la pratique réelle des sondages, où un tirage au hasard d'individus dans une population importante est matériellement impossible, on remplace ce tirage par le choix d'une sous-population, appelée échantillon de cette population ou échantillon représentatif de cette population. »

Ce texte évoque la « pratique réelle » pour présenter un « sondage » comme moyen de faire rencontrer aux élèves une version intuitive de la loi des grands nombres. Il n'est pas simple de rapprocher la définition du sondage au sens du troisième paragraphe de ce texte de celle du deuxième paragraphe : dans les urnes, sur quelle population sondage s'effectue-t-il ? Si le terme sondage peut être, à la rigueur, utilisé avec les professeurs, l'usage de ce terme avec les élèves peut s'avérer être à l'origine de malentendus. La consigne donnée alors par le professeur de notre étude met les élèves en face de l'interprétation d'un terme dont ils ont connaissance dans leurs pratiques sociales sans pour autant qu'il puisse trouver sa signification dans le contexte de l'activité proposée. La pression sur le professeur induite par sa lecture du document d'une part, sa connaissance du domaine d'étude d'autre part, le conduit ici à habiller en termes de sondages une simulation, sans que cet habillage soit ici nécessaire.

- La position du professeur par rapport à l'intérêt mathématique de la situation proposée.

Lors de la préparation de la première séquence, nous avons jugé utile d'organiser un habillage de la situation qui rapproche les élèves de ce qu'ils sont censés avoir déjà côtoyé dans leur vie d'adolescent : d'où le scénario assez classique de la commande à un institut de sondage [CHEVALLARD 2003]. Il est apparu en effet au professeur que la demande consistant à deviner le contenu des bouteilles risquait d'être un peu intenable pour lui-même. *(« Ils sont bien grands pour accepter ce jeu tel quel.»*). Nous avons déjà évoqué cette difficulté qui renvoie à toute une conception des séquences de mathématiques au collège et au lycée en France.

- Pourquoi le choix de 15 ? Dans l'analyse a priori, le choix de 15 tirages a été fixé parce qu'il assurait suffisamment de variabilité pour que les élèves détectent des tendances. Du coup, ce choix imposait d'effectuer une série de tirages pour des raisons didactiques, comme d'ailleurs dans le travail du stagiaire PLC2, ce qui n'était pas le cas de la recherche initiale.

- Quelques conséquences : la transposition de la recherche de 1975 à ce travail a donc eu pour effet la modification profonde de la consigne, ce qui n'avait pas été le cas avec le stagiaire PLC2. Les effets de ces modifications sont visibles : les élèves confondent les sondages et les tirages, et rapidement vont trouver dans le lien entre la composition de la bouteille et les résultats expérimentaux (au bout de 7 minutes) un moyen d'effectuer une tâche mieux définie, tâche que le professeur refusera d'encourager, puis acceptera implicitement lors de la fin de la première séance et qu'il reprendra explicitement à son compte lors de la consigne de travail de la deuxième séance.

Dès le début de la séance, le professeur dit : *« tu penses que l'on ne peut pas prévoir de solution »*. L'ambiguïté s'installe vite. Qu'est ce qu'une solution dans ce milieu ?

Le professeur assortit sa commande de sondage d'une qualification (très sûr, sûr, moyennement sûr). De ce point de vue, il signifie implicitement le lien entre un résultat purement statistique et une inférence.

Pour autant, ces deux consignes très différentes provoquent le même effet : tous les élèves conviennent que la recherche du contenu de la bouteille est la première tâche à se fixer. Le milieu matériel a joué son rôle de régulateur.

4.2.2 Qu'est-ce qu'une expérience ?, une expérience reproductible ?

Le terme « expérience » revêt au moins trois significations (expérience immédiate : éprouver ; expérience acquise : sagesse, habitude ; expérience construite : expérimentation.). C'est dans cette dernière acceptation (situation d'apprentissage) que nous nous plaçons, même si les première confrontations avec la machine de hasard furent des « expériences immédiates » (situation de référence).

Une des principales questions que pose la didactique est de comprendre quelles expériences, au sens « expérience construite », promouvoir pour diffuser telle ou telle connaissance. *« On peut accéder à la connaissance d'un domaine en questionnant directement le monde et en la redécouvrant en en faisant pour soi-même l'expérience. Mais on peut aussi avoir un accès à la connaissance de ce domaine par l'intermédiaire des* savoirs*. Cet accès permet de faire l'économie d'une part très importante des expériences qu'il y aurait à faire pour reproduire cette connaissance. Mais en même temps il n'est que très partiel et ne saurait se substituer entièrement à une expérience du domaine de la connaissance en cause. En particulier il y aura déperdition de sens, car les savoirs ne sauraient restituer sans altération tout le sens d'une connaissance ».* [CONNE 1997].

Le travail que nous effectuons ne se situe pas dans une démarche empiriste [THUILLIER P. 1983] qui valoriserait la vérification dans le milieu matériel des conjectures effectuées : on n'ouvre pas la bouteille. En faisant référence à la théorie des situations nous pouvons envisager de traiter l'enseignement des statistiques comme tout autre champ des mathématiques : il s'agit de construire un milieu « adéquat » et des situations en sachant que celles-ci ne recouvrent que rarement les savoirs tels que ceux répertoriés dans l'institution et que les élèves construisent des savoirs à partir de leurs propres connaissances, de leurs conceptions, de ce qu'ils pensent être des vérités, en commettant des erreurs, en ayant à vivre avec des obstacles.

Dans le cas présent, le dispositif utilisé, de la machine de hasard, permet aux élèves de constater des faits. Le travail sur les expérimentations à conduire apparaît alors comme résultant des premières affirmations, des premières conjectures, déclarées par les élèves dans les moments de formulation. Vont se construire un ensemble de conjectures dont le professeur aura à se saisir pour faire vivre la curiosité et dépasser ainsi la demande d'ouverture de la bouteille. Le professeur entretien une relation privilégiée avec le savoir (par exemple, ici, savoir que le risque est objet d'étude) alors que l'élève est en relation éventuelle avec ce savoir. *« Il peut être (ou* *non) potentiellement atteint par ce savoir.* » [MARGOLINAS C.1993].

Dans ce cadre, le rôle du professeur est déterminant dans les relances, les recours à une nouvelle expérimentation, le maintien des enjeux. Le milieu a-didactique, quelque soient les formes de ses réalisations dans le cadre de l'ingénierie, n'est pas un milieu matériel du point de vue théorique. Le milieu a-didactique doit avoir (ou pouvoir prendre) la signification d'un milieu mathématique. Le professeur y contribue fortement. Le contexte d'une machine de hasard rend sa tâche plus délicate. Nous étudions les difficultés spécifiques plus loin dans cet article.

Effectuer un recueil de données statistiques ne constitue donc pas a priori une expérience construite. Nous pourrions parler tout au plus d'essais. Pour que, petit à petit s'installe l'idée d'une expérience, il va falloir que des régularités et de l'incertitude soient prises comme objet d'étude par les élèves, qu'ils décident d'une expérimentation[8] et, qu'à terme, ils y reconnaissent une activité mathématique. Ce sont là des manifestations de connaissances.

Prenons un exemple : pour qu'un élève puisse passer d'un constat à une prévision en vue d'une expérience à faire, il est nécessaire qu'il construise le concept d'expérience identique, d'expérience reproductible. En particulier, la définition d'un échantillon va dépendre de l'idée que se fait un élève d'une expérience. Qu'est ce qu'un échantillon ? Dès le début de l'expérimentation, une élève signifie clairement qu'elle prend en compte, dans l'expérience qu'elle conduit, l'ordre d'apparition des billes : *« on trouvera deux fois le même ordre »*. Pour progresser dans le travail proposé, l'élève est conduite à passer des « échantillons » RVVRVRRVVRRRVRV et VVRRVVVRRVRRVRR à l' « échantillon » 8R et 7V. Or cette construction n'est pas immédiate. Un échantillon peut être, pour une observation effectuée, la suite des tirages effectués, par exemple : RVVRVRRVVRRRVRV (1). Il peut aussi être reconnu comme 8R, 7V (2). On ne réfère pas au même milieu. Or, dans le prolongement de sa consigne, le professeur dit *« on lui [la bouteille] demande 10 fois son avis et on note ce qu'elle a dit… sur un sondage taille 10 il va peut être sortir 8 rouges et 2 vertes, est ce que tout le monde comprend ? »*. Il postule l'identification des deux résultats. Dans un

---

[8] L'expérience est le « juge de paix » au verdict duquel doivent se soumettre une conjecture, un modèle implicite qui explique l'action (modèle implicite d'action). Quand elle est construite par le sujet qui souhaite voir son modèle ne pas être remis en cause, l'expérience se nomme expérimentation (expérience méthodiquement construite).

cas, ce sont des données objectives issues d'un essai, dans l'autre cas, un modèle est en place : celui qui consiste à identifier deux essais différents comme produisant un même résultat.

4.2.3 Les conjectures et leur environnement de traitement didactique

Nous avons repéré au moins trois familles de conjectures :

- La première (découverte du lien entre fréquence et composition de la bouteille) apparaît très rapidement : « s'il y a plus de rouges [dans la bouteille], il y a plus de chances qu'elles viennent. »

- La deuxième (prévisions moins risquées pour les compositions 4,1 et 1,4) apparaît plus tard : une élève affirme que si *« l'on a affaire à une bouteille de composition 4,1 alors la décision va être plus facile à prendre »*.

- La troisième apparaît de façon plus diffuse d'abord : *« C'est bizarre comme truc, cela change à chaque fois, c'est pas prévisible, à moins qu'on le fasse 1000 fois …»*, puis plus précisément : la loi des grands nombres, en acte : *« il me semble que plus on fait de tirages, plus on aura un chiffre moyen qui sera donc plus des moyennes donc plus proche de la réalité…, plus on fait de tirages, plus on se rapproche de la réalité »*.

La mise à l'épreuve de ces trois conjectures ne peut s'effectuer en classe de seconde que par l'expérimentation. La deuxième peut être traitée plus précisément à l'aide de représentations graphiques. L'intervalle de décision pour la composition 4,1 est [0,7 ; 1[, soit une amplitude de 0,3 alors que l'intervalle de décision pour la composition 3,2 est [0,5 ; 0,7] soit une amplitude de 0,2.

La troisième fera l'objet d'investigations, mais nous ne pourrons démontrer la consistance de ces conjectures. Il s'agit là d'une rupture d'habitudes dans l'activité mathématique d'un élève de lycée.

4.2.4 Les difficultés du professeur à prendre en compte les opinions et les découvertes des élèves.

Un élève affirme en première séance que : *« avec le hasard on ne peut rien prévoir »*, alors que d'autres commencent à faire les conjectures que nous venons de voir. Il reste sur cette position. Pendant un temps, cela va constituer une difficulté pour le professeur, même si celui-ci sait, qu'à terme cela devrait probablement se réguler. Nous étudions ce cas plus en détail après.

C'est donc bien le retour incessant à des prévisions qui va assurer la régularisation de l'apprentissage et faire vivre ces découvertes. On est dans les mêmes conditions que dans une situation a-didactique plus classique, avec une incertitude nouvelle déjà évoquée, et des questions qui renvoient à un domaine des mathématiques avec lequel le professeur est moins familiarisé.

4.2.5 Types d'usages de mots proches du vocabulaire des probabilités et des statistiques.

Cette activité côtoie des situations déjà contaminées par des connaissances spontanées de la culture populaire. Nous étudierons donc les mots « probabilité », « fréquence », « statistiques », « sondage », « prévision », « chance », et leur sens attribué par les élèves au cours des trois séances.

a) Probabilité

Séance 1 :

Dans cette séance, un élève affirme : *« Il faut calculer la probabilité de chance que l'on tombe sur une boule rouge ou sur une boule verte »*. Cette phrase vient après un travail très structuré sur les fréquences et nous pouvons rapprocher la « probabilité » de « fréquence calculée en pourcentage ».

Un autre élève déclare *« tout ce que l'on peut faire c'est des probabilités »*, puis *« les probabilités, ça peut être complètement le contraire…ça se vérifie n'importe quoi »*. On peut faire l'hypothèse que le terme n'est pas utilisé comme référence à un domaine des mathématiques, mais plutôt à la place de imprévisible.

Le professeur est alors dans une posture délicate : *« ce que l'on peut faire c'est des probabilités alors le mot, je sais pas comment on peut l'utiliser, mais tout le monde comprend bien que l'on parle de choses probables, peu probables etc. »*. Il ne peut donner à ce moment là de définition. Il replace le terme dans son usage courant, différent de l'usage fait en mathématiques.

Séance 2

Lors de cette séance, le terme réapparaît : *« Si cela change, par exemple si on a 4 perles rouges sur les 5, c'est logique qu'il y est plus de rouges qui tombent, il y a plus de probabilité »*. Le terme est ici utilisé pour signifier la fréquence attendue. Il se rapproche de la définition mathématique.

Un autre élève déclare : *« moi je pense que l'on ne peut pas prévoir , mais il y a des probabilités quand même »*. Le terme renvoie ici plutôt à « tendance ». L'élève constate des régularités.

Conclusion : nous repérons finalement trois sens différents : le sens populaire : les « chances », la « fréquence », et la « tendance » qui annonce un sens plus proche du sens mathématique.

b) Fréquence :

Séance 1

Un élève déclare *« maintenant on calcule la fréquence de rouge et la fréquence de verts et après on met en pourcentage* ». Sur leurs productions écrites, les élèves font le recensement du nombre de sorties des billes vertes et des rouges. Le terme fréquence a ici pour signification « nombre d'apparitions ».

Autre déclaration : *« cela n'a rien à voir la fréquence, ou les boules rouges vont venir, avec le nombre de boules vertes et rouges dans la bouteille »*. La fréquence sert ici à traduire un refus d'accepter le lien entre la composition de la bouteille et les résultats des tirages. Comme précédemment, fréquence signifie « nombre d'apparitions ».

Enfin : *« dans une fréquence de 15 on a fait plus de rouge que de vertes, l'autre on a fait plus de vertes que de rouge »* . Ici, le terme pourrait être remplacé par « série de tirages ».

Séance 2

…« moi je pensais hier que le nombre de…la fréquence des boules rouges par exemple s'élevait….. dans la bouteille, il y en a qui pensaient que c'était le hasard mais… ». Ici, le terme signifie le « nombre de tirages » de rouges.

Séance 3

Le professeur s'assure que les élèves savent calculer une fréquence : or, l'extrait montre que des élèves ne donnent pas de sens aux opérations qu'ils font.

Le professeur : *«200 tirages avec 120 boules rouges, quelle fréquence ? »*

réponse : *« 2.4 »…*

Conclusion : le terme de « fréquence » est souvent associé à « nombre d'occurrences » de tel événement. Une fois, il a été employé à la place de « série de tirages ». Le travail de calcul sur les fréquences montre bien que, pour les élèves, la fréquence n'a aucune raison d'être un nombre compris entre 0 et 1.

c) statistique(s)

Ce terme n'apparaît pas dans notre étude chez les élèves. C'est en fin de troisième séance que le professeur en parle lorsqu'il s'agit d'apporter des mots pour signifier plus précisément les concepts.

d) sondage

Le professeur utilise souvent le terme puisqu'il est dans la consigne. Sans reprendre toutes les occurrences de l'usage de ce terme par les élèves, voici des cas représentatifs :

« moi je pense que l'on aurait pu faire 1000 fois le sondage avec toujours une majorité de rouge mais au bout de 1001ème fois il y aurait une majorité de vertes », ou *« Selon le sondage, on peut dire qu'il y a deux fois plus de boules vertes que de boules rouges ».* Le sondage correspond à un « relevé de données ».

« Il faut calculer la probabilité de chance que l'on tombe sur une boule rouge ou sur une boule verte. On ne peut pas savoir. Non, pour l'instant on nous demande un sondage ». Ici, le sondage n'a plus le même statut : il a plutôt valeur « d'estimation possible ».

« Si on suit ce sondage, deux fois plus de vertes que de rouges mais…oui, c'est le problème des sondages. ». Le sondage correspond à un « relevé de données » et l'élève s'en sert pour conjecturer (modèle probabiliste)

Séance 2 :

Là encore, voici un extrait. Un élève déclare : *« On dit que ce n'est pas possible qu'il y ait 50 rouges et 50 vertes mais comme c'est un sondage, il peut y avoir 4 vertes et 1 rouge par exemple et la verte elle peut tomber 50 fois et les rouges 50 fois ».* Réponse d'un autre élève : *« quand on parle de sondage oui, mais quand on parle du nombre de billes … »*

Le professeur peut alors intervenir : *« Aurélie a raison de préciser quand on parle du sondage, sur 100 il peut y avoir 50 rouges et 50 vertes, pour la composition de la bouteille il ne peut pas y avoir autant de boules rouges que de vertes ».* Le débat explicite ici la non conformité exacte (en général) entre le sondage et la composition de la bouteille

Autre déclaration : *« On a fait 10 sondages sur 10 et après on a tout additionné comme si on avait fait un tirage de 100* ». On peut opérer sur des sondages pour construire un nouveau sondage.

Conclusion : le terme définit tantôt un relevé de données statistiques, tantôt une action, tantôt une estimation conçue. Selon les cas, ces sondages vont appuyer un début de raisonnement probabiliste ou non.

e) prévision : ce terme n'est repéré qu'une fois dans le script, mais prévisible, prévoir apparaissent. Prenons quelques exemples de déclarations : *« C'est bizarre comme truc, cela change à chaque fois, c'est pas prévisible, à moins qu'on le fasse 1000 fois …», « justement le principe du hasard, c'est que l'on ne peut rien prévoir » « Les prévisions , les méthodes, n'affirment rien » « la répartition des boules c'est cela, l'idée de prévoir c'est un autre problème » « moi je pense que l'on ne peut pas prévoir , mais il y a des probabilités quand même ».*

Conclusion : dans chacune de ces occurrences, le terme prévoir a le sens d'une « prévision exacte », qui serait issue d'un résultat dans un système déterministe. La force de la culture mathématique est patente ici alors que les élèves ont tous entendus parler de prévisions. (Prévisions météorologiques par exemple).

f) chance : examinons quelques emplois de ce terme.

Séance 1

- Le terme chance signale souvent une démarche probabiliste : *« s'il y a plus de rouge, il y a plus de chance qu'elles viennent »*, ou bien *« C'est du hasard, n'importe quoi, n'importe quand… », « mais non, il y a quand même plus de chances », ou bien : « oui , non, c'est possible mais il y a pas beaucoup de chances que cela fasse cela quand même ».*

- Quelquefois, les deux termes sont employés ensemble : *« Il faut calculer la probabilité de chance que l'on tombe sur une boule rouge ou sur une boule verte… »*

- On note aussi la confusion entre chance et événement observé :

Un élève : *« non mais on a fait 100 essais. Il y a 63 chances de tomber… »*. Le professeur rectifie : *« Ce sont des essais que vous avez faits, ce ne sont pas des chances »…« vous avez fait 100 tirages il y en a eu 63 de rouges et 37 de vertes, ce ne sont pas des chances c'est la réalité »*

Séance 2

Le terme chance peut porter sur le risque que l'on prend lorsque l'on décide : *«…car puisque l'on fait plus de tirages on a moins de chance de se tromper ».*

	Sens	**Remarque**
Probabilité	Sens populaire « les chances », mais aussi, la fréquence, la tendance, un domaine scientifique flou, et enfin un sens proche du sens mathématique.	Forte polysémie.
Fréquence	Nombre d'occurrence de tel événement. (confusion entre l'absolu et le relatif).	Le travail de calcul sur les fréquences montre bien que, pour les élèves, la fréquence n'a aucune raison d'être un nombre compris entre 0 et 1.
Statistique	Non utilisé	
Sondage	le terme définit tantôt un relevé de données statistiques, tantôt une action, tantôt une estimation conçue.	Selon les cas, ces sondages vont appuyer un début de raisonnement probabiliste ou non.

Prévision	Prévision au sens déterministe exclusivement	Risque d'incompréhension avec le professeur : obstacle épistémologique.
Chance	Probabilité (en acte), événement, risque.	

Tableau 5 : Tableau récapitulatif

4.2.6 Repérer les moments de discours épi-mathématiques.

Nous faisons l'hypothèse que les moments épi-mathématiques entretenus par le professeur sont plus fréquents en statistiques que dans d'autres domaines de mathématiques, mais nous devons l'étudier plus précisément. Notre hypothèse se fonde sur le besoin des professeurs de justifier l'activité proposée comme étant « digne » d'une activité mathématique.

Le professeur dit *« C'est ça est-ce que vous êtes sûrs ou…. Je vais vous dire si l'on vous fait travailler sur quelque chose c'est justement sur cela, qu'est ce qu'une machine qui fournit du hasard, est-ce que l'on n'est absolument sûr de rien, ou bien est ce qu'il y a une méthode pour se faire une idée dont la façon dont les choses fonctionnent ? »*

Le professeur doit aussi négocier l'usage populaire des mots par rapport à un usage expert qu'il ne peut pas (encore) institutionnaliser : nous avons déjà évoqué le professeur reprenant la déclaration d'un élève : *« ce que l'on peut faire c'est des probabilités… alors le mot, je ne sais pas comment on peut l'utiliser, mais tout le monde comprend bien que l'on parle de choses probables, peu probables etc. »*

Plus tard, il montrera sa conception des probabilités *: « Tous les résultats vont se répartir autour de cette valeur* [NDLR la probabilité 0,4], *alors il y a une théorie mathématique qui l'explique c'est la théorie des probabilités. Ce que vous avez fait, vous, c'est une autre partie, vous avez fait des statistiques et les statistiques corroborent. On regarde quel est le lien entre les statistiques et les probabilités. Pour l'instant des probabilités vous ne pouvez pas en faire, vous en ferez en première et vous en ferez en terminale. Ce que l'on essaye de faire c'est de comprendre le lien qu'il y a entre cette hypothèse (le 0,6 et le 0,4) et ce que l'on observe réellement ».*

4.2.7 Savoirs mathématiques annexes sollicités dans ces séquences

Il ne s'agit pas de trouver dans cette partie une justification externe de l'enseignement des statistiques. N'y aurait-il « que » le travail sur les questions relatives aux croyances erronées des élèves, à la construction d'un raisonnement sur des modèles stochastiques que les enjeux seraient suffisants. Pour autant, quels autres savoirs mathématiques sont sollicités ?

Lors des premières séances, les élèves organisent peu à peu leur recueil de données. Très vite, les pourcentages sont utilisés. La fréquence est abordée comme moyen de s'émanciper (provisoirement) du nombre de tirages. On a vu que cet objet mathématique était à construire.

Lors des séances suivantes, le cadre des représentations graphiques permettant le recueil d'expériences et des prévisions permettra de commencer à avancer des hypothèses sur des essais ultérieurs, leur conférant ainsi le statut de quasi-modèle.

Enfin, mais ce n'était pas notre but, le programme de simulation sur Excel pourrait être à un domaine à la charge des élèves.

4.2.8 Conditions non-didactiques entourant ce travail.

Lors de la première séance, une élève s'étonne : *« c'est bizarre, ce n'est pas prévisible »*. Prévisible est utilisé ici au sens déterministe. Ce n'est pas exactement prévisible, mais peut-être un peu serait-on tenté de dire. Lors du débat qui se passe entre le professeur et le groupe dans lequel est cet élève, un autre élève, montre d'emblée son scepticisme à pouvoir avoir prise sur le dispositif. Dans ce groupe, les autres élèves vont aller dans son sens et lorsque le professeur leur dit « *mais rien n'est sûr* », un élève répond *« oui, c'est le problème des sondages* » et le groupe ne donne à voir à la classe qu'un résultat statistique bien que la formulation laisserait croire à une projection sur le contenu de la bouteille : *« entre 0 et 40% de vertes* ». D'ailleurs, le professeur répond *« je l'écris mais je ne sais pas trop ce que cela veut dire… 40% de vertes ».* Dans ce groupe, un élève affirme : « *justement le principe du hasard, c'est que l'on ne peut rien prévoir* ». Il va refuser d'entrer dans l'activité, allant jusqu'à déclarer : *« oui, on ne peut pas deviner à moins que l'on soit dieu ou quelque chose comme ça »*. Tout au long de cette première séance, il ne s'impliquera pas dans le travail, refusant toute prise en compte des premières conjectures des membres de son groupe. Ce comportement est d'ailleurs assez aisé à tenir à ce moment puisque les conjectures sont par nature, dans ce cadre statistique, sujettes à l'aléa. On peut faire l'hypothèse que cet élève ne reconnaît pas dans cette activité une activité mathématique au sens où il l'imagine : *« pour structurées qu'elles soient, par leur cadrage didactique, les situations scolaires ne sont pas coupées de la culture de ceux qui y participent »* [CLANCHE ET SARRAZY 2002]. Lors de la deuxième séance, Cet élève ne vient pas et les autres élèves de son groupe vont changer d'attitude et affirmer qu'ils n'étaient pas solidaires de celui-ci.

Nous faisons l'hypothèse que l'assujettissement des élèves à une forme culturelle des mathématiques d'une part (déterministe) crée de fait une distance entre mathématiques et statistiques et constitue un obstacle à l'émergence d'une pensée stochastique dans le cadre des mathématiques. La régulation par le milieu (conditions didactiques) permettra, à terme, de régler en partie les questions liées à ces conditions non-didactiques, mais la tâche du moment n'est pas simple pour le professeur.

5 PREMIÈRES CONCLUSIONS

5.1 Les trois travaux

La recherche initiale conduite à l'école élémentaire devait servir de fil conducteur aux deux activités conduites en classe de seconde. Si nous avons fait la narration du travail du mémoire du stagiaire PLC2, c'est parce qu'il nous est apparu que la simple lecture de la recherche première par le stagiaire n'avait pas permis d'éviter de faire appel à une introduction classique de la probabilité (conception première de « 2 chance sur 5 ») et passait sous silence des apprentissages premiers nécessaires à l'installation d'un milieu propice à l'acquisition de savoirs statistiques : concevoir des tirages, des répétitions d'expériences, des ajouts de résultats d'expériences, des ajouts de résultats venant de bouteilles dont on sait qu'elles ont la même composition.

Le travail effectué avec un professeur plus expérimenté a mis en évidence d'autres questions, en particulier la volonté de construire à partir de la situation d'origine une nouvelle situation en accord avec l'âge des élèves et avec les documents d'accompagnement des nouveaux programmes a influé sur la nature de la tâche demandée.

Dans les deux cas, nous faisons l'hypothèse que l'expérimentation initiale est lue comme une activité devant mener à deviner le contenu d'une bouteille, sans plus, ce qui faire dire souvent que c'est une activité connue. Dans le premier cas, le traitement de la situation se fait par un parcours bien balisé par le professeur. Dans le second cas, le professeur revient sur la consigne d'origine lors de la seconde séance et se centre rapidement sur le risque, enjeu suffisant pour tenir en haleine les élèves et les faire progresser.

5.2 Les acquis

Le travail qui a été effectué permet-il de voir les élèves mieux réussir à d'autres exercices sur les probabilités et les statistiques ? Le travail conduit ici n'a pas pu se donner les moyens de répondre à cette question. Dans la recherche initiale avec les élèves du cours moyen deuxième année, les résultats avaient été variables selon les élèves.

Ce travail s'appuie sur des modèles implicites d'actions tels que « toutes les billes ont la même chance de se présenter lors du retournement de la bouteille ». Un élève, en fin de séance trois évoque la possibilité d'une remise en cause de ce modèle : si *« une boule était plus lourde, et tombait plus vite ».* Si nous faisons étudier une expérience dont les issues ne sont plus équiprobables que diront nos élèves ? Pour l'avoir proposé au stagiaire, le résultat est mitigé (PAZAT p.24). Le PLC2 propose aux élèves l'activité de lancé de deux dés. A la question « ai-je plus de chances d'obtenir un total compris entre 2 et 5, ou bien un total égal à 6 ou 7 », certains élèves dénombrent 3 événements favorables dans le premier cas contre 2 dans le second et concluent que le premier événement est plus probable. D'autres difficultés jalonnent donc le travail de modélisation. ici, c'est un travail d'inventaire des événements élémentaires, donc un savoir d'énumération qui reste à développer et qui va se retrouver dans l'analyse combinatoire. Mais nous avons déjà étudié comment de grands mathématiciens (Pascal et Fermat) qui ont été à la base de la construction de la théorie des probabilités ont commis des erreurs identiques [BRIAND 1993], [PARZYSZ et FABREGAS-BECHLER 1999].

6 CONCLUSION

Lors de la recherche de 1975 sur la « découverte des lois du hasard à l'école élémentaire », la communauté des chercheurs de l'époque a pu penser que ce travail allait être rapidement repris, réétudié. Il était envisageable que ce travail et les autres de l'époque, à l'école élémentaire, dans le même domaine, allaient peser sur les décideurs afin que l'enseignement propose une première approche des phénomènes aléatoires à l'école. Tel ne fut pas le cas et ces travaux furent ignorés.

La parution des nouveaux programmes de la classe de seconde donne l'opportunité de reprendre ce travail afin qu'il puisse être le point de départ de nouveaux travaux en lycée et que les questions évoquées à l'époque soient remises en lumière. Nous avons pu, en particulier, dans cette situation, mettre en rapport ce qui vient d'être vu lors d'une expérience, (c'est à dire une statistique), et ce que l'on imagine reproductible avec des régularités et des fluctuations, (donc un modèle stochastique implicite).

Le travail du mémoire du PLC2 et les trois séances en classe de seconde, ont permis d'étudier les modifications qu'une recherche peut subir dans sa transposition au lycée. Notre travail a pu mettre en évidence quelques phénomènes qui nous semblent ne pas être conjoncturels. En particulier, nous avons dû réexaminer le statut de l'expérience, étudier la place des conjectures faites par les élèves et la prise en compte peu aisée de ces conjectures par le professeur. Nous avons abordé les difficultés et les obstacles qui se manifestent à la fois du côté des élèves et du professeur : -difficultés dues à la polysémie des expressions, à la rupture de nature contractuelle devant la situation proposée - obstacles tels que : pensée rationnelle, déterministe acquise par la culture en opposition avec une pensée stochastique primitive, existence de croyances : (chance, loi des séries, fatalisme, …). Le professeur, qui décide de donner un statut pleinement mathématique à ces séances, et non pas un statut de cours « récréatif », n'a pas un rôle facile à tenir. Les élèves ne reconnaissent pas immédiatement dans ce type d'activité une activité mathématique à part entière. Ce n'est d'ailleurs que lorsque les résultats seront organisés en représentations graphiques, dans un environnement de simulation par ordinateur qu'ils accorderont à l'activité le statut d'activité mathématique.

Le professeur doit donc s'engager dans une quête, parfois personnelle, de l'intérêt à s'occuper de statistiques et faire en sorte qu'il permette à des élèves de seconde d'être des citoyens dotés de la culture de l'honnête homme en matière de statistiques. Il doit lutter contre l'idée que les statistiques, « tout le monde en fait un peu ». On a vu que les mots sont déjà utilisés dans les pratiques sociales des adolescents, ce qui n'était pas le cas des élèves de l'école primaire.

Cette expérimentation confirme la difficulté qu'il y a à travailler sur la nouvelle incertitude spécifique aux inférences statistiques. L'objet à mesurer est lui même incertain, cette incertitude est objet d'étude et doit être acceptée dans une modélisation commençante. Mais cette expérimentation confirme la nécessité de confronter en permanence les élèves à une machine simple productrice de hasard, dispositif permettant, à terme de reconnaître statistiquement des régularités et d'en inférer implicitement un modèle probabiliste certes encore primitif à ce stade, mais dont les manifestations statistiques dans les régularités sur la mesure effective du risque que l'on court, orsqu'il s'agit de décider avec des données, laisse entrevoir son existence.

Un dernier regret : celui de voir encore remis à bien plus tard le chantier de la première rencontre des élèves avec les phénomènes aléatoires à l'école primaire ou au collège. D'autres pays ont franchi le pas, pourquoi pas nous ?

RÉFÉRENCES

APMEP (2002), "Probabilités au lycée".

BROUSSEAU (2002) *« Journal of mathematical behavior of children »*, N°20 pp 363-411,

BRIAND (1976) *"Découverte des lois du hasard à l'école élémentaire"* PLOT n°3.

BRIAND (1993) « *L'énumération dans le mesurage des collections* » Thèse Université Bordeaux 1.

BROUSSEAU (1975) *« Une expérience de premier enseignement des statistiques et probabilités »* 26°congrès CIAEM.

BROUSSEAU N et G (1986) *« Le poids du verre d'eau »* Grand N 1986.

BROUSSEAU G. (2004) Conférence Copenhague au congrès ICMI.

CHEVALLARD Y (2003) in *« actes de l 'école d'été de didactique »*

CLANCHE-SARRAZY (2002) *« Approche anthropologique de l'enseignement d'une structure additive dans un cours préparatoire Kanak »* RDM volume 22/1.

CONNE F. (1994) Conférence in *« Actes du XXI colloque inter-IREM, COPIRELEM »*, Chantilly, pp. 3-35. IREM Picardie.

DE FINETTI (1974) « *lettre de Rome* ». CIAEM.

ENGEL A. (1975) *« L'enseignement des probabilités et de la statistique »*. (2 vol.) ed. CEDIC

GLAYMAN M.-VARGA T.(1973) *« les probabilités à l'école »* ed.CEDIC.

HENNEQUIN P.L.(1974) *« Etude d'un problème de décision »* ed. INRDP.

HENNEQUIN P.L (1974) : *« Évolution des critères de décision en situation aléatoire et approche des modèles probabilistes »*. ed. INRDP

IREM BORDEAUX (1975) ouvrage collectif. *« l'enseignement des probabilités à l'école* » cahier 11.

IREM DE LORRAINE (2001) ouvrage collectif. *« Enseignement des probabilités au collège et au lycée. Exemples européens et propositions. »*

IREM DE MONTPELLIER (2001) ouvrage collectif *« Des statistiques à la pensée statistique »*.

LEGAY JM (1997) *« L'expérience et le modèle »* ed. INRA.

MARGOLINAS C. (1993). *« Eléments pour l'analyse du rôle du maître: les phases de conclusion* ». RDM vol. 12/1.

PAZAT N (2002) *« Initiation aux statistiques inférentielles en classe de seconde »* Mémoire PLC2 IUFM d'Aquitaine.

GOIGOUX, R. (2000). *« Comprendre le travail enseignant pour mieux le transformer : les apports de la psychologie et de la didactique* . In ed. DESCO.

GOIGOUX, R. (2000). *« L'analyse des besoins de formation des enseignants du premier degré »*. in Actes du second séminaire national de la direction des enseignements scolaires du Ministère de l'Éducation Nationale. Ed. C.R.D.P. de Versailles.

HENRY Michel (1994): *« L'enseignement du calcul des probabilités dans le second degré. Perspectives historiques, épistémologiques et didactiques »*. Ed. IREM de Besançon

PARZYSZ Bernard & FABREGAS-BECHLER Michèle (1999): *« Une introduction aux probabilités à partir d'une "erreur historique".* Ed.bulletin de la Régionale APMEP de Lorraine n° 58, pp. 7-12.

PIAGET J. et INHELDER B. (1951 *« La genèse de l'idée de hasard chez l'enfant* »). Ed. PUF Paris

THUILLIER P. (1983) *« Galilée et l'expérimentation »* in la recherche en histoire des sciences. Ed.Le Seuil Paris.