



HAL
open science

Eléments pour l'analyse du rôle du maître : les phases de conclusion

Claire Margolinas

► **To cite this version:**

Claire Margolinas. Eléments pour l'analyse du rôle du maître : les phases de conclusion. Recherches en Didactique des Mathématiques, 1992, 12 (1), pp.113-158. halshs-00458309

HAL Id: halshs-00458309

<https://shs.hal.science/halshs-00458309>

Submitted on 20 Feb 2010

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ÉLÉMENTS POUR L'ANALYSE DU RÔLE DU MAÎTRE : LES PHASES DE CONCLUSION^{1*}

CLAIRE MARGOLINAS

INTRODUCTION

Dans cet article, je chercherai à synthétiser certains aspects d'un travail déjà ancien (Margolinas 1989) (§§1 et 2), et à jeter les bases de travaux futurs (§§3 et 4).

Il ne s'agit donc pas d'un compte rendu de recherche, et la plupart des particularités de ce texte proviennent de cette caractéristique. Le lecteur ne trouvera pas ici d'expérience cruciale, il trouvera par contre les questions méthodologiques à la fin, il trouvera des thèses² et des propositions (cet effort d'explicitation présente un risque, car il est plus facile d'être contredit sur des bases clairement énoncées ; j'espère contribuer ainsi au débat scientifique de notre discipline).

Dans le §1, j'aborderai le problème du rôle du maître dans la théorie des situations didactiques ; je montrerai quelles sont les limites de l'usage de la théorie des situations didactiques^{**} pour cette étude. J'adopterai ensuite plus spécifiquement le point de vue de la validation, et je définirai les phases de conclusion et leurs deux modalités antagonistes: phases de validation et d'évaluation (§2).

Les paragraphes qui suivent serviront à donner des exemples d'études et des propositions méthodologiques pour des recherches qui sont en cours ou à venir.

De nombreux problèmes se posent en effet pour l'étude du rôle du maître en phase de conclusion. Ces problèmes proviennent en partie de l'absence de développement théorique de l'analyse a posteriori. J'amorcerai, sur des exemples, des pistes pour l'analyse de la conclusion dans diverses phases (bilan en particulier) et situations (formulation et validation en particulier) (§3).

Je conclurai cette étude de façon ouverte en montrant quelles difficultés méthodologiques spécifiques sont celles de l'étude du rôle du maître en situation didactique, et en avançant quelques résultats méthodologiques sur les situations favorables à ces observations (§4).

1. LE RÔLE DU MAÎTRE DANS LA THÉORIE DES SITUATIONS DIDACTIQUES

Le rôle du maître a été peu étudié dans la théorie des situations didactiques ; il peut s'envisager tout d'abord comme représentant une des places du système didactique (Élève, Savoir, Maître) ; cette première position nous conduit à penser le rôle du maître connue élément d'un triplet, dont la base insécable est l'objet d'étude minimum de la didactique.

¹ Les recherches dont sont issues cet article ont été menées au sein de l'Équipe de didactique des mathématiques et de l'informatique, LSDD-IMAG, Université Joseph Fourier, Grenoble. 1.

* La version électronique de ce texte a été réétablie en 2010, quelques remarques ont été ajoutées à cette occasion.

² «Du grec thesis, action de poser, en particulier poser un principe, une opinion. Dans la langue courante le mot thèse évoque l'Université: "soutenir sa thèse". L'expression est intéressante dans la mesure où cette thèse, qu'on entend poser, manque généralement d'équilibre puisqu'on est obligé de la soutenir.» (Lercher 1985, p.156)

** L'orthographe dans l'article d'origine est *a-didactique*, conformément à l'usage actuel, il a été rectifié en *adidactique* dans tout le texte.

Mais l'élève et le maître sont aussi des individus, dans la réalité de la classe. La modélisation qui en sera faite pourra être plus ou moins adaptée pour interpréter les observations en classe.

Dans ce premier paragraphe, je m'intéresserai tout d'abord à la place du *sujet* dans la théorie des situations, j'analyserai ensuite quelles sont les conséquences de cette modélisation du sujet pour l'étude du rôle du maître, et j'indiquerai enfin quel niveau d'étude didactique nous occupera pour l'ensemble de l'article.

1.1. Le sujet et la situation adidactique

Thèse 1 : *Dans la théorie des situations adidactiques, l'élève est modélisé comme un sujet mathématique.*

Je considère ici la théorie des situations dans ce qu'elle a de plus spécifique: l'étude de la situation adidactique³. Je montrerai d'abord en quoi l'usage de la théorie des jeux nous renseigne sur le modèle du sujet de la théorie des situations adidactiques, puis quelle est la signification du milieu adidactique en relation avec ce modèle du sujet.

Sujet et théorie des jeux

Guy Brousseau se réfère à la théorie des jeux dans l'exposé de la théorie des situations. Quel est le rôle de la « théorie des jeux » pour la théorie des situations de Brousseau ? Comment peut-on caractériser le modèle du sujet dans la théorie des situations ?

L'utilisation de la « théorie des jeux » en sciences humaines n'est pas nouvelle, sa critique non plus. Cette théorie est organisée autour de la notion de « comportement rationnel » (Plon, 1976). Les réductions de choix et la notion même de stratégie ne peuvent s'élaborer *qu'en excluant le sujet psychologique* au profit d'un « sujet-joueur-qui-choisit » (Ibid.).

Dans le cadre de théorie des situations adidactiques, la question est de savoir si une réduction du sujet à un «sujet rationnel» paraît légitime au regard des phénomènes visés par la théorie, et quelles limitations cette réduction implique sur la portée de cette théorie.

En effet, le fait d'opérer une réduction n'est pas un défaut, mais encore faut-il que celle-ci puisse se justifier par rapport à l'objet auquel elle s'applique et qu'il soit possible de définir son domaine de validité.

Milieu mathématique

Le milieu adidactique introduit par Brousseau, quelles que soient les formes de ses réalisations dans le cadre de l'ingénierie, n'est pas un milieu matériel du point de vue théorique.

Le milieu adidactique doit avoir (ou pouvoir prendre) la signification d'un «milieu mathématique».

Même dans le cas où une situation particulière repose sur l'utilisation d'un milieu matériel, ce milieu ne sera pas considéré dans toute sa complexité, et on ne retiendra de lui que ses caractéristiques «mathématiques». Le mot mathématique signifie ici: ce qui est mathématiquement pertinent dans la situation.

Dans l'exemple suivant, cette propriété du milieu est ici mise en lumière dans l'effet produit par sa non prise en compte par les élèves.

Il s'agit du problème du « puzzle » décrit dans Nadine et Guy Brousseau 1987, pp. 137-140. A partir d'un puzzle en carton, les élèves doivent construire un nouveau puzzle « semblable », plus grand que le modèle, en respectant la consigne suivante : « Le segment qui mesure 4 centimètres sur le modèle devra mesurer 7 centimètres sur votre reproduction. » (p. 138).

³ La question de savoir si le modèle du sujet est le même dans l'ensemble de la théorie des situations, ou s'il est spécifique à la théorisation des situations adidactiques ne sera pas abordé ici.

Ce problème est difficile pour les élèves. Il leur arrive parfois d'engager une stratégie (multiplier par 2 et enlever 1) qui donne un puzzle qui ressemble beaucoup au modèle, mais dont les morceaux ne se raccordent pas tout à fait.

«Alors quelquefois, les enfants se tirent d'affaire en donnant par ci, par là quelques coups de ciseaux de manière à raccorder tous les morceaux. Si la plupart d'entre eux sont conscients de la roublardise, certains, cependant, croient qu'ils détiennent la bonne solution. L'enseignant est obligé, pour ceux-là, de faire rétablir la vérité.» (Ibid., p.140, c'est moi qui souligne)

page 118

Nous voyons ici que si les enfants persistent à concevoir la tâche comme un problème matériel (obtenir un puzzle qui va à peu près), leur relation au milieu n'est pas adidactique et le maître doit intervenir. Cette intervention est nécessaire car l'enseignant a délégué l'intention d'enseigner au fonctionnement adidactique d'une certaine situation. Si cette situation est modifiée par l'élève d'une façon non conforme, le maître doit agir de manière à permettre l'apprentissage — si possible en rétablissant la situation adidactique, ce qui se fait alors à l'intérieur du processus de dévolution, dans le cadre de la situation *didactique*.

La théorie des situations adidactiques ne considère l'élève que dans la mesure où celui-ci rentre en interaction avec le milieu mathématique. Si l'élève rentre dans ce jeu, il ne retient donc que *ce qui est mathématiquement pertinent dans la situation*. C'est donc uniquement l'élève comme « sujet mathématique » (c'est-à-dire n'agissant que du point de vue du problème mathématique posé) que Brousseau retient ici. Le sujet mathématique est analogue dans la théorie didactique au sujet rationnel de la théorie des jeux.

Je pense que du point de vue des relations avec ce «milieu mathématique» la modélisation du sujet comme «sujet mathématique» est pertinente.

Je ne peux parler ici de toutes les conséquences de cette thèse. Une des conséquences sera la représentation de l'acquisition du savoir dans cette théorie. Si ce qui nous intéresse est *la recherche de conditions nécessaires à travers le milieu adidactique*, alors il ne faut retenir comme observable de la part du sujet que ses réponses au problème auquel il est soumis. Ainsi, par exemple, retiendra-t-on que «Ce savoir, fruit de l'adaptation de l'élève, se manifeste *par des réponses nouvelles* qui sont la preuve de l'apprentissage.» (Brousseau 1986, p.49, c'est moi qui souligne).

Comment peut-on conduire l'élève à considérer un milieu, quel qu'il soit, et surtout s'il s'agit d'un milieu matériel, comme un milieu mathématique ? Comment rendre compte des phénomènes d'apprentissage, et pas seulement des «réactions» de l'élève ?

page 119

L'entrée dans les relations mathématiques avec le milieu n'est pas sans difficulté, et Brousseau a développé le concept de dévolution à peu près en même temps que celui de milieu adidactique. Voyons comment Brousseau décrit la partie du phénomène qui nous intéresse pour un élève d'école maternelle :

« Troisième étape : *Dévolution d'une responsabilité et d'une causalité* :

Pour accepter une responsabilité dans ce qui lui arrive, l'élève doit considérer ce qu'il fait comme un choix parmi diverses possibilités puis envisager une relation de causalité entre les décisions qu'il a prises et leurs résultats.

A cette étape, les élèves peuvent, après coup, envisager que le déroulement du jeu aurait pu être différent. Cela suppose qu'ils peuvent se souvenir de certaines de leurs actions et plus précisément de ce qui, en elles, était pertinent ou non.

Cette dévolution est délicate: la plupart des enfants sont prêts à accepter du maître l'idée qu'ils sont responsables du résultat du jeu bien qu'ils soient incapables d'établir à ce moment-là qu'ils auraient pu obtenir un meilleur résultat par un choix approprié de leur part. Or, seule la connaissance de cette liaison justifierait le transfert de responsabilité. » (1986, p.54)

Les situations adidactiques décrites par la théorie des situations supposent donc que ce processus de dévolution d'une responsabilité et d'une causalité soit déjà achevé et que le sujet puisse être appréhendé comme un sujet mathématique sans réduction dramatique.

Le problème des élèves n'entrant pas dans un rapport rationnel avec la connaissance, en particulier, devra donc être abordé a priori avec d'autres moyens, dans la mesure où si cette difficulté relève d'une forme de rationalité, celle-ci n'est pas d'ordre mathématique.

Dans ce paragraphe, j'ai donc cherché à défendre ma première thèse, que je reformulerai ici :

1) La théorie des situations ne prend en compte que ce que j'appelle le *sujet mathématique*.

2) Dans le cadre d'une partie de la didactique *des mathématiques* cette réduction est viable.

Je peux donc esquisser une délimitation du champ de validité de la théorie des situations : il s'agit d'une théorisation des possibles de l'élève engagé dans le jeu mathématique, et pas d'une description des actions effectives de l'élève dans la résolution de problème, ni d'une description de ce qui se passe effectivement dans la classe, et ceci à aucun moment du fonctionnement de classe.

page 120

1.2. Conséquences pour l'étude du rôle du maître

Thèse 2: *L'étude du rôle de l'enseignant appelle la création de concepts et de méthodes spécifiques.*

Le maître n'est pas un *sujet mathématique*, il n'est jamais dans une situation adidactique, mais toujours en situation didactique. Réduire le maître à un sujet rationnel, en interaction avec un milieu objectif, ne me semble pas valable. L'analogie avec la théorie des jeux s'arrête là où le travail du maître commence.

On peut d'ailleurs remarquer que cette particularité du maître est prise en compte par Brousseau (1990), en particulier dans le schéma de « l'oignon », qui résume la structuration du milieu didactique (p.319). Le professeur n'y apparaît que dans les couches « extérieures » du schéma, dans les situations didactiques et métadidactiques. Dans la situation didactique le professeur-enseignant (P2) observe ou agit sur la situation d'apprentissage, le modèle du sujet avec lequel il est alors en interaction est l'élève générique (S2). Dans la situation métadidactique le professeur (P1) prépare son cours, en vue de la situation didactique, le modèle du sujet qui agit sur lui est le sujet universel (S1)***.

En examinant ce modèle, on comprend comment l'analyse a priori de la situation adidactique peut servir pour travailler le rôle du maître, et aussi quelles seront ses limites. En effet, la connaissance des situations « intérieures » non didactiques S3, 4 et 5 permet de comprendre ce que le maître observe dans la situation S2 et sur quoi il agit. Il s'agit d'une analyse des possibles dans le rôle du maître.

1.3. Niveau d'étude

Dans les études menées jusqu'à ce jour, le rôle du maître est étudié particulièrement au niveau que j'ai appelé *méso-didactique* : « étude de l'évolution des états du système didactique stricto-sensu relatifs à un savoir donné, quand varient les problèmes posés » (Margolinas 1989, p.304). Les concepts de ce niveau d'étude sont ceux de mémoire didactique, de décontextualisation, mais surtout, de situation fondamentale. C'est à ce niveau également qu'il est pertinent de parler des processus de dévolution et d'institutionnalisation.

J'ai choisi pour ma part d'étudier le rôle du maître dans un cadre plus réduit qui est le cadre *micro-didactique* : « étude des états du système didactique stricto-sensu relatifs à un savoir donné et à un problème donné » (Ibid., id., C'est-à-dire, en reprenant « l'oignon », que je m'intéresse au maître principalement en position P2, et non en position P1.

page 121

*** Note rétrospective de l'auteur : j'ai contribué ensuite à travailler ce modèle de structuration du milieu, la numérotation adoptée ici est celle de l'époque. A l'heure actuelle je sépare ce qui est ici le professeur enseignant en deux composantes P-1 et P0, le professeur qui prépare son cours en trois composantes P+1, P+2, P+3.

Cela veut dire que je m'intéresse particulièrement aux « décisions » du maître qui sont prises dans *l'instant de la situation didactique*.

2. LA VALIDATION ET LE RÔLE DU MAÎTRE

Dans ce paragraphe j'entends reprendre les principaux résultats obtenus dans Margolinas 1989, pertinents pour l'étude du rôle de l'enseignant. Je résumerai tout d'abord brièvement la thèse principale de ce travail. Je développerai ensuite plus longuement les phases de conclusion, et leur deux modalités fondamentales: évaluation et validation.

2.1. Rôle crucial de la validation

Proposition 1 : *Le point de vue de la validation est pertinent en didactique des mathématiques.*

J'indique cette assertion en « proposition », dans la mesure où je n'entends pas la défendre de façon forte dans ce texte – c'était le sujet de Margolinas 1989.

Pour le mathématicien comme pour le didacticien, le terme de *validation* évoque souvent la problématique de la *preuve*. Pour moi ce terme est plus large, et englobe en particulier la preuve et la vérification (voir Margolinas 1989, chapitre 3).

Je m'intéresse à ce qui se passe très généralement à la fin du travail de résolution d'un problème mathématique, c'est-à-dire au moment où il s'agit de savoir si le résultat obtenu convient au problème posé. Le point de vue de la validation commence par l'examen de la fin d'une résolution.

Je ne reprendrais ici que les arguments de départ, qui permettent d'attester de l'importance du *thème* de la validation, plutôt que du *point de vue*. L'importance de ce thème me paraît en effet remarquable à la fois en mathématiques et dans la théorie des situations.

En mathématiques

On peut faire l'hypothèse que le fonctionnement des connaissances mathématiques a des caractéristiques stables. Une des fonctions des mathématiques est de permettre *l'anticipation* des résultats d'une action. Le mot anticipation recouvre un double mouvement: la prédiction, et la garantie de validité de la prédiction.

En reprenant le vocabulaire qu'utilise en particulier Bachelard (1949) disons que les propositions mathématiques sont apodictiques, et non assertoriques⁴ :

« Une proposition assertorique est vraie en fait, et non par nécessité. Exemple: " Napoléon est mort à Sainte Hélène " (c'est vrai, mais il aurait pu mourir ailleurs). Une proposition apodictique est nécessairement vraie, où que vous soyez. » (Lercher 1985, p.77)

La découverte du caractère apodictique des propositions mathématiques fait partie de l'apprentissage :

«Méditons par exemple cette pensée de Goethe (Maximes et Réflexions, trad. Bianquis, p 250) : «Quand l'enfant commence à comprendre qu'un point invisible doit *précéder* le point visible, que le plus court chemin d'un point à un autre est conçu comme une droite avant même qu'ou la trace sur le papier, il en éprouve un certain orgueil, une certaine satisfaction.» Cet orgueil correspond précisément à la promotion intellectuelle qui fait passer l'enfant de l'empirisme au rationalisme. Au lieu de constater, l'enfant s'aperçoit qu'il comprend. Il vit une mutation philosophique.» (Bachelard 1949, p. 17)

Or cette « mutation philosophique » nous fait découvrir un des paradoxes de l'enseignement des mathématiques :

⁴ Certains préfèrent parler de *contingent* et *nécessaire*. Je garde ici mon vocabulaire, dans la mesure où le mot « nécessaire » a un sens implicatif en mathématique qui pourrait interférer avec mon propos. On peut néanmoins considérer que ces deux vocabulaires coïncident la plupart du temps

• si l'élève cherche dans les savoirs mathématiques que veut lui transmettre le maître une collection de recettes erratiques, s'il n'est pas passé de l'empirisme au rationalisme en ce qui concerne son rapport personnel aux mathématiques enseignées, le maître ne peut l'y faire rentrer « de force » ;

• à l'inverse, la consolidation d'un rapport rationnel avec la connaissance mathématique passe par la pratique des mathématiques, et est donc une conséquence de l'enseignement des mathématiques.

L'entrée dans une problématique apodictique représente à la fois les étapes initiales et finales d'un apprentissage de mathématiques.

Si l'apodictique et la preuve sont liés, on ne saurait les réduire l'un à l'autre. La preuve, et plus encore la démonstration, sont des moyens d'affirmer le lien apodictique, de le déclarer publiquement. La question des différentes formes de vérité est à inclure dans le thème général de la validation, qui englobe celui de la preuve (voir Margolinas 1989, chapitre 3).

Dans la théorie des situations

La notion de finalité est fondamentale dans la théorisation de Brousseau, comme le remarque Colette Laborde 1988 :

« Tout le travail qui est fait sur la construction de situations didactiques témoigne de l'importance accordée à la notion de finalité. Je renvoie ici aux caractéristiques des situations d'action, de formulation, de validation, et d'institutionnalisation fondées principalement sur leur finalité. »
(p.69)

Or cette question est directement liée avec celle de la validation. En effet, les actions de l'élève doivent s'envisager dans un projet qui est le sien dans la situation. Ce projet dépend naturellement des buts à atteindre.

La théorie des situations nous donne de puissants moyens pour construire des situations dans lesquelles les buts à atteindre sont transmis à l'élève par le maître (ce qui rentre dans le processus de dévolution). Une lecture rapide pourrait laisser penser que cette transmission ne pose aucun problème, et qu'il n'est guère besoin d'une théorie pour faire avancer cette question. Ce serait ne pas tenir compte du « paradoxe de la dévolution des situations » (Guy Brousseau 1986, p.66)

« tout ce qu[e le maître] entreprend pour faire produire par l'élève les comportements qu'il attend, tend à priver ce dernier des conditions nécessaires à la compréhension et à l'apprentissage de la notion visée : si le maître dit ce qu'il veut, il ne peut plus l'obtenir. »

Dans la situation adidactique l'élève a pour finalité de réussir dans la tâche qu'il a prise en charge. Encore faut-il qu'il puisse anticiper comment il peut faire pour réussir, sans que cela lui soit livré par le maître. Pour qu'une telle anticipation soit possible, il faut pouvoir donner une réponse positive à la question posée par Brousseau :

« L'élève peut-il perdre ? le sait-il, connaît-il à l'avance l'état final (la classe des états finaux) en particulier l'état final gagnant. » (Ibid., p.102)

Le problème de la dévolution d'une situation finalisée impose donc d'organiser le milieu de manière à permettre des validations. Cette importance de la « fin » du jeu se trouve dans de nombreux textes issus du travail de la théorie des situations, même si ce n'est pas le terme de « validation » qui est alors employé.

Chez Ratsimba-Rajohn 1981 on trouve une allusion à « l'auto vérification » :

« Il est manifeste que les deux jeux ainsi séparés perdent les caractéristiques d'une *bonne situation didactique* que présentait le jeu fondamental à savoir l'existence d'une *possibilité d'auto-vérification* de la part des deux joueurs. Cette *auto-vérification leur permettait de constater eux-mêmes leur réussite ou leur échec*, de recommencer *ainsi* autant de fois qu'ils le décident, de changer de choix ou de stratégie jusqu'à ce qu'ils soient satisfaits de leurs productions et *ceci sans aucun apport extérieur de décision à propos de la justesse ou non de leurs actions. Seuls les rapports entre les variables de situation gèrent leur décision.* » (p.40, c'est moi qui souligne)

Chez Brousseau 1986 c'est le mot « auto-contrôlable » qui apparaît, et qui fait l'objet d'une simple note en bas de page 70 :

« question auto-contrôlable : C'est-à-dire telle que l'élève ne sait pas a priori y répondre, mais le pourra lorsqu'il aura une solution et *qu'il saura si elle est exacte sans recours au maître.*» (c'est moi qui souligne).

2.2. Phase de conclusion

page 125

Nous rentrons maintenant dans une problématique qui met en jeu directement le rôle du maître en situation didactique, dans une phase particulière que j'ai appelé phase de conclusion. Je vais donner des définitions des différentes phases qui rentrent ici en jeu. Je montrerais ensuite comment ces différentes phases nous donnent un point de départ pour l'analyse de variables concernant le rôle du maître.

Thèse 3 : Les phases de conclusion comportent deux modalités : phases de validation et d'évaluation. Les deux modalités de ces phases sont celles d'une variable du rôle de l'enseignant.

Les trois états du système didactique

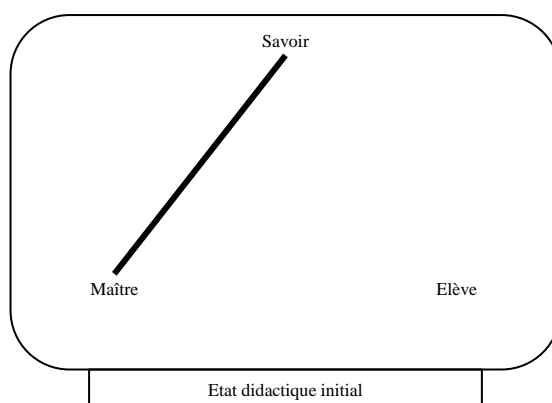
Pour aborder cette question, il me faut tout d'abord redéfinir les trois états fondamentaux du système didactique: didactique, non didactique, adidactique.

Le système didactique est composé au minimum de trois éléments : un savoir mathématique particulier, un maître, et un élève. Ce qui définit le maître et l'élève comme tels est le projet du système didactique, qui est de passer d'un état initial à un état final, vis-à-vis du savoir.

État didactique initial

Dans l'état didactique initial, le maître entretient une relation privilégiée au savoir. Du point de vue de la relation au savoir, il y a une *dissymétrie*, qui est constitutive du système didactique. Je ne dis pas que l'élève n'entretient aucune relation au savoir avant l'enseignement, mais simplement que dans l'état initial, cette relation est peu ou pas adéquate. Sans l'hypothèse de cette dissymétrie, le système didactique n'a pas lieu d'être.

Je qualifie d'état didactique initial un état dans lequel la relation de l'élève au savoir est inexistante, ou bien inadéquate, au regard de la relation privilégiée du maître au savoir.



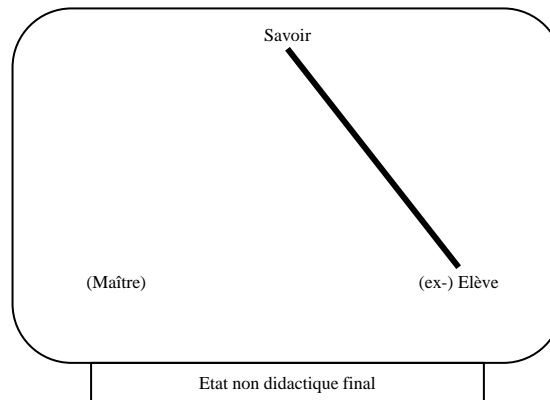
État non didactique final

page 126

L'état final est de fait un état non didactique, dans lequel le maître est absent, et dans lequel l'élève – ou plutôt l'ex-élève – entretient seul une relation adéquate au savoir. En

paraphrasant Guy Brousseau, nous pouvons dire que le système didactique contient le projet de son extinction.

Je qualifie d'état non didactique un état dans lequel la relation de l'élève au savoir est indépendante de la relation du maître au savoir. Cette relation non didactique peut parfois s'établir en classe. Quand c'est le cas, il s'agit d'une relation à un savoir qui ne fait pas ou plus l'objet d'un enjeu d'enseignement et d'apprentissage.



Privé/Public

Pour définir le troisième état du système didactique, je vais préciser les qualificatifs de public et privé (Yves Chevallard 1989). Je vais illustrer le sens que je donne à ces qualificatifs en les appliquant à des formulations. Ils concernent une situation où il y a au moins deux interlocuteurs potentiels A et B et un référent partiellement commun Z.

J'appelle formulation publique de A envers B relativement à Z, une formulation de A au sujet de Z qui est potentiellement portée à la connaissance de B.

Le mot *potentiellement* indique que B n'est pas tenu de s'intéresser à la formulation publique de A, et qu'il pourra donc éventuellement l'ignorer. Par exemple, écrire un article de journal est un acte éminemment public, mais rien ne dit que tous les lecteurs potentiels seront effectivement atteints par un tel article.

J'appelle formulation privée de A envers B relativement à Z, une formulation de A au sujet de Z qui n'est pas portée à la connaissance de B.

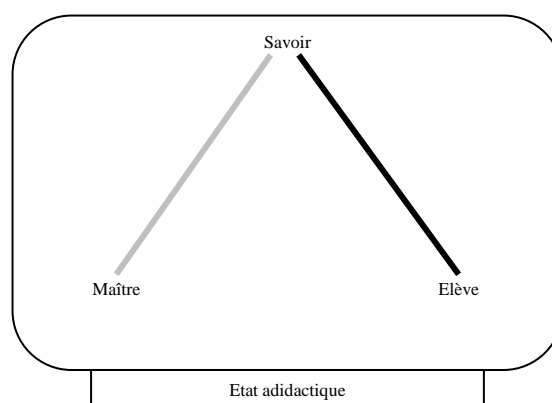
L'importance de ces qualificatifs réside pour nous dans leur caractère *relatif* ces qualificatifs sont relatifs à un référent partiellement commun, et relatifs à un interlocuteur potentiel. Par exemple, A peut s'exprimer publiquement envers B relativement à un référent Z', tout en gardant privées ses formulations relativement à Z. Mais encore, A peut s'exprimer publiquement vis-à-vis de C, mais faire que cette formulation soit privée vis-à-vis de B.

État adidactique

Je qualifie d'état adidactique tout état du système didactique dans lequel le maître entretient une relation privée avec un savoir, alors que l'élève est en relation (privée ou publique) avec ce même savoir.

Par rapport à l'état didactique initial et l'état non didactique final, l'état adidactique constitue un état intermédiaire où le maître est présent, mais dans lequel l'élève agit de son propre mouvement. Du point de vue de l'élève, cet état est analogue à l'état non didactique final, car l'élève ne perçoit pas la relation du maître au savoir, qui reste cachée à ses yeux. Le maître est ainsi mis entre parenthèse pour l'élève.

Dans cet état, il y a une rupture de dissymétrie dans les relations de l'élève et du maître au savoir.



Phase de conclusion

Si l'on s'intéresse à la résolution de problème dans le cadre micro-didactique, le travail public du maître est au minimum de formuler une question. Le travail public de l'élève est au minimum de donner une réponse.

Quand je parle ici de question et de réponse, il peut s'agir d'une question qui appelle une réponse très brève, distinct du travail éventuellement assez long qui a conduit à donner cette réponse. La nature privée ou publique du travail de l'élève pour arriver à la réponse n'est pas contrainte a priori, seule la réponse est nécessairement publique.

Cette apparente symétrie (le maître « publie » la question, l'élève « publie » la réponse) ne doit pas masquer la dissymétrie fondamentale relative au savoir et donc au problème, qui rend le maître responsable de l'adéquation entre la réponse et la question et de la reconnaissance par l'élève de la vérité ou de la fausseté de sa réponse.

J'appelle phase de conclusion la phase au cours de laquelle l'élève accède à une information sur la validité de sa réponse. Cette information doit être pertinente du point de vue du problème et du savoir. La phase de conclusion est sous la responsabilité du maître.

L'exercice de cette responsabilité peut se faire de deux manières radicalement différentes. En effet, la responsabilité du maître dans la phase de conclusion n'implique pas qu'il ait à délivrer directement un jugement sur l'activité de l'élève.

Première modalité de la phase de conclusion : phase d'évaluation

La phase de conclusion est une phase d'évaluation quand la responsabilité du maître s'exerce sous la forme d'un travail public pour l'élève, relativement au problème et au savoir.

Dans ce cas, le maître utilise sa relation privilégiée au savoir et au problème pour délivrer un jugement de validité sans appel sur la réponse de l'élève.

La phase d'évaluation est une modalité qui ne peut être adidactique.

Deuxième modalité de la phase de conclusion : phase de validation

La phase de conclusion est une phase de validation si l'élève décide lui-même de la validité de sa réponse.

La responsabilité du maître étant engagée, ce travail de l'élève est nécessairement public pour le maître.

Dans la phase de validation, le travail du maître est privé relativement au problème et au savoir. Il y a bien là travail privé et *non pas absence* de travail, car le maître reste responsable, et doit prendre des décisions, même s'il ne dévoile pas ces décisions sur le moment. Avant d'étudier les conditions de possibilité de la phase de validation, voyons quel est l'état du système didactique dans cette phase.

Dans la phase de validation, le caractère public du travail de l'élève l'oblige à établir et à maintenir une relation avec la question, et donc avec le problème et le savoir. La relation du maître au savoir, qui existe toujours, est cachée à ses yeux, c'est-à-dire privée.

Il y a une rupture de dissymétrie par rapport à la dissymétrie initiale. Cette rupture est organisée par le maître, puisqu'il doit décider de rendre privé une partie de son travail.

La phase de validation est donc la modalité adidactique de la phase de conclusion.

Une variable au sujet du rôle du maître

Du point de vue du rôle du maître, j'ai donc identifié ici deux positions possibles dans une phase particulière. Les conséquences des deux positions et leurs conditions de possibilité ont fait l'objet d'une partie importante de Margolinas 1989, et je n'insisterai pas ici sur cet aspect. Je parlerai aux §§3 et 4 des problèmes théoriques et méthodologiques que pose cette identification.

J'ai annoncé que je considère ces deux positions comme des « variables » de l'activité du maître. Jusqu'à présent nous avons surtout étudié les variables didactiques, pour lesquelles je retiens la définition suivante, en m'inspirant de El Bouazzaoui (1982 pp.35-36) : une variable didactique est :

- un élément de la situation sur laquelle le maître peut agir,
- qui provoque des changements qualitatifs dans les procédures de résolution des élèves,
- qui permet d'expliquer les résultats de l'enseignement et d'agir sur eux,
- et qui provoque une modification dans l'apprentissage.

Dans le cas du maître, on ne peut parler de *variable didactique*, dans la mesure où une telle variable *le concernant* ne peut être entièrement à *sa disposition* : le maître peut souhaiter ou déclarer prendre telle ou telle position, mais cela ne sera pas nécessairement réalisé en situation, éventuellement même à son insu (voir les exemples en §3.3).

Cela ne veut pas dire qu'il n'existe aucune détermination à propos des variables qui nous intéressent. En effet, l'analyse a priori de la situation adidactique nous permet de dire dans quelle mesure une phase de validation est possible — étant donné qu'une phase d'évaluation est toujours possible, vu la relation privilégiée du maître au savoir.

La détermination de cette possibilité est basée sur la disponibilité, dans le cadre de la situation *didactique* (et pas seulement adidactique), de différents *critères de validité* (voir §3.2). Il s'agit de savoir si l'élève peut ou non prendre une responsabilité entière dans la conclusion, et si le maître peut avoir une certitude préalable quand à cette responsabilité.

Par exemple, dans la situation du « puzzle », la possibilité de validation de l'action est très forte, puisque dans le cas de la procédure erronée majoritaire (ajout de 3), la reconstitution du puzzle après découpage des pièces est manifestement impossible. Cela ne veut d'ailleurs pas dire que cette rétro-action porte directement sur les procédures, car les élèves peuvent penser qu'ils ont fait des erreurs de mesure (c'est d'ailleurs généralement le cas, au moins au début), mais le maître sait dès le départ qu'il n'aura pas besoin d'évaluer lui-même et directement le résultat du travail des enfants, comme cela aurait été le cas par exemple dans la construction d'un tableau de proportionnalité, sans aucune introduction de matériel.

3. PROBLÈMES THÉORIQUES POSÉS PAR L'ANALYSE DU RÔLE DU MAÎTRE DANS LES PHASES DE CONCLUSION

Le premier problème que je soulèverai portera sur les notions d'analyse a priori et a posteriori. Je m'interrogerai ensuite sur les diverses réalisations possibles de phases de conclusion; le propos est ici bien différent de celui du §2, où j'ai considéré cette question du point de vue des états possibles du système didactique ; la question des *réalisations* de ces modalités et de leur identification par l'observateur va nous demander un autre travail que j'indiquerai ici. Je terminerai par deux exemples d'analyses de phases de conclusion dans une

situation de formulation et une situation de validation, et je dégagerai les questions générales que font surgir ces analyses particulières.

3.1. Analyses a priori et a posteriori

Thèse 4 : *L'analyse a posteriori diffère en nature de l'analyse a priori et non (seulement) dans la temporalité.*

Remarque: *Nous ne disposons que de très peu de moyens pour l'analyse a posteriori.*

L'analyse a priori est victime, dans le milieu des chercheurs en didactique des mathématiques, d'une illusion méthodologique qu'on peut appeler *l'illusion physicaliste* (pour un développement de cette idée à propos de la biologie évolutionniste, voir Mayr, 1989). La physique a réussi sa révolution scientifique en se basant sur deux préceptes méthodologiques: 1) la prévision, 2) la question du « comment? » *opposée* à la question du « pourquoi? » Certains chercheurs ont appliqué directement ces critères de scientificité (et d'autres !) à la didactique des mathématiques.

L'analyse a priori hérite très largement de cette vision, en particulier dans son lien avec la *prévision*. Elle hérite également une conception presque « mécaniste » des descriptions didactiques. Dans cette optique: l'analyse a priori est une analyse prévisionnelle ; l'analyse a posteriori ne possède aucun statut propre (elle se réduit à une constatation de plus ou moins grande adéquation avec l'analyse a priori).

Analyse a priori

Dans analyse *a priori*, le terme de «a priori» ne signifie pas première temporellement. Il signifie que *l'analyse a priori n'est pas dépendante des faits d'expérience*. Cette indépendance a un sens théorique : les faits observés ne servent pas à l'édification théorique dont relève l'analyse a priori. L'analyse a priori peut donc avoir lieu après l'observation; elle perd son sens prédictif pour prendre un sens causal. En biologie évolutionniste, où l'observation précède presque nécessairement la théorie, Mayr (Ibid.) parle de principe de causalité postdictive.

Je ne veux pas ici sous-estimer l'importance méthodologique — et non pas théorique — d'analyses préalables, qui existent temporellement avant toute expérimentation. On pourrait également discuter des avantages méthodologiques d'identifier analyse a priori et analyse préalable, c'est-à-dire de faire l'analyse a priori avant l'expérimentation. Ce qui m'intéresse ici c'est d'insister sur la *nature* de l'analyse a priori, dont la définition ne découle pas du moment de son effectuation.

Le lien entre analyse a priori et reproductibilité se trouve donc transformé. La reproductibilité d'une situation adidactique n'est pas la reproduction expérimentale d'une phase adidactique. Ce n'est pas parce qu'une phase se répète qu'elle est reproductible ; la reproductibilité entretient un lien avec la nécessité, et non la contingence⁵. Dans ce cadre, ce qui est reproductible, c'est l'analyse a priori !

Analyse a posteriori

La définition que j'ai donnée ici de l'analyse a priori nous permet de définir *l'analyse a posteriori* : *analyse qui dépend des faits expérimentaux observés*. L'analyse a posteriori n'est alors pas réductible à l'analyse a priori, ni à une constatation d'adéquation entre l'analyse a priori et les résultats d'observation.

Cette présentation pose la question de la complexité de l'analyse a posteriori. En effet, quels sont les moyens dont nous disposons à l'heure actuelle pour attester de la relation

⁵ Pour une autre analyse concordante, mais d'un autre point de vue, voir les différences entre reproductibilités internes et externes dans Artigue 1988.

adidactique d'un élève particulier avec un problème particulier ? ou pour attester de l'établissement d'une phase adidactique dans une classe particulière ?

Dans le cas de l'élève, l'analyse a posteriori, très peu développée actuellement, pose le problème de la signification des actions observables. Comme je l'ai développé dans Margolinas 1989 (chapitre 3), il est nécessaire d'introduire la notion de *projet de l'élève* pour comprendre a posteriori la signification de certaines actions. Par exemple, la distinction entre *preuve* pragmatique et *vérification* n'existe que relativement à des projets différents. Il me semble que des moyens spécifiques devront être étudiés pour permettre l'analyse expérimentale des projets. Ces moyens me semblent devoir être cherchés tant du côté linguistique (mais dans l'attachement au signifiant plus qu'au signifié⁶) que du côté contre-transférentiel⁷ (comment l'observateur réagit, en tant « qu'instrument de mesure », et quelle analyse il peut faire de ses réactions). En tout état de cause, l'illusion physicaliste de la réduction de l'observation à l'adéquation avec une prévision a jusqu'ici empêché les chercheurs en didactique des mathématiques de s'engager dans la voie du travail théorique de l'analyse a posteriori, et ces moyens n'existent pas à l'heure actuelle.

Le cas du maître est plus complexe, et pose des problèmes qui sont typiques de l'analyse a posteriori. Comme nous l'avons vu, le maître entretient une relation privilégiée au savoir enseigné dans la classe, il est responsable du point de vue du savoir, de ce qui se passe dans sa classe (pas seulement du point de vue du savoir, mais c'est ce qui nous intéresse en tant que didacticiens). Cette responsabilité ne peut s'envisager sans une liberté de choix *didactiques* (et non adidactiques). Pour exercer cette responsabilité, le maître estime (à tout moment) la distance existant entre un état du système didactique réel dont il fait partie et l'état qu'il a prévu en préparant sa leçon, — ou celui qu'il pense être acceptable du point de vue du savoir dans la situation donnée.

En ce qui concerne les phases de conclusion, on peut définir des conditions qui permettent la viabilité d'une phase de validation, mais le maître peut toujours organiser une phase d'évaluation. L'analyse a priori de la situation est alors une analyse des possibles, et non une analyse prédictive au sens strict.

Le problème de l'analyse a posteriori du rôle du maître ne peut donc être écarté, or il n'est pas simple. Gilbert Arsac et Michel Mante (1988) ont montré qu'un regard du maître pouvait modifier les procédures des élèves. Attester de l'existence de phase de validation dans une situation demande donc qu'on se donne des moyens originaux d'observation du maître dans la classe, et peut-être que l'on distingue des « grains d'analyse » selon leur « finesse ».

Il me semble que le premier pas à faire dans cette direction est de nous doter de moyens pour décrire la structure et les contraintes d'une situation déjà observée, de manière à l'analyser a priori (avec le sens que j'ai donné à ce mot, cela n'a rien de contradictoire).

Ma suggestion va dans le sens d'une confrontation des analyses a priori : analyse a priori de la situation prévue, analyse a priori de la situation réalisée ; elle demande donc de comparer ce qui est comparable.

3.2. Rôle du maître dans les phases de bilan et de débat

Dans ce paragraphe, j'aborderai la complexité des phases de conclusion, en nous limitant aux phases de validation. En premier lieu, j'introduirai ce que j'appelle les critères de validité, outils de résolution dans les phases de validation. Puis nous verrons quel est le rôle fonctionnel pour l'enseignant des phases de bilan. J'indiquerai ensuite le lien avec l'institutionnalisation.

⁶ On peut trouver une analyse de ce type (mais qui a été peu exploitée) dans Balacheff 1988, quand il établit une correspondance entre les niveaux de preuve et de langage.

⁷ Voir Claudine Blanchard-Laville (1991).

Thèse 5 : *Ce sont des connaissances (les critères de validité), qui permettent à une phase de conclusion d'être une phase de validation quand il y a retrait total ou partiel d'un milieu extérieur à l'élève.*

Les modalités de phases de validation qui viennent les premières à l'esprit sont celles dans lesquelles la possibilité d'autonomie de l'élève provient de l'interaction avec un milieu objectif, souvent matériel (comme dans le cas de la situation du « puzzle » que j'ai évoquée plus haut).

Il n'est néanmoins pas possible que la conclusion vienne toujours d'un milieu extérieur à l'élève. Si c'était toujours le cas, aucune décontextualisation ne serait possible, et en conséquence aucun apprentissage.

La contextualisation est un travail indispensable à l'enseignant, qui doit faire accepter ses choix en matière de recontextualisation, à travers la recherche d'un contrat didactique adéquat et éventuellement la dévolution d'une situation adidactique.

Le travail inverse est un effort de l'élève, aidé par l'enseignant :

« Mais [le professeur] doit aussi donner les moyens à ses élèves de retrouver dans cette histoire particulière qu'il leur a fait vivre, ce qu'est le savoir culturel et communicable qu'on a voulu leur enseigner. Les élèves doivent à leur tour redécontextualiser et redépersonnaliser leur savoir et ceci de façon à identifier leur production avec le savoir qui a cours dans la communauté scientifique et culturelle de leur époque. » (Brousseau G., 1986, p.38, c'est moi qui souligne)

Comment le professeur peut-il aider l'élève à réaliser ce travail ?

Intéressons-nous d'abord à la « redécontextualisation ». De façon brutale ou progressive, le professeur propose à l'élève des situations adidactiques dans lesquelles le contexte (le milieu extérieur à l'élève) joue un rôle mineur (ou pas de rôle du tout). Si l'élève ne se libérait du contexte que pour devenir dépendant du jugement du maître, qui reprendrait son rôle d'évaluateur, le bénéfice de la mise en situation serait mince.

Si le milieu extérieur à l'élève disparaît, comment est-il possible de garantir l'existence de phases de conclusion qui ne soient pas toujours des phases d'évaluation ? Comment permettre à l'élève de vivre des situations où sa responsabilité est engagée, y compris dans la phase de conclusion, sans que le milieu extérieur ne lui fournisse une rétro-action immédiatement interprétable en terme de validation ? Ces situations sont-elles gérables par le maître étant donné sa responsabilité dans la conclusion ?

Remarquons dès à présent que de telles situations, dans lesquelles le milieu extérieur à l'élève ne joue plus le rôle de milieu pour la validation seront difficiles à modéliser en terme de jeu. Le rôle de la connaissance de l'élève y est apparemment double, outil à la fois dans la prise de décision et dans la validation.

Si le milieu est extérieur à l'élève et que l'élève reste autonome dans les phases de conclusion, c'est qu'il a des connaissances qui permettent le fonctionnement des phases de validation.

J'appelle critère de validité une connaissance donnée quand elle sert à l'élève pour la validation dans une phase de conclusion.

Ce sont les critères de validité qui permettent le fonctionnement des phases de validation, c'est-à-dire l'autonomie de l'élève dans les phases de conclusion. Dans le texte d'ingénierie de Nadine et Guy Brousseau (1987) sur les rationnels et les décimaux, j'ai mis en évidence Margolinas 1989 (chapitre 2) un mécanisme complexe de contextualisation et décontextualisation qui peut être décrit grâce aux critères de validité :

- l'apprentissage se manifeste dans l'apparition de certaines connaissances
- qui sont mises à l'épreuve par rapport au milieu matériel dans les phases de validation,
- et qui serviront en fin de modules de critères de validité décontextualisés et institutionnalisés.

La difficulté d'analyse des situations dans lesquelles la décontextualisation a commencé me semble confirmée par leur présence très rare dans les articles théoriques de Guy Brousseau, où sont privilégiées les situations initiales des modules.

Rôle des phases bilan et subjectivité du maître

Thèse 6 : *Dans les phases de bilan, l'enseignant joue sur la variable de conclusion.*

Les phases de bilan sont nécessaires dès que la conclusion se base sur la mise en œuvre de critères de validité.

page 136

Je reprends ici la notion de phase de bilan introduite par Régine Douady (1984) et développée par Denise Grenier (1988) :

« Entre la fin de la résolution du problème qui a été soumis à l'élève et la situation d'institutionnalisation proprement dite, il nous a semblé nécessaire d'intercaler dans le temps une phase où les connaissances mises en œuvre par les élèves sont portées à la classe toute entière pour être discutées et validées. » (p.315)

La phase de bilan est donc une phase de conclusion. Comment se place-t-elle par rapport aux modalités antagonistes de validation et d'évaluation? Chez Grenier, le rôle de l'enseignant dans ces phases est un peu flou :

« Dans nos deux séquences, les phases de bilan des productions des élèves se sont déroulées sous le contrôle de l'enseignant, qui a pris des décisions à certains moments, soit pour ouvrir ou fermer le débat, soit pour l'alimenter ou le recentrer en invitant un groupe précis à parler. Ces phases contiennent aussi des moments où l'enseignant laisse les élèves débattre entre eux. » (p.315)

« Alors que les situations adidactiques sont entièrement construites, les phases de bilan et d'institutionnalisation sont généralement laissées plus librement à l'enseignant. Dans la première séquence, il se présentait comme utilisateur et nous lui avons laissé « carte blanche », son seul point de repère étant les objectifs d'apprentissage prévus, qui avaient été décidés d'un commun accord. » (p.316)

Chez Nadine et Guy Brousseau (1987), au contraire, le rôle de l'enseignant est à plusieurs reprises strictement réduit : toute intervention sur la validité des stratégies et des méthodes lui étant « interdit ». L'analyse ci-dessus montre que cette attitude du maître a été rendue possible par une articulation des phases de validation sur des connaissances établies dans la séquence.

Pourtant, les phases de bilan me semblent jouer le même rôle dans ces deux textes, et partout où je les ai rencontrées :

- le premier rôle est de permettre la formulation publique des méthodes de résolution par les élèves qui sont envoyés au tableau, où ces élèves doivent *formuler* leurs stratégies ;

- le deuxième rôle, symétrique du premier est celui de la *diffusion des méthodes*, (dont l'importance a été montrée par Michèle Artigue (1984)) ;

- le troisième et dernier rôle des phases de bilan est celui qui est le plus intéressant dans le cadre de ma problématique : il permet au maître de se tenir prêt à organiser une phase d'évaluation. (éventuellement limitée), au cas où la phase de validation ne présenterait pas les caractéristiques que doit revêtir *pour lui* une phase de conclusion.

Dans le cas où la phase de validation repose sur des critères de validité, elle présente peu de garanties de fonctionnement. En la faisant se tenir — ou se rejouer — publiquement, le maître se réserve la possibilité d'intervenir, dans le cas où la phase de validation attendue *ne lui semble* pas pouvoir servir de phase de conclusion à la situation.

J'ai souligné « pour lui » et « lui semble » : la subjectivité du maître s'introduit dans la gestion des phases de bilan. Denise Grenier suggère que cette propriété permettrait une méthode d'observation pour l'étude des représentations des enseignants :

« L'observation de l'enseignant en situation de bilan collectif nous semble très adaptée pour repérer les représentations de l'enseignant à la fois sur les élèves et sur le savoir. En particulier, observer l'enseignant dans des situations détournées par les élèves, peut permettre de confronter ses représentations (déjà repérées par ailleurs ou exprimées par lui), à sa façon d'enseigner. » (1988, p.396)

page 137

Cette idée nous semble intéressante, car dans la phase de conclusion, le maître n'est pas contraint, puisque la possibilité de phase d'évaluation existe toujours: ses conceptions doivent donc intervenir dans ses choix.

Processus de décontextualisation

Le processus⁸ de décontextualisation, et les phases de bilan qui lui sont associées, me semblent faire partie d'un processus plus large, qui est le *processus d'institutionnalisation*.

Un des dysfonctionnements classique et redoutable de l'institutionnalisation est « l'effet Jourdain », par lequel :

« Le professeur, pour éviter le débat de connaissance avec l'élève et éventuellement le constat d'échec, admet de reconnaître l'indice d'une connaissance savante dans les comportements ou dans les réponses de l'élève, bien qu'elles soient en fait motivées par des causes et des significations banales. » (Brousseau 1986, p.42)

page 138

Comment peut-on s'assurer théoriquement que les comportements d'un élève ne sont pas motivés par des causes et des significations banales ? Comment faire pour que la phase d'institutionnalisation ne corresponde pas à un simple placage des connaissances du maître sur les conceptions des élèves ?

Cette question est liée à celles de la *décontextualisation* et de la *dépersonnalisation* de la connaissance, dont nous avons vu qu'elles sont le fruit de l'effort conjoint du maître et de l'élève. L'institutionnalisation, qui réconcilie en quelque sorte *connaissance* et *savoir* ; ne peut rester attachée à un contexte particulier, même métaphorique. Comment supprimer le contexte sans priver la connaissance de son sens ?

Pour moi l'institutionnalisation est un processus : le maître, en dehors même des phases spécifiques d'institutionnalisation, a un projet pour lui permettre de conduire les phases d'institutionnalisation sans rupture de sens. Dans la séquence de Nadine et Guy Brousseau (1987), on peut repérer ce projet dans la description de l'ingénierie — il s'agit ici d'un projet du maître en position P1 (voir §1.2). Dans le déroulement de la séquence ce projet appelle la mise en place de connaissances qui, en fonctionnant comme critères de validité, permettent une décontextualisation progressive.

Le maître rétablit progressivement la dissymétrie du point de vue du savoir. Dans les phases de bilan, le maître *peut* intervenir, et les formulations des élèves ont lieu *aussi pour lui*. Je pense que ces phases sont cruciales pour le processus d'institutionnalisation. Le maître *peut* rester dans une attitude totalement neutre, mais la qualité de formulation des stratégies par les élèves ne dépend pas seulement d'une efficacité du message par rapport à un problème mathématique. Ces formulations ont lieu aussi pour le maître.

L'analyse des phases de bilan montrent bien comment le processus d'institutionnalisation, symétrique du processus de dévolution, ne dépend pas uniquement de la volonté du maître, mais aussi de celle de l'élève. En effet, les élèves, s'ils ont compris le caractère adidactique de la situation, peuvent continuer à prendre en charge la phase de bilan, en acceptant le fonctionnement de la classe (maître compris) comme celui d'une communauté scientifique. Dans la séquence de Nadine et Guy Brousseau on peut observer que les élèves sont loin de réclamer systématiquement la validation matérielle. Ils acceptent de sortir du contexte, de s'exprimer. Ils participent activement au processus qui permettra en fin au maître d'institutionnaliser la connaissance acquise.

page 139

Du côté du maître, le fonctionnement de la validation à partir de critères de validité élaborés par les élèves, et le caractère visible pour lui de ce fonctionnement dans les phases de

⁸ Dans mon vocabulaire, les mots situation, phase et processus sont distincts (voir Margolinas 1989). Pour résumer, une situation se réfère à un ensemble de contraintes et de déterminations; une phase est un moment du développement effectif des actions, un processus renvoie à un ensemble de phénomènes conçu comme actif et organisé dans le temps.

bilan, lui permettent de comprendre « où les élèves en sont » par rapport au sens de la connaissance. Cette prise d'information lui est nécessaire pour éviter « l'effet Jourdain ».

Pour résumer, je pense donc que la viabilité de la phase d'institutionnalisation tient à l'existence d'un processus d'institutionnalisation, dont nous avons dégagé trois aspects :

- abandon progressif de la validation par le milieu extérieur pour faire place à une validation par les critères de validité ;
- formulation des connaissances par les élèves, en situation de formulation ou en phase de bilan ;
- contrôle par le maître, a priori et en phase de bilan, de la possibilité d'une phase d'institutionnalisation.

3.3. Deux exemples de difficultés de gestion des phases de validation

Thèse 7: Il est possible de prévoir théoriquement des difficultés de gestion des phases de validation dans les phases de conclusion des situations adidactiques de formulation et de validation.

Difficultés prévisibles

Alors que le milieu *pour l'action* contient du matériel – plus ou moins évoqué ou intériorisé, ou bien directement des objets mathématiques (nombres par exemple), les milieux pour la formulation et la validation comprennent nécessairement des interlocuteurs. Les situations de formulation ou de validation ont toujours une dimension sociale, les milieux correspondants contiennent des éléments producteurs et transformateurs de langage.

Pour qu'un tel milieu soit vécu par l'élève comme un milieu mathématique, il doit donc se représenter les personnes comprises dans le milieu (la plupart du temps ses propres camarades), comme des sujets mathématiques. Ceci est peu probable : les capacités de compréhension des implicites, en particulier, sont prises en compte par l'élève quand il s'adresse à des personnes de la même culture, surtout s'il connaît ces personnes.

Il me semble que cette remarque est à l'origine de difficultés constatées dans l'analyse a posteriori de la réalisation expérimentale de beaucoup de situations de formulation et de validation, comme nous allons le voir en nous appuyant sur quelques exemples.

Situations de formulation

Dans le cas des situations d'action, le résultat d'une procédure est une *action* sur le milieu (précédée la plupart du temps d'une anticipation). La validation en gain-perte (ou vrai-faux) suffit à conclure sur l'action et la procédure qui a guidé l'action, si les variables didactiques ont été choisies de façon appropriée.

Ce n'est jamais le cas dans les situations de formulation, où le résultat est double: formulation d'une part, conséquence de la formulation sur une action d'autre part.

La validation de l'effet d'une action, qu'il provienne ou non d'une formulation ne pose pas plus de difficulté qu'en situation d'action. Par contre la conclusion sur la formulation elle-même pose des problèmes d'adéquation et de pertinence qui ne sont en général pas réglés par l'efficacité des actions qui pourraient en résulter.

Cette difficulté nous renvoie à ce que j'ai signalé dans le §1 : la limite de la modélisation en terme de jeu. La pertinence d'une formulation et sa validité du point de vue du langage est difficile à organiser sous forme de jeu adidactique.

Chez la plupart des auteurs qui ont utilisé les situations de formulation dans des séquences d'apprentissage, on voit apparaître des phases de bilan, ou de débat collectif, qui traduisent la nécessité pour le maître de rester responsable d'une phase de conclusion problématique.

Exemple 1

Le phénomène qui consiste à voir apparaître dans les situations de formulation des messages *performants* mais non pertinents du point de vue mathématique, ou même carrément faux, est connu de nombreux chercheurs ayant expérimenté ce genre de situations. Denise Grenier (1988) nous fournit des exemples de ce genre de difficulté. Dans une première modalité de l'expérimentation de sa séquence en classe :

« Deux messages font référence au « N » ou au « Z » formé par le segment à décrire dans la figure. Cette stratégie résout parfaitement le problème sans mettre en jeu les propriétés de symétrie et les différences entre les segments de type S [symétrique] et ceux de type NS [non symétrique]. » (p.237)

Denise Grenier met alors en cause les caractéristiques de la figure, et se propose de « minimiser les possibilités de description dans un mode perceptif facile d'accès. » (Ibid. p.239). En disant *minimiser*, elle rend compte de la difficulté d'empêcher a priori toute stratégie de ce type. Dans la deuxième réalisation de la séquence, élaborée en tenant compte des difficultés engendrées par la première, apparaît « un message incohérent... qui ne l'est pas pour les élèves » (Ibid. p.248)

«Message A6 (Jeremy et Sophie2)

A cause de l'emplacement de la droite de symétrie, la figure n'est pas symétrique. La droite de symétrie est placée en oblique.

Les échanges entre élèves pendant la confrontation confirment qu'il n'y a pas pour eux de contradiction ou d'incohérence dans cette phrase. L'explication est contenue dans la conception élargie de la droite de symétrie chez beaucoup d'élèves. Toute droite partageant une figure en deux parties superposables est une droite de symétrie. Mais certaines figures « ne se replient pas ». Il y a donc des « fausses » et des « vraies » droites de symétrie : l'un des élèves de ce binôme l'a exprimé clairement lors de la phase de confrontation. » (Ibid., Id.)

Dans cet exemple, c'est la présence de la même conception fautive chez les élèves qui fait fonctionner la communication. Grenier signale l'intervention directe du maître dans la phase de bilan, et la communication de qualité médiocre qui s'ensuit avec les élèves :

« L'enseignant se trompe sur ce qui a induit en erreur les élèves. [...] L'élève est resté sur son problème: le manque d'information pour départager les deux figures non symétriques. Ses phrases contiennent les mêmes expressions contradictoires que le message, ce qui montre qu'elle n'a pas accordé à ce sujet l'importance que l'enseignant lui donne. [...] En ce sens, la phase collective est un échec : elle n'a pas servi à la prise de conscience du problème par les élèves qui étaient justement concernés. » (Ibid., pp.369-370)

On voit bien qu'ici le maître lutte d'une certaine manière contre la situation objective pour amener les élèves à remettre en cause leur message, sans grand succès.

Exemple 2

Je me sers ici d'une scène d'une séquence expérimentale rapporté dans Bessot et Eberhard (1983). La séquence porte sur l'apprentissage de la mesure. Dans la scène qui m'intéresse (la troisième), l'enjeu ne porte pas sur la mesure (que tout le monde sait pouvoir trouver par une méthode ou une autre, grâce aux leçons précédentes) mais sur la rapidité de l'effectuation de ces mesures (il s'agit d'une course). Le résultat concernant la course est connu par les élèves par une rétro-action simple de la situation (on voit quelle équipe a terminé la première).

Le problème qui se pose dans l'analyse de la validation est de savoir si la rapidité suffira à discriminer les méthodes du point de vue du savoir, c'est-à-dire des stratégies pertinentes visées par l'enseignement. C'est ce que pensent a priori les auteurs, d'après une analyse du coût des stratégies.

Dans le scénario réalisé en classe, la stratégie attendue n'est pas majoritaire et n'est pas celle de l'équipe gagnante : l'équipe qui utilise la stratégie attendue n'est arrivée que deuxième. De plus, les équipes perdantes n'interprètent pas leurs mauvaises performances en termes de stratégie inadaptée, mais en termes de mauvaise organisation.

« Lors de la construction de cette situation, nous pensions que le coût de la procédure P1

provoquerait son abandon et amènerait les élèves à construire des échelles. Or six équipes sur onze conservent cette procédure durant tout le jeu. La réussite de l'une de ces équipes renforce chez certains enfants l'idée que leur échec résulte d'un défaut d'organisation. » (Ibid., p.321)

La maîtresse (il s'agit ici de Madeleine Eberhard elle-même) se trouve donc face à l'échec de la phase de conclusion du point de vue des attentes didactiques. Conformément aux analyses que j'ai développées plus haut, elle est contrainte d'évaluer. Ici cette évaluation passe par la valorisation de la procédure de la deuxième équipe, et la diffusion autoritaire de la méthode employée :

« *Malgré tout*, l'enseignante impose à chaque élève la fabrication d'une règle comme l'a fait la seconde équipe gagnante. » (Ibid., p.322, c'est moi qui souligne)

Il est intéressant de noter que Bessot et Eberhard n'ont pas interprété ce fait comme lié à une contrainte didactique, mais comme une « erreur » de la part de l'enseignante. C'est pourquoi elles écrivent « malgré tout », alors qu'on aurait pu écrire « ainsi »! C'est-à-dire que c'est parce que la validation a échoué que l'enseignante est contrainte, non seulement d'évaluer, mais encore de renforcer la stratégie qu'elle veut favoriser. Bessot et Eberhard ont mis en lumière le rôle crucial de la conduite de l'enseignante, mais elles n'évaluent pas les contraintes qui ont déterminée cette attitude.

« Nous avons ici l'exemple d'une « situation de pédagogie classique où le maître exploite immédiatement la bonne déclaration » (Brousseau 1981). En effet, l'enseignante valide une procédure minoritaire dont l'intérêt n'est reconnu que par quelques enfants et ferme ainsi définitivement la situation. Cette validation, concluant le débat, peut-être identifiée à une institutionnalisation de la procédure E. Si l'enseignante n'avait pas fermé ainsi la situation et si, au contraire, elle avait fait rejouer⁹ une autre course, l'évolution prévue des procédures aurait-elle eu lieu ? » (Bessot & Eberhard, p.322)

Mon analyse révèle donc une logique dans le comportement de la maîtresse qui n'apparaît pas dans l'article.

Cet article est assez typique de la description du rôle du maître dans les travaux de cette époque. Implicitement, le maître intervient « le moins possible », sans qu'on sache bien les conditions qui rendent possible cette attitude (pour l'analyse complète, voir ma thèse, chapitre 1 § 6). Quand son rôle est décrit, c'est qu'il a été perçu comme plutôt négatif par l'équipe de chercheurs (et ceci y compris si l'enseignant lui-même en fait partie). Je pense que la description des conditions de conclusion aide à comprendre dans quelle situation se trouvent à la fois les élèves et le maître.

Situation de validation

Dans les situations de validation, nous nous heurtons à la difficulté de définir le milieu pour la validation, et les réactions des élèves face à ce milieu.

Cette difficulté est générale pour les situations adidactiques de validation : les élèves doivent considérer certaines de leurs formulations comme des conjectures, ou des propositions, et ils doivent trouver eux-mêmes le moyen de les valider. Pour que le problème puisse les conduire vers des preuves intellectuelles (Balacheff 1988), il est donc nécessaire qu'ils ne puissent pas trouver *directement* une réponse à la validité de leurs assertions dans un milieu déjà organisé. Ils doivent en particulier convenir entre eux des règles du débat de preuve. En effet, les règles de ce débat sont un enjeu de l'apprentissage dans les situations de validation.

Le maître ne peut donc avoir de garantie a priori que la phase de validation vécue par les élèves sera acceptable comme phase de conclusion pour lui. L'organisation des situations de validation cherche seulement à garantir que les élèves auront l'occasion de se lancer dans des

⁹ Bessot et Eberhard remarquent ici très justement que la phase d'évaluation ainsi organisée bloque le fonctionnement de la situation adidactique, et en particulier sa répétition (voir Margolinas 1989, chapitre 1 §3).

démarches de preuves, et qu'il existe un milieu adidactique qui les permet; mais les contraintes ne peuvent garantir le fonctionnement adidactique de la situation.

Nicolas Balacheff (1988) signale une difficulté qui me paraît liée à ce problème : celle de l'argumentation :

« Cette prégnance des démarches argumentatives naturelles nous suggère que le traitement ad hoc d'une réfutation puisse ne pas seulement avoir une signification spécifique de l'activité mathématique, mais correspondre à une conduite dans laquelle prime la mise à l'écart de ce qui serait vu comme une objection et ne serait donc pas traité comme une réfutation significative d'une contradiction. Ce qui serait en question ne serait plus alors la rationalité, même contextualisée (i.e. en situation), des élèves, mais une référence implicite à un mode d'interaction. » (p.575, c'est moi qui souligne)

Balacheff relie bien cette difficulté avec la dimension sociale des situations de validation.

« Selon nous, cette difficulté due au caractère social de la communication linguistique est spécifique des situations comportant un milieu "humain", et elle n'est pas totalement réductible aux caractéristiques particulières de chaque situation. » (suite de la citation précédente)

Exemple

Comme exemple d'appui, je vais utiliser la situation « la course à 20 » (Brousseau, 1978)¹⁰. La scène 4 a les caractéristiques d'une situation de validation. Il s'agit de formuler des propositions (au sens logique du terme) et de les valider. Pour valider les propositions, les élèves doivent rentrer dans un processus de preuve.

Ils peuvent pour cela utiliser la course comme un milieu pour la validation, dans le cadre de leur argumentation ; par exemple : « J'ai raison, viens jouer avec moi, tu verras, je vais gagner. ». Les règles d'utilisation de la course comme milieu pour la validation doivent se discuter : il s'agit de l'apprentissage des règles de débat, objet de cette phase. Par exemple, il peut être légitime d'utiliser des courses tronquées : « Mon théorème est "pour gagner, il faut jouer 14", il suffit de jouer à partir de 14 ».

A moins que le raisonnement puisse permettre d'éviter la course elle-même – c'est ce que le maître espère comme résultat de cette situation.

La course est incluse dans le milieu pour la validation. Pour que la réalisation de cette scène ait des caractéristiques véritablement adidactiques, il faudrait que les élèves eux mêmes décident totalement de l'utilisation ou de la non utilisation du milieu formé par la course.

Cette condition paraît très difficile à réaliser en pratique.

Dans le film vidéo réalisé à l'École Michelet en 1977, c'est très souvent la maîtresse qui suggère aux enfants d'aller jouer contre un membre de l'équipe adverse pour défendre une proposition. Elle leur rappelle également qu'il faut chercher à gagner (c'est-à-dire que le jeu n'est plus ludique, mais qu'il simule un jeu idéal où personne ne se trompe). Elle intervient

¹⁰ La course comporte deux adversaires, qui disent un nombre tour à tour. Il s'agit, pour chacun des adversaires, de réussir à dire « 20 » le premier. Le premier qui joue a le droit de dire 1 ou 2. On ne peut dire un nombre que si celui-ci s'obtient en ajoutant 1 ou 2 au nombre que l'adversaire vient de dire.

Scène 1: La maîtresse explique la règle de la course et commence une partie au tableau contre un enfant, puis cède sa place à un autre enfant, les deux enfants terminent la partie.

Scène 2: Les enfants jouent à la course par groupe de deux. Ils jouent plusieurs parties. Les nombres joués sont écrits, chaque joueur utilisant une colonne d'une feuille commune aux adversaires.

Scène 3: La classe est répartie en deux équipes adverses. La course se déroulera au tableau entre deux champions désignés au hasard par la maîtresse. Avant chaque partie un temps est accordé pour la concertation à l'intérieur des équipes. Les équipes jouent plusieurs parties. Les champions sont désignés à chaque partie, après le temps de concertation.

Scène 4: La classe est toujours séparée en deux équipes. La maîtresse demande d'énoncer des propositions, découvertes qu'ils ont faites et qui leur ont permis de gagner. Chaque proposition d'une équipe est examinée par l'équipe adverse, elle est acceptée comme vraie ou bien rejetée comme fausse. Les découvertes acceptées sont inscrites au tableau au bénéfice des équipes qui les ont énoncées.

donc directement dans la relation des élèves avec le milieu pour la validation, ce qui est contradictoire avec l'ambition de réaliser une phase de validation (adidactique).

J'ai moi même utilisé le scénario de la course à 20 dans le cadre d'une formation d'adultes de très bas niveau. Leur difficulté à entrer dans un jeu rationnel rendait illusoire leur utilisation autonome du milieu pour la validation, alors même que de nombreux théorèmes étaient produits.

Dans la position de l'enseignant qui doit prendre une décision rapide face au dysfonctionnement d'une phase de conclusion, je n'ai pas trouvé d'autre solution que de leur demander de jouer leurs théorèmes contre moi ! Il est clair que cette « solution » affaiblissait notablement la valeur de cette situation comme situation de validation. Je me posais ainsi moi même non plus comme fournisseur de preuve – la situation classique – mais comme « joueur universel » – sous-entendant que, sachant jouer, je ne pouvais perdre que contre quelqu'un qui détiendrait une vérité incontournable... Je précisais ainsi les règles de validation, ce qui était contraire à mon objectif d'apprentissage.

3.4. Conclusion des analyses théoriques

J'ai présenté ici quelques éléments et exemples pour montrer comment l'analyse de l'adéquation entre les rétro-actions du milieu et la stratégie optimale prévue permettent de prévoir certaines difficultés en phase de conclusion. Il me semble que ces analyses pourraient conduire à prévoir avec plus de finesse les interventions possibles du maître dans la phase de conclusion. En effet, entre la « carte blanche » laissée au maître dans ces phases et la consigne de « non intervention », il me semble nécessaire de travailler à la prévision d'intervention.

Dans l'exemple tiré de Bessot et Eberhard 1983, les auteurs, n'ayant pas prévu de difficulté, regrettent a posteriori le type d'intervention fait par l'enseignante, et auraient préféré une relance de la situation. Si l'analyse de la conclusion avait été faite au préalable, cette possibilité aurait pu faire partie des consignes pour la maîtresse.

Cette suggestion va donc dans le sens d'un renforcement des analyses préalables et a priori dans la phase de conclusion, qui prendrait en compte les possibilités du maître devant les éventualités prévisibles.

Du point de vue de l'observation et du diagnostic des situations didactiques, on peut retenir l'apparition de phases de bilan comme indicateur de difficultés prévues dans la conclusion. Ces phases doivent être analysées du point de vue de la conclusion, même quand l'enseignant ne pense pas intervenir du point de vue du savoir dans ces phases.

Pour contribuer à l'analyse a posteriori de ces phases, il faudrait être capable de caractériser les choix du maître (en position P2), les bifurcations dans ses projets. Nous parlerons dans le §4 des problèmes méthodologiques liées à cette identification, qui est actuellement une importante question ouverte.

Dans le cas de l'absence d'un milieu objectif, il faut retenir que ces phases ne peuvent s'analyser sans une information sur la genèse de l'acquisition de la connaissance qui servira de critère de validité. En particulier, l'idée que se fait le maître du maniement de cette connaissance par les élèves intervient dans les choix qu'il s'autorisera à faire en phase de conclusion, et l'on pourra observer des dysfonctionnements de la situation didactique quand, pour une raison ou une autre, cette idée du maître se révélera erronée¹¹.

¹¹ J'ai pu faire une observation de ce type après des vacances scolaires durant lesquelles les élèves avaient oublié des connaissances encore instables, et sur lesquelles le maître comptait comme critères de validité.

Ce paragraphe veut servir de conclusion ouverte à l'ensemble de l'article. Les contraintes qui pèsent sur le maître, en particulier dans la phase de conclusion, ont été étudiées précédemment. Mais quelles méthodes pouvons-nous imaginer pour mettre sur pied un programme d'observation du maître dans ces phases ? Comment reconnaître, dans la réalité de la classe, la nature d'une phase de conclusion ? Quels moyens méthodologiques utiliser pour un tel programme de recherche ? Ce sont ces questions que j'ouvrirai ici. Dans un premier paragraphe, j'essayerai de poser ce problème d'observation, en le reliant aux observations plus « classiques » actuellement – qui sont essentiellement des observations d'élèves. J'indiquerai ensuite deux situations favorables pour l'observation de l'enseignant, et le type de données qui leur sont associées.

4.1. Position du problème

La question de l'observation du maître en situation nous oblige donc à nous poser des questions d'analyse a posteriori pour lesquelles, comme nous l'avons vu, nous avons peu d'instruments. Dans les paragraphes précédents de cet article, j'ai montré quelles sont les bases théoriques qui peuvent servir de base à une recherche. Je vais décrire ici, en guise de conclusion ouverte, quels sont les moyens méthodologiques que j'entends mettre en œuvre, et pourquoi. En ce sens, cet article va peut-être à l'encontre d'une tradition établie, qui voudrait que les questions méthodologiques ne soient présentées que comme introduction à des résultats produits à l'intérieur des cadres alors définis. Il me semble au contraire que, concernant l'observation de l'enseignant, les questions méthodologiques sont suffisamment épineuses pour fournir la base d'une réflexion et d'un débat.

Nous allons voir que les recherches menées jusqu'à présent ont pu utiliser ce que j'appelle ici « l'isolement expérimental », alors que cet isolement n'est pas réalisable pour le maître dans la situation didactique ; j'examinerai ensuite les conséquences de cette impossibilité, qui nous empêche de garder plus longtemps l'illusion d'enregistrer « tout le réel », et qui peut générer une angoisse devant la subjectivité de l'observateur ainsi mise à nu.

L'isolement expérimental

Thèse 8 : *L'enseignant est indissociable du système didactique (stricto-sensu ou lato-sensu).*

Dans ce paragraphe, je vais me servir des méthodologies expérimentales connues en ce qui concerne l'élève pour servir de contrepoint à ce qui pourrait constituer des équivalents en ce qui concerne le maître¹².

Une caractéristique générale des études dans lesquelles l'observation de l'élève tient une place importante est ce que j'appellerai « l'isolement expérimental ». L'élève est étudié soit dans un fonctionnement individuel (ex : questionnaires papier/ crayon), soit dans une relation duelle avec l'expérimentateur (ex : entretiens de type « Piagétien »), soit dans une discussion en « binôme » (nombreux exemples: en particulier Balacheff 1988), soit dans une discussion à l'intérieur d'un groupe de 4 inclus dans la classe (nombreux exemples : en particulier Grenier 1988).

Dans ces cas de figure (qui ne se veulent pas totalement exhaustifs), l'élève, même quand il est observé en classe, est d'une certaine manière observé « isolément ». Dans les phases collectives, l'observation de l'élève devient si difficile qu'elle est peu relatée, ou relatée quand de nouveau l'élève peut être isolé (quand il est seul au tableau, par exemple, comme chez Grenier 1988).

¹² Je m'excuse d'avance auprès des personnes qui travaillent actuellement sur le rôle du maître, dont les méthodes n'apparaîtront pas ici. La date de rédaction de cet article (Mai 1991) expliquera ces manques.

Deux remarques s'imposent alors. L'élève est ainsi isolé expérimentalement de deux systèmes dont il fait intimement partie: le système-didactique stricto sensu (Maître, Élève, Savoir), et le système didactique lato sensu (qui comprend les institutions auxquels les éléments du système didactique stricto-sensu sont assujettis, en particulier la noosphère).

L'isolement relatif au système didactique stricto sensu peut être interprété dans le sens d'une étude adidactique, avec les conséquences que j'ai indiquées au §1 : il dépend de la dévolution à l'élève d'un problème ou d'une question. L'importance du caractère adidactique de la relation de l'élève à la situation n'est pas artificielle, elle tient à la finalité non didactique de l'enseignement. L'élève doit pouvoir devenir un ex-élève, sortir de la relation didactique (Élève-Savoir-Maître) pour entrer dans une relation duelle (Élève-Savoir). C'est pourquoi l'isolement de l'élève en relation duelle (qui n'est pas seulement expérimentale, mais didactique), et l'intervention de phases adidactiques dans l'enseignement, sont inhérentes à la relation didactique, et à sa nécessaire disparition. Cette remarque nous montre donc la légitimité des observations où l'élève est ainsi isolé.

L'enseignant est dans une situation bien différente vis-à-vis de la relation didactique. Le maître ne doit (normalement) pas devenir un ex-maître¹³ ! L'isolement du maître du système didactique stricto sensu, qui correspond méthodologiquement à des interviews hors classe, en particulier, ne peut en aucun cas être la seule source d'observation, ni même, me semble-t-il, la principale.

L'enseignant interrogé isolé de la classe se trouve dans une position qui lui est familière: celle qu'il occupe quand il prépare ses leçons ou quand il corrige ses copies. Il me semble qu'il est alors essentiellement pris dans le système didactique lato sensu (en particulier dans la noosphère). Isoler le maître ne revient alors à l'inclure dans un système plus vaste, plus complexe, et surtout moins visible. Cette non-visibilité est d'ailleurs entretenue par l'enseignant (et par la noosphère) : il s'agit de la soi-disant « liberté » que le maître exercerait dans ces moments solitaires de préparation et de correction.

L'illusion du réel enregistré

Les possibilités d'isolement du sujet d'observation à l'intérieur d'un système – qui sont des questions théoriques – sont liées à des questions méthodologiques.

Il me semble que la tentative relativement réussie de l'isolement de l'élève dans l'expérimentation a conduit à renforcer dans notre communauté ce que j'appellerai « l'illusion du réel enregistré », c'est-à-dire l'idée qu'il serait possible de tout enregistrer de l'activité de l'élève, quitte à ne pas être capable de tout analyser. Cette illusion consiste à considérer que le protocole est la réalité.

Il est vrai que, en ce qui concerne par exemple un binôme d'élèves hors classe, le recueil d'un enregistrement audio ou vidéo et de toutes les productions écrites au cours de la séance peut donner lieu à la construction d'un protocole d'observation très détaillé.

Cette relative facilité peut masquer la construction du protocole, qui n'est jamais donné directement par les instruments qui servent à l'observation, et qui est toujours un compte-rendu fait par le chercheur. Le travail de reconstruction peut-être facilité par les instruments d'enregistrement, il n'en est pas moins un travail rétrospectif, et en partie subjectif. Ce que le chercheur reconstruit dans le protocole, ce n'est pas la « réalité » (unique et non reconstituable), mais ce qui en émerge pour lui, étant donné la connaissance qu'il a de la situation expérimentale, et ses intérêts propres.

Cette illusion, qui me semble devoir être combattue dans tous les cas, peut conduire à un véritable blocage quand il va s'agir d'observation en classe ou hors classe de l'enseignant, et

¹³ On peut d'ailleurs se demander si la déformation professionnelle qui consiste à ne plus s'envisager comme connaisseur de mathématiques mais uniquement comme « enseignant » de mathématiques n'est pas liée à cette caractéristique du système didactique.

même d'observation d'une classe complète d'élèves. Il n'existe en effet aucun moyen technique qui nous permettrait de maintenir l'illusion d'avoir tout enregistré dans le cas d'un débat dans la classe, ou d'une classe « active » (c'est-à-dire où le maître ne monopolise pas toute la parole).

L'angoisse de la subjectivité

Cette difficulté peut susciter une certaine angoisse chez le chercheur, qui a l'impression de travailler sur un terrain mouvant, qu'il ne pourra plus embrasser d'un seul regard. Cette angoisse, et ses conséquences méthodologiques pour les sciences humaines, ont été analysées par l'ethnopsychanalyste Georges Devereux (1980). Ses analyses me semblent si utiles que je crois nécessaire de reporter ici une citation assez longue :

« L'étude scientifique de l'homme :

- 1) est entravée par l'angoisse provoquée par le « chevauchement » du sujet d'étude et de l'observateur ;
 - 2) ce chevauchement exige l'analyse du lieu et de la nature de la partition entre les deux ;
 - 3) cette analyse doit compenser la partialité de la communication entre le sujet et l'observateur au niveau conscient, mais
 - 4) ne doit pas céder à la tentation de compenser la plénitude de cette communication au niveau inconscient,
 - 5) laquelle éveille l'angoisse et donc aussi les réactions de contre-transfert
 - 6) qui déforment la perception et l'interprétation des données et
 - 7) produisent des résistances de contre-transfert, qui prennent l'allure d'une méthodologie, et provoquent de nouvelles déformations *sui generis*.
 - 8) Puisque l'existence de l'observateur, son activité d'observation et ses angoisses (même dans l'auto-observation) produisent des déformations qui sont, non seulement techniquement mais aussi logiquement, impossibles à éliminer,
 - 9) toute méthodologie efficace en science du comportement doit traiter ces perturbations comme étant les données les plus significatives et les plus caractéristiques de la recherche dans cette science.
 - 10) Elle doit exploiter la subjectivité inhérente à toute observation en la considérant comme la voie royale vers une objectivité authentique plutôt que fictive.
 - 11) Cette objectivité doit être définie en fonction de ce qui est réellement possible, plutôt qu'en fonction de ce qui « devrait être ».
 - 12) Négligées ou parées de manière défensive par les résistances de contre-transfert, maquillées en méthodologie, ces « perturbations » deviennent la source d'erreur incontrôlées et incontrôlables, bien que
 - 13) lorsqu'elles sont considérées comme des données fondamentales et caractéristiques des sciences du comportement, elles soient plus valables de produire des prises de consciences (*insights*) que tout autre type de données
- Bref, les données en sciences du comportement suscitent une angoisse contre laquelle on se défend par une pseudo-méthodologie inspirée par le contre-transfert ; cette manœuvre est responsable de presque tous les défauts des sciences du comportement. » (p. 16)

Le diagnostic qu'il porte ici est complété par une indication méthodologique positive :

« Ce n'est pas l'étude du sujet, mais celle de l'observateur, qui nous donne accès à l'essence de la situation d'observation.

Les données des sciences du comportement sont, ainsi, de trois sortes :

- 1) Le comportement du sujet.
 - 2) Les « perturbations » induites par l'existence de l'observateur et par ses activités dans le cadre de l'observation.
 - 3) Le comportement de l'observateur : ses angoisses, ses manœuvres de défenses, ses stratégies de recherche, ses « décisions » (= attribution d'un sens à ses observations).
- Malheureusement, c'est sur le troisième type de comportement que nous avons le moins de renseignements, car nous avons systématiquement refusé d'étudier la réalité en termes d'elle même. » (p.19)

4.2. Deux situations favorables au recueil de données

A la suite de nombreuses observations « légères »¹⁴ (pour lesquelles je n'utilisai comme moyen de recueil de données que mes notes), j'ai pu arriver à la détermination de deux types de situations favorables au recueil de données, que je livre ici pour qu'elles puissent éventuellement servir de base pour d'autres recherches.

Observation naturaliste dans un domaine de savoir analysé

La première situation favorable est celle d'une observation « naturaliste » (dans le sens que rien n'a été organisé explicitement par et pour le chercheur), mais dans lequel le domaine mathématique a pu être étudié préalablement.

Le recueil de données peut alors se faire grâce aux notes de l'observateur, avec éventuelle photocopie de certaines productions des élèves. Ces observations sont nécessairement assez longues (sur un « chapitre »), et permettent essentiellement d'étudier les effets de contrat didactique. J'insiste ici sur l'adjectif didactique, car il s'agit bien ici du contrat lié directement au savoir, et qui transcende le contrat pédagogique qui concerne les grandes options qui permettent la cohabitation dans le système didactique. Il est par exemple possible d'observer des effets de topogenèse (Chevallard 1985), c'est-à-dire des places qui se marquent dans le savoir pratiqué en classe.

J'ai pu faire des observations de ce genre au sujet de l'algèbre élémentaire dans des classes italiennes. Malheureusement, ces observations se présentent plutôt comme des notes éparses¹⁵, car l'émergence de ces effets n'est pas continue. L'analyse a posteriori peut difficilement tenir compte des situations didactiques dans lesquelles ces observations sont nées, dans la mesure où il s'agit d'une multiplicité de situations. D'autre part, ces situations, pour être étudiées, demanderaient tout d'abord une reconstruction, ce qui est loin d'être simple.

J'ai pu néanmoins recueillir des éléments d'information sur certaines difficultés que peut rencontrer un enseignant dans la gestion de son enseignement de l'algèbre élémentaire, en particulier quand l'intention affichée « d'innovation » ne s'accompagne pas d'un travail sur les concepts mathématiques en jeu. Mais ces observations restent très fragmentaires, et la plupart des phénomènes échappent à l'observateur.

En bref, on peut dire que dans l'état actuel de mes travaux, ces observations ont un caractère courant dans les textes psychanalytiques, mais plutôt rares en didactique des mathématiques : il s'agit de « cas » dont l'unicité en fait à la fois la valeur et la limitation. Seule l'organisation de ces « cas » dans une architecture théorique permettrait d'en comprendre le caractère universel... je n'en suis pas encore là !

Observation d'une situation connue d'avance

La deuxième situation favorable est celle d'une observation dans laquelle la situation, définie à l'avance, peut être analysée a priori, et si possible préalablement. Cette situation est d'autant plus favorable si l'enseignant, pour une raison ou une autre, vit une situation « inhabituelle ».

A première vue, on pourrait penser que cette situation est celle « classique », où c'est avant tout le fonctionnement de la situation qui est observé, et dans laquelle un chercheur demande à un enseignant (qui a participé ou non à l'élaboration de la situation) de jouer un rôle défini à l'avance.

La situation que je propose ici, si elle englobe effectivement celle-ci, concerne également d'autres cas de figure. Pour le comprendre, le mieux est peut-être de donner quelques exemples.

¹⁴ Le lecteur intéressé par le parti pris qui correspond à ce genre d'observation trouvera plus de détail dans Margolinas 1991.

¹⁵ Une de ces observations m'a fourni la base d'un TD sur le contrat didactique, dont on trouvera le compte rendu dans les Actes de la 6e École d'été de didactique des mathématiques (Régis Gras, IRMAR, Rennes).

Premier exemple: observation effectuée par Bruno Vigier, pour un mémoire de Licence de Sciences de l'Éducation que j'ai dirigé¹⁶. Un enseignant en CM2 a accepté d'adapter pour sa classe, après un travail explicatif avec B. Vigier, la séance du « puzzle » (Nadine et Guy Brousseau, 1987). J'ai eu accès pour l'observation à la vidéo enregistrée par B. Vigier (qui a observé la séance et m'a également fait part de ses « impressions ») et à certaines productions des élèves. La situation de départ est bien connue, et ce qu'on peut analyser ici, ce sont les modifications apportées par le maître à cette situation connue. Bien sûr, le problème de décrire les situations ainsi obtenues pour permettre une analyse des productions des élèves (en particulier), n'est pas simple, mais elle est néanmoins rendue possible par l'existence d'une situation de départ très bien étudiée. Le facteur « situation inhabituelle » joue ici un rôle important dans l'observation. Il est en effet clair – pour les observateurs, et cette clarté est bien sûr subjective, comme nous l'annoncions plus haut – que cet enseignant a pris de nombreuses décisions improvisées sur le moment. Ces décisions donnent des résultats plus ou moins heureux, même du point de vue de l'enseignant qui les a prises, qui l'amènent à dévoiler quelques uns des projets qu'il assigne à son enseignement dans cette séance en particulier, et parfois de façon plus générale.

Le deuxième exemple m'a été fourni par une enseignante de collège, en Italie : Madin Bozzo (qui participe au groupe de travail de Paolo Boero). Elle m'a proposé de venir observer deux séances dans sa classe (3a media, de niveau 4e français, élèves de 14-15 ans). Elle a choisi (sans sollicitation de ma part) d'adapter pour sa classe un problème utilisé par Nicolas Balacheff (1988) : celui de « l'aire et du périmètre de rectangles » (pp.281-320). Elle n'avait jamais utilisé ce texte en classe, et s'est trouvée confrontée à de grandes difficultés dans la gestion du débat qu'elle avait prévu. Les notes manuscrites que j'ai prises et les travaux photocopiés des élèves m'ont fourni la base d'un protocole exploitable¹⁷. La bonne qualité des notes que j'ai pu prendre à ce moment découle très nettement du fait que je connaissais la situation mieux que l'enseignante, et que j'étais donc prête à donner de l'importance à certaines interventions décisives (c'est-à-dire qui m'ont parues telles dans l'observation) de l'enseignante, interventions assez visible du fait de leur caractère improvisé.

Dans ces deux exemples, on voit que l'objet de l'observation est alors en grande partie ce que j'appellerai (au moins provisoirement) les « choix de gestion » de l'enseignant. En particulier la position qu'il adopte dans la gestion de la vérité dans la classe. Les phénomènes de contrats peuvent bien sûr apparaître, mais ces observations sont moins spécifiques de ces phénomènes que celles décrites au paragraphe ci-dessus.

BIBLIOGRAPHIE

- Artigue, M. (1984). *Contribution à l'étude de la reproductibilité des situations didactiques*. Thèse d'état. Université de Paris 7. Publiée par l'IREM de Paris 7.
- Artigue, M. (1988). Ingénierie didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 9(3), 281-308.
- Arsac, G., & Mante, M. (1988). Le rôle du professeur : Aspects pratiques et théoriques, reproductibilité. *Séminaire de didactique des mathématiques et de l'informatique*, 101, 79-105. Grenoble : LSDD-IMAG/
- Bachelard, G. (1949). *Le rationalisme appliqué* (1975 ed.). Paris: P.U.F.
- Balacheff, N. (1988). *Une étude des processus de preuve en mathématiques chez des élèves de collège*. Thèse d'état. Université Joseph Fourier, Grenoble.
- Bessot, A., & Eberhard, M. (1983). Une approche didactique des problèmes des problèmes de la mesure. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 4(3), 239-324.
- Blanchard-Laville, C. (1991). *Éléments épistémologiques et méthodologiques à propos de recherches cliniques en Sciences de l'Éducation sur l'enseignement des mathématiques*. Habilitation à diriger les recherches. Paris 10 Nanterre.
- Brousseau, G. (Ed.). (1978). Etude locale des processus d'acquisition en situations scolaires *Enseignement élémentaire des mathématiques* (Vol. 18). Bordeaux: IREM.

¹⁶ J'espère que ce travail débouchera dans un article pour la revue *Grand N*. [note rétrospective : ce ne fut pas le cas]

¹⁷ Article à paraître dans la revue *Petit x*. [note rétrospective : cet article n'a jamais été écrit...]

- Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), 33-115.
- Brousseau, G. (1990). Le contrat didactique: le milieu. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 9(3), 309-336.
- Brousseau, G., & Brousseau, N. (1987). *Rationnels et décimaux dans la scolarité obligatoire*. Bordeaux: IREM.
- Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique*. Grenoble La Pensée Sauvage.
- Chevallard, Y. (1989). Le concept de rapport au savoir. Rapport personnel, rapport institutionnel, rapport officiel. In *Séminaire de didactique et technologies cognitives en mathématiques* (Vol. 108). Grenoble: LSDD-IMAG.
- Devereux, G. (1980). *De l'angoisse à la méthode* (traduction française du texte original en anglais, 1967 ed.). Paris Flammarion.
- Douady, R. (1984). *Jeux de cadres et dialectique outil-objet dans l'enseignement des mathématiques. Une réalisation dans tout le cursus primaire*. Thèse d'état. Université de Paris VII, Paris.
- El Bouazzaoui, H. (1982). *Etude de situations scolaires des premiers enseignements du nombre et de la numération*. Thèse de 3^e cycle. Université de Bordeaux I.
- Grenier, D. (1988). *Construction et étude du fonctionnement d'un processus d'enseignement sur la symétrie orthogonale en sixième*. Thèse de l'Université Joseph Fourier, Grenoble.
- Laborde, C. (1988). Divers aspects de la dimension sociale dans les recherches en didactique des mathématiques. In C. Laborde (Ed.), *Actes du premier colloque franco-allemand de didactique des mathématiques et de l'informatique* (pp. 67-80). Grenoble: La pensée sauvage.
- Lercher, A. (1985). *Les mots de la philosophie*. Paris: Belin.
- Margolinas, C. (1989). *Le point de vue de la validation: essai d'analyse et de synthèse en didactique des mathématiques*. Thèse de l'Université Joseph Fourier, Grenoble.
- Margolinas, C. (1991). *Le rôle du maître dans la gestion des phases de conclusion en situation didactique*. Rapport de recherche. Grenoble: LSDD-IMAG.
- Mayr, É. (1989). *Histoire de la biologie* (traduction française du texte original en anglais, 1982 ed.). Paris: Arthème Fayard.
- Plon, M. (1976). *La théorie des jeux: une politique de l'imaginaire*. Paris: François Maspéro.
- Ratsimba-Rajohn, H. (1981). *Etude de deux méthodes de mesures rationnelles: la commensuration et le fractionnement de l'unité, en vue d'élaboration de situations didactiques*. Thèse de 3^e cycle. Université de Bordeaux I.

**** L'essentiel de cette thèse a été publié dans Margolinas, C. (1993). *De l'importance du vrai et le faux dans la classe de mathématiques*. Grenoble La Pensée Sauvage.