



HAL
open science

Des pratiques enseignantes à la fois contraintes et personnelles, et pourtant cohérentes.

Eric Roditi

► **To cite this version:**

Eric Roditi. Des pratiques enseignantes à la fois contraintes et personnelles, et pourtant cohérentes..
Fabrice Vandebrouck. La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants.,
OCTARES, pp.73-94, 2008, Formation. halshs-00349772

HAL Id: halshs-00349772

<https://shs.hal.science/halshs-00349772>

Submitted on 19 Jul 2011

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

PARTIE 2
DES RÉSULTATS SUR LES PRATIQUES ENSEIGNANTES
EN CLASSES « ORDINAIRES »

CHAPITRE 1
DES PRATIQUES ENSEIGNANTES
À LA FOIS CONTRAINTES ET PERSONNELLES,
ET POURTANT COHÉRENTES

Éric Roditi¹

Par l'étude du cas précis de l'enseignement français de la multiplication des nombres décimaux en classe de sixième (11 ans), nous abordons dans ce chapitre la question de la régularité et de la variabilité des pratiques des professeurs de mathématiques. La démarche adoptée a été de partir du cadre défini dans les deux parties précédentes de ce livre pour analyser le travail de plusieurs professeurs et quelques conséquences sur celui des élèves. En recherchant les régularités des pratiques, nous cherchons à montrer comment les professeurs suivent les directives de l'institution scolaire, mais aussi répondent à des exigences liées à l'exercice même du métier. Pourtant toute personne qui entre dans une salle de classe et observe le déroulement de la séance, perçoit combien l'acte d'enseignement est éminemment personnel. Dans notre étude, la question de la diversité des pratiques est posée pour

¹ Université Paris Descartes, Faculté des sciences humaines et sociales - Sorbonne, membre de l'équipe EDA de l'université Paris Descartes (Paris 5), membre associé à l'équipe DIDIREM de l'université Paris Diderot (Paris 7).

identifier les marges de manœuvre investies par les professeurs, par delà les contraintes.

Pour comprendre le travail du professeur autrement que par ses conséquences éventuelles sur les apprentissages des élèves, et en inscrivant nos analyses dans le cadre de la « double approche » définie dans la deuxième partie de ce livre, nous prenons en compte le fait que le professeur cherche à concilier des objectifs d'apprentissage et des impératifs professionnels qui s'expriment par rapport à lui, et pas seulement par rapport à ses élèves.

Les pratiques de quatre professeurs exerçant dans des conditions similaires sont analysées. Des observables qui portent sur le scénario prévu et sur son déroulement en classe, sont définis de manière à mener des comparaisons entre les professeurs, et pour chacun d'entre eux, entre la préparation des cours et son déroulement.

Des contraintes sont élucidées qui montrent que tous les scénarios envisageables *a priori* ne sont pas réalisables dans l'enseignement. Ces contraintes conduisent à une certaine régularité des pratiques enseignantes pour ce qui concerne leurs deux premières dimensions, c'est-à-dire pour la première, les dynamiques globales entre ce qui est communément appelé cours et exercices, et pour la deuxième, les tâches mathématiques proposées aux élèves. La variabilité des pratiques émerge principalement des analyses concernant la troisième dimension, celle des conditions de travail des élèves et des aides apportées par le professeur. Nous montrons enfin comment l'investissement personnel de l'enseignant dans son travail, engendre une cohérence des pratiques qui font qu'un enseignant particulier ne peut vraisemblablement pas spontanément mettre en œuvre n'importe quel scénario d'enseignement, quand bien même ce scénario pourrait être adopté avec satisfaction par un de ses collègues. Des conséquences de ce résultat seront exploitées dans la partie 7 où la formation des enseignants de mathématiques est abordée.

Le paragraphe I précise la problématique de la recherche et les éléments théoriques qui la fonde, il montre aussi comment la méthodologie générale de la

double approche a été spécifiée à cette étude particulière. Le paragraphe II présente les résultats concernant les scénarios possibles, les contraintes qui pèsent sur l'enseignement, et il montre quels sont finalement les scénarios réalisables. Les paragraphes III et IV sont respectivement consacrés à l'étude des scénarios d'enseignement des professeurs observés et de leur déroulement ; quelques réponses sont apportées aux questions de régularité et de variabilité, posées dans la problématique. Le paragraphe V dresse un bilan des analyses par séquence et propose des interprétations relatives à la cohérence des pratiques enseignantes.

I. QUESTIONS DE RECHERCHE ET MÉTHODOLOGIE

Ce premier paragraphe a pour objet de préciser la problématique de la recherche qui vient d'être présentée, et d'indiquer comment les éléments théoriques et méthodologiques généraux qui ont été exposés dans les deux parties précédentes du livre, ont été adaptés à cette étude particulière.

1. Problématique

La question de la régularité et de la variabilité des pratiques enseignantes, a été décomposée en trois groupes de questions que nous détaillons en indiquant, de manière encore succincte, les moyens mis en œuvre pour y répondre.

Des questions sur les scénarios d'enseignement

Le premier groupe de questions porte sur les enseignements possibles et sur les choix des enseignants observés par rapport à ces possibles ; il concerne donc les deux premières dimensions des pratiques. Après avoir évalué les enjeux de la multiplication des décimaux, nous en recherchons les transpositions didactiques possibles à la lumière des nombreuses publications qui abordent la transmission de ce savoir. Puis nous comparons les scénarios élaborés par les professeurs en référence à ces possibles précédemment déterminés.

Des pratiques enseignantes à la fois contraintes et personnelles...

Des questions sur les déroulements en classe

Le deuxième groupe de questions porte sur le déroulement, et plus particulièrement sur le travail des élèves en fonction de celui du professeur ; il concerne donc la troisième dimension des pratiques. D'une part nous cherchons à mettre en rapport les tâches prévues dans le scénario et les activités effectives des élèves, d'autre part nous étudions les interactions en classe et les aides que les professeurs apportent aux élèves pendant la réalisation des tâches proposées.

Des questions sur les contraintes et sur les marges de manœuvre

Le troisième groupe de questions porte sur les contraintes et les marges de manœuvre, ainsi que sur la cohérence des pratiques. Par une étude des textes officiels, nous spécifions les contraintes de l'institution scolaire, qui fixe à la fois le nombre d'heures d'enseignement et les savoirs à transmettre. Par des entretiens avec les professeurs, nous tentons d'évaluer le poids des contraintes liées aux attentes diverses des professionnels de l'établissement scolaire, et des contraintes liées à l'exercice même du métier, notamment la gestion des élèves c'est-à-dire de leur hétérogénéité, de leurs attentes, de leurs demandes, de leurs erreurs, etc.

Les résultats concernant la variabilité des pratiques sont interprétés comme l'investissement de marges de manœuvre par les enseignants, marges de manœuvre que nous essaierons de circonscrire pour, nous ne le ferons pas ici mais l'objectif sera poursuivi dans la septième partie, définir un espace des possibles du développement professionnel.

Entre contraintes et marges de manœuvre, se pose la question de la cohérence des choix des enseignants. Même si du point de vue théorique la cohérence des pratiques est admise, pour savoir comment se manifeste cette cohérence, nous en cherchons des « traces », des indices, en croisant les choix effectués par les professeurs depuis la préparation des cours jusqu'au déroulement en classe.

2. Principales références théoriques

Les éléments théoriques qui fondent cette recherche ont été explicités dans les deux premières parties de ce livre auxquelles nous renvoyons le lecteur, y compris pour la bibliographie. Cependant nous rappelons ici ceux qui ont été principalement utilisés, et dans un paragraphe qui décrit la méthodologie générale de notre travail, nous expliquerons comment ils ont été spécifiés pour cette recherche particulière.

Pour l'analyse de la notion enseignée, ce que nous appelons « le sens » de la multiplication doit se comprendre en référence à la théorie des champs conceptuels (Vergnaud G. 1990). Les enjeux mathématiques des enseignements de la multiplication des nombres décimaux ont été étudiés en référence aux travaux de Guy Brousseau (1987, 1998), de Régine Douady et de Marie-Jeanne Perrin Glorian (1986) pour les nombres décimaux, et aux travaux de Gérard Vergnaud (1979, 1981, 1983), de Janine Rogalski (1985) et de Denis Butlen (1985) pour la multiplication. Les scénarios d'enseignement, possibles et réalisés, ont été étudiés selon les deux premières dimensions des pratiques d'enseignement : nous avons notamment porté notre attention sur les dynamiques ancien/nouveau, les dialectiques contextualisations/décontextualisation, les dialectiques outil/objet, les représentations symboliques, et bien sûr les spécificités des tâches proposées aux élèves. Pour l'étude des déroulements, trois directions ont été particulièrement développées. D'abord les activités effectives des élèves ont été étudiées et comparées aux activités potentielles issues des tâches mathématiques qui leur ont été proposées. Ensuite les aides des professeurs ont été examinées, catégorisées et croisées avec éventuelles difficultés rencontrées par les élèves. Une approche chronologique du déroulement a enfin été mise en œuvre pour évaluer notamment l'effet du temps qui passe sur les pratiques des professeurs.

En ce qui concerne les analyses du métier des professeurs de mathématiques, nous retenons principalement deux hypothèses élaborées à partir de travaux de psychologie ergonomique : l'existence d'une tâche

redéfinie qui s'interprète par l'implication personnelle dans l'activité professionnelle, et la modélisation proposée par Janine Rogalski (2003) du travail des professeurs comme la gestion d'un environnement dynamique ouvert dans un milieu humain.

3. Des sources publiées et des sources expérimentales

Nous avons mené une étude de type clinique qui porte sur les séquences d'enseignement de la multiplication des nombres décimaux de quatre professeurs en classe de sixième. Elle comporte et elle croise une analyse des scénarios (possibles et réels) et une analyse des déroulements, menées selon les trois dimensions des pratiques enseignantes. Ce paragraphe indique plus précisément ce qui a été étudié.

Utilisation des sources publiées pour déterminer les scénarios possibles

La détermination des scénarios réalisables concerne essentiellement la première dimension des pratiques, elle a été menée par le croisement d'études de la notion mathématique, des exigences institutionnelles, et des contraintes liées aux connaissances antérieures des élèves et à leurs difficultés d'apprentissage de cette notion. Ces études reposent sur des sources publiées que sont les programmes, les manuels, les évaluations des compétences des élèves, les publications à l'intention des enseignants ainsi que les travaux de recherche en didactique des mathématiques.

Nous avons d'abord évalué les enjeux mathématiques de l'enseignement de la multiplication des nombres décimaux en référence à la théorie des champs conceptuels. Dans les limites de la multiplication des nombres décimaux, nous avons repéré les situations multiplicatives, les propriétés de l'opération et les techniques de calculs, les écritures multiplicatives et leurs transformations, ainsi que les liens qu'entretiennent les situations, les propriétés et les écritures.

Une étude de la transposition didactique a été menée par l'analyse des diverses propositions d'enseignement (programmes, manuels, brochures à l'intention des enseignants, ingénieries didactiques) en fonction de critères

spécifiques à la première dimension des pratiques enseignantes en mathématiques.

Cette étude des scénarios « théoriquement possibles » a été complétée pour déterminer les scénarios « effectivement réalisables » en tenant compte de deux facteurs qui influencent de façon importante les choix des professeurs : les connaissances et les difficultés des élèves d'une part, et le programme officiel d'autre part. Les connaissances des élèves ont été étudiées par le biais des résultats à différentes évaluations menées par le ministère de l'Éducation nationale et par l'APMEP (association des professeurs de mathématiques). Les contraintes liées au programme officiel ont été déterminées par une analyse de type écologique (Chevallard Y. 1994) de ce programme et des manuels en cours l'année où les professeurs ont été observés.

Les sources expérimentales : choix des séquences et réalisation du corpus

Les sources expérimentales sont issues des cours dispensés par les professeurs que nous avons observés. Compte tenu de la question centrale sur la régularité et la variabilité interindividuelle des pratiques, toutes les variables qui concernent l'enseignement ont été fixées, sauf celles qui sont liées au professeur en tant qu'individu. Ainsi la notion enseignée est commune, les classes de sixième sont globalement de même niveau, de même effectif et disposent d'horaires identiques, le manuel scolaire utilisé est commun et les professeurs sont tous des professeurs expérimentés. Afin de neutraliser aussi le facteur temps, chaque professeur a été observé durant toutes les séances consacrées à la multiplication des décimaux. Le terme « séquence » désignera l'ensemble de ces séances.

La constitution du corpus de données repose sur la définition d'observables qui ont servi à coder les transcriptions des projets des professeurs et des déroulements. Afin de percevoir à la fois des régularités et des différences entre les pratiques, un point de vue médian sur les séquences observées a été adopté. Trois observables des projets des professeurs et trois observables des

déroulements ont été définis. Ils sont présentés dans les deux paragraphes suivants. Indiquons déjà que ces observables sont ni trop fins, pour ne pas masquer les régularités, ni trop grossier, pour ne pas écraser les différences.

4. Adaptations de la méthodologie générale à l'analyse des projets

L'étude des pratiques des professeurs observées selon la première dimension résulte de l'analyse comparée de deux observables que sont le *champ mathématique* de la séquence et la *stratégie d'enseignement*. Les tâches proposées aux élèves constituent le troisième observable, leur analyse permet l'étude de la deuxième dimension des pratiques.

Étude de la première dimension des pratiques des professeurs observés

Le champ mathématique est l'ensemble des contenus abordés durant la séquence : les notions, les situations, les représentations symboliques et leurs transformations éventuelles, les propriétés et les théorèmes.

La stratégie d'enseignement est l'organisation des contenus mathématiques de la séquence selon un itinéraire. Cet itinéraire est déterminé par des motifs cognitifs ou mathématiques, qui varient en fonction des professeurs. La stratégie d'enseignement permet de prendre en compte, par exemple, le fait qu'un enseignant commence ou non par exposer le savoir avant de le faire utiliser par les élèves. Elle comprend aussi l'intégration des phases d'institutionnalisation du savoir en classe pour laquelle trois modes sont distingués :

- avec le mode *bilan*, le professeur institutionnalise les savoirs qui ont été construits en classe par les élèves à partir de questions posées en classe ;
- le mode *apport* concerne l'énoncé de savoirs qui répondent à un problème posé en classe mais qui n'a pas été résolu par les élèves ;
- le mode *déclaration* correspond à la présentation de savoirs mathématiques sans qu'ils n'aient jamais fait l'objet d'un questionnement préalable en classe.

Étude de la deuxième dimension des pratiques des professeurs observés

Les *tâches* recouvrent ce qui est demandé aux élèves par leur professeur. Dans cette recherche, les seules tâches retenues sont celles dont le but est lié à l'apprentissage de mathématiques : l'énoncé d'un exercice ; devoir écouter ou recopier (un fragment du cours ou la solution d'un exercice) ; devoir formuler un résultat, une définition ou une propriété... Nous ne détaillons pas davantage cette partie de la méthodologie, nous renvoyons le lecteur à la première partie du livre où les méthodes d'analyse des tâches ont été développées.

5. Adaptations de la méthodologie générale à l'analyse des déroulements

Pour l'analyse des déroulements, nous avons retenu trois observables : les activités effectives des élèves, les aides que les professeurs apportent aux élèves, et la chronologie de l'enseignement.

Les activités des élèves

Rappelons qu'une tâche étant proposée à la classe, l'*activité potentielle* est ce que l'élève doit faire pour réaliser cette tâche, l'*activité réelle* est ce que l'élève a fait pour accomplir la tâche, et l'*activité effective* est la reconstitution par le chercheur de ce qu'aurait pu être l'activité réelle, en fonction de l'activité potentielle et des productions recueillies, notamment ce qui est dit par l'élève.

Voici trois exemples de tâches, chacune est suivie d'une activité potentielle, mais toutes les trois peuvent conduire à la même activité effective : déterminer le produit de deux décimaux à l'aide de la calculatrice.

- Tâche : calculez $3,14 \times 2,08$. Activité potentielle : appliquer la technique opératoire pour calculer le produit de deux décimaux ;
- Tâche : Vrai ou Faux ? $3,14 \times 3 = 9,43$. Activité potentielle : déterminer le dernier chiffre du produit de deux décimaux ;
- Tâche : Placez la virgule au résultat $3,4 \times 2,5 = 85$. Activité potentielle : déterminer un ordre de grandeur du produit de deux décimaux.

Les aides que les professeurs apportent aux élèves

Un professeur peut apporter une aide procédurale pour faciliter la tâche parce qu'il perçoit une difficulté, parce que les élèves ne vont pas suffisamment vite et qu'il est pressé par le temps, ou au contraire pour enrichir la tâche parce qu'il trouve que les élèves pourront en apprendre davantage. Nous avons rencontré trop peu d'aides constructives pour que leur étude apporte des éléments à cette recherche. Le plus souvent, les professeurs observés proposent une aide lorsqu'il se produit ce que nous appelons un *incident didactique*, et l'aide du professeur est une gestion de l'incident.

Les incidents considérés ici ne sont pas des incivilités, mais des manifestations publiques (au sens où elle s'intègre à la dynamique de la classe) d'un élève ou d'un groupe, en relation avec l'enseignement, et en décalage négatif par rapport aux réponses envisageables compte tenu de la tâche proposée et du temps laissé pour produire une telle réponse. Quatre incidents ont été envisagés *a priori* : un élève ou un groupe d'élèves pose une question, commet une erreur, répond de manière incomplète ou reste silencieux alors que le professeur attend une réponse. Ces incidents ont été les plus nombreux, notamment les trois premiers. Deux incidents ont été parfois repérés : un désaccord entre élèves alors que personne n'a tort (la méthode est différente, ou la forme du résultat proposé est différente), une réponse apportée à une question hors de portée des élèves (cela arrive lorsque le professeur veut faire comprendre à la classe l'impossibilité de résoudre un problème et qu'un des élèves propose pourtant une solution). Voici pour illustrer les incidents les plus fréquents, des exemples relatifs à la tâche :

« Placez la virgule manquante : $1,35 \times 42 = 5,67$ ».

- La question. Raphaël : « Madame, a-t-on le droit de dire qu'il ne manque pas de virgule ? » Manifestement, Raphaël compte les décimales. Sa question montre un décalage négatif par rapport à l'activité qui mène à la réponse exacte.

La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants

- L'erreur. Maud : « Pour placer la virgule, j'ai ajouté un zéro. J'ai écrit : $1,35 \times 0,42 = 5,67$ ». L'erreur de Maud est certainement héritée de l'addition des décimaux.
- La réponse incomplète. Si Maud avait dit seulement « Pour placer la virgule, j'ai ajouté un zéro » sa réponse incomplète aurait constitué un incident. La classe aurait pu alors se demander si Maud pensait à 0,42, à 4,02, à 4,20 ou à 42,0, toutes ces réponses correspondant à des démarches possibles.

La *gestion* d'un incident est l'intervention du professeur consécutive à cet incident. Dans les séquences observées, huit modes de gestion des incidents ont été distingués. Ils ont été classés en deux groupes suivant qu'ils tendent ou non à relancer le travail de réalisation de la tâche par les élèves. Cinq techniques sont utilisées par les professeurs observés pour relancer le travail des élèves qui ne modifient pas forcément la tâche proposée : *changer* d'intervenant, *guider* l'élève vers la réponse attendue, *faciliter* la tâche, *demandeur un approfondissement* de la réponse, ou simplement *reprendre* la réponse fournie de façon neutre. Trois techniques permettent de ne pas relancer le travail de réalisation de la tâche par les élèves, ou même de l'arrêter : *ignorer* l'incident, rejeter l'intervention ou rompre le silence de l'élève et *répondre* à sa place, ou bien l'accepter et *compléter* par la réponse attendue.

On comprend que l'accueil des incidents par le professeur et la gestion qu'il en a, sont des facteurs qui influent sur les conditions de travail des élèves, sur la qualité de leurs activités et, nous en faisons l'hypothèse, sur leur apprentissage.

La chronologie de la séquence

Les séances n'ont pas été chronométrées mais elles ont été décomposées en épisodes, c'est-à-dire en fractions de séance caractérisées par le but spécifique que l'enseignant veut atteindre. Un épisode correspond souvent à la réalisation d'une tâche, éventuellement de plusieurs tâches lorsque celles-ci répondent au même but pour l'enseignant. Au niveau global, la chronologie a un intérêt pour

analyser le déroulement d'une séquence selon la première dimension : l'organisation des moments de l'apprentissage reflète la dynamique entre le cours et la résolution de problèmes. À un niveau local, la chronologie nourrit l'analyse de la gestion des incidents, notamment quant à l'influence du temps qui passe, sur ces interactions entre le professeur et les élèves.

II. DES SCÉNARIOS POSSIBLES AUX SCÉNARIOS RÉALISABLES

À partir des travaux publiés dont les références ont été données précédemment, nous avons repéré le champ conceptuel de la multiplication pour ce qui concerne la multiplication des décimaux, et nous avons identifié les possibles de la transposition didactique. Par une évaluation des contraintes qui pèsent sur cet enseignement, et un retour sur l'étude des manuels scolaires, nous sommes passé des scénarios possibles aux scénarios réalisables.

1. Les scénarios possibles

Deux classifications des enseignements proposés dans les publications

À la lecture des publications, les enseignements de la multiplication des décimaux se différencient par la représentation des nombres décimaux et par des choix didactiques globaux. Ainsi les nombres décimaux peuvent être considérés comme des rationnels particuliers ou bien utilisés indépendamment des fractions, cela a des conséquences sur les tâches proposées, notamment les jeux de changements d'écriture et les moyens disponibles pour justifier de la technique opératoire. Trois types de scénarios possibles se distinguent en fonction de choix concernant la première composante des pratiques. Dans les scénarios du premier type, la technique opératoire est d'abord exposée par le professeur, puis elle est appliquée par les élèves pour calculer des produits éventuellement issus de problèmes où la multiplication est contextualisée. Avec un scénario du deuxième type, le professeur propose d'abord un problème en introduction, la technique opératoire est élaborée seulement partiellement par les élèves et/ou sans lien avec le problème précédent, puis elle est appliquée.

Dans le troisième type de scénario, des problèmes issus de situations multiplicatives sont proposés aux élèves, leur résolution conduit à l'élaboration de la technique opératoire qui sera institutionnalisée et réinvestie dans de nouveaux problèmes.

Les manuels scolaires proposent tous des scénarios des deux premiers types, les décimaux y sont considérés indépendamment des fractions. Les propriétés algébriques de l'opération sur lesquelles repose la technique opératoire restent toujours implicites. L'étude de situations multiplicatives est globalement délaissée : la multiplication est toujours décontextualisée sauf quand les problèmes portent sur des calculs de prix. À l'opposé, les ouvrages à l'intention des enseignants et les recherches en didactique des mathématiques proposent seulement des scénarios du troisième type. L'analyse montre aussi que les auteurs qui s'adressent directement aux professeurs relient les écritures fractionnaires et les écritures décimales, mais ils ne tissent pas de lien entre le sens de la multiplication et la technique opératoire.

2. Le poids des contraintes

Pour concevoir un scénario d'enseignement, les professeurs utilisent les sources publiées et leurs savoirs mathématiques, ils tiennent compte de certaines contraintes dont les plus importantes sont les exigences du programme officiel, les connaissances réelles des élèves auxquels ils s'adressent, et les difficultés connues de l'apprentissage de la notion enseignée.

Les exigences de l'institution scolaire

La progression des apprentissages est définie par les programmes et conditionne l'enseignement. Les fractions sont introduites dès l'école élémentaire mais ne sont pas approfondies, les calculs avec les fractions s'enseignent seulement au collège. La multiplication est limitée à celle d'un décimal par un entier. Aucune situation multiplicative n'est explicitement hors programme, néanmoins la limitation à un multiplicateur entier privilégie fortement la conception « addition réitérée » de l'opération.

Des pratiques enseignantes à la fois contraintes et personnelles...

En classe de sixième, un contenu mathématique précis est imposé : exploration des différents modes de calcul (posé, mental, réfléchi, approché, instrumenté) et de nombreuses situations multiplicatives. Les nombres rationnels positifs sont approfondis, mais leur multiplication ne s'étudie que l'année suivante. La contrainte de la durée est forte : en envisageant l'ensemble du programme, on peut estimer une durée de 4 à 6 heures pour une séquence portant sur la multiplication des nombres décimaux (y compris la résolution de problèmes issus de situations multiplicatives).

Les connaissances réelles et les difficultés connues des élèves

Les évaluations des compétences des élèves menées en fin d'école primaire ou à l'entrée en sixième permettent d'obtenir des résultats précis sur leur maîtrise des nombres décimaux et de la technique opératoire, moins sur la reconnaissance du modèle multiplicatif dans des problèmes.

Les nombres décimaux restent, pour certains élèves, deux entiers séparés par une virgule, ces entiers ayant éventuellement des statuts différents. Les pourcentages d'erreurs qui correspondent à cette conception varient entre 10 % et 50 % suivant les questions posées. Les multiplications d'un décimal par 10 et 0,1... sont réussies par 50 à 70% des élèves.

La multiplication de deux nombres entiers est effectuée avec succès par environ trois élèves sur quatre, cette proportion étant modulée suivant le choix de certaines variables comme la présence d'un zéro au multiplicateur ou la nécessité d'utiliser un produit de deux facteurs supérieurs à cinq de la table de multiplication. Cette proportion se retrouve approximativement pour la multiplication d'un décimal par un entier. Les évaluations proposées sur la multiplication de deux décimaux après son enseignement, montrent des difficultés d'apprentissage : les questions ne sont réussies que par 35 % à 55 % des élèves, et 20% des erreurs au calcul du produit de deux décimaux surviennent au moment de placer la virgule. Ces derniers résultats pourraient surprendre quiconque limiterait le prolongement de la multiplication des entiers

aux décimaux à une affaire de comptage de décimales... Ils montrent, au contraire, que les difficultés d'apprentissage concernant la multiplication et les nombres décimaux resurgissent au moment de placer la virgule du produit.

On trouve peu de situations multiplicatives dans les évaluations, est-ce l'expression de l'attente réelle de l'institution scolaire ou de présupposés des évaluateurs quant aux pratiques enseignantes ? Toujours est-il que seules sont évaluées les situations d'isomorphisme de grandeurs et de calcul de l'aire d'un rectangle. On dispose en outre de peu de résultats : les calculs de prix sont reconnus comme des situations multiplicatives par 80% des élèves, la dépendance entre la reconnaissance du modèle et la maîtrise technique apparaît assez faible ; le calcul de l'aire d'un rectangle est une source de difficultés pour plus de la moitié des élèves qui confondent l'aire et le périmètre ou bien leurs formules respectives.

De tels résultats ne peuvent être sans conséquence sur les choix d'un professeur. La tâche est importante (compléter l'acquisition de la notion de nombre décimal, élargir le sens de la multiplication et enseigner une technique opératoire sur laquelle de nombreux élèves trébuchent) et le temps de l'enseignement est compté. Il est peu probable alors qu'un professeur élabore un scénario où la multiplication est contextualisée, où les fractions et les décimaux sont reliées et où les élèves construisent et justifient la technique opératoire à partir d'une situation multiplicative.

III. DES SCÉNARIOS RÉELS GLOBALEMENT CONVERGENTS

Les séquences des quatre professeurs ont été comparées depuis l'élaboration du scénario jusqu'à son animation en classe, afin de répondre à la question centrale de la recherche : « régularité et variabilité des pratiques enseignantes ». Les résultats sont présentés dans deux paragraphes consécutifs, celui-là porte sur les scénarios, le suivant portera sur les déroulements.

Des pratiques enseignantes à la fois contraintes et personnelles...

Les professeurs sont désignés par des noms de mathématiciens afin de les distinguer et de les reconnaître au long des analyses : Mesdames Germain, Agnesi et Theano et Monsieur Bombelli.

1. Analyse des scénarios selon la première dimension des pratiques

Par comparaison aux enseignements proposés dans les publications, les choix des professeurs sont convergents : d'une part les scénarios sont tous du 1^{er} ou du 2^e type, et d'autre part les nombres décimaux sont toujours traités indépendamment des fractions. Ce dernier choix doit être rapproché de la contrainte institutionnelle qui programme la multiplication des fractions l'année suivante.

Le champ mathématique est commun

Le champ mathématique est composé des contenus étudiés parmi les techniques de calcul et les propriétés de l'opération, les représentations symboliques et les situations multiplicatives.

Contenus mathématiques	Mme Germain	M. Bombelli	Mme Agnesi	Mme Theano
Technique et propriétés				
Technique opératoire	✓	✓	✓	✓
Justification de la technique opératoire	✓	✓	✓	✓
Calcul mental, réfléchi ou approché	✓	✓	✓	✓
Multiplication par un facteur inférieur à un	✓	✓	✓	✓
Multiplication par zéro ou par un				
Propriétés algébriques de la multiplication	✓	✓	✓	
Effet de la multiplication sur l'ordre	✓		✓	
Représentation des décimaux				
Notation décimale	✓	✓	✓	✓
Notation fractionnaire des décimaux				
Écriture avec unité de mesure			✓	
Situations multiplicatives				
Isomorphisme de grandeurs	✓	✓	✓	✓
Produit de mesure				
Opérateur sur une mesure				
Composition d'opérateurs				

Tableau n°1. Champs mathématiques des séquences observées

La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants

Tous les professeurs ont enseigné la technique opératoire, l'ont justifiée et ont proposé à leurs élèves d'autres méthodes de calcul, comme le calcul mental, réfléchi ou approché. De même, tous les professeurs ont traité le cas de la multiplication par un facteur inférieur à un ; ce cas particulier est important car il remet en cause le fait que la multiplication agrandisse : cette propriété, héritée du travail sur les entiers, est une source de nombreuses difficultés. Unanimité aussi des professeurs pour ne pas traiter la multiplication par 0 ou 1. L'unanimité disparaît en revanche pour les propriétés algébriques de la multiplication et son effet sur l'ordre.

En ce qui concerne les représentations symboliques, tous les professeurs ont repris la signification de l'écriture décimale, mais aucun n'a fait le lien avec l'écriture fractionnaire. Madame Agnesi est la seule à proposer des liens entre l'écriture décimale et les changements d'unité de mesure.

L'absence d'étude des situations multiplicatives fait l'unanimité complète des professeurs. Les seuls problèmes dans lesquels la multiplication des décimaux est contextualisée sont des problèmes de prix traités dans le cadre numérique. Aucune autre situation n'est étudiée, aucun autre cadre n'est convoqué, même ceux qui sont au programme de la classe de sixième : les professeurs ont préféré les aborder plus tard durant l'année scolaire, sans revenir spécifiquement sur la multiplication.

Les stratégies d'enseignement

L'analyse des stratégies d'enseignement montre que les ingénieries didactiques ne sont pas reprises dans l'enseignement ordinaire mais, au delà de ce constat, des divergences apparaissent, notamment concernant l'introduction et l'institutionnalisation du nouveau savoir.

Une certaine unité se dégage quant à la construction du nouveau savoir : pas de situation didactique, pas de changement de cadre, pas de dialectique outil/objet. Ainsi, le constat déjà formulé par Jeanne Bolon (1996) se confirme : pas de reprise des ingénieries didactiques dans l'enseignement

ordinaire. Les professeurs, comme les auteurs des manuels scolaires, n'ont donc pas conçu de scénario du troisième type, nous allons voir que l'un d'entre eux a élaboré un scénario du premier type, et que les trois autres ont élaboré un scénario du deuxième type.

Les stratégies d'enseignement des professeurs sont pourtant différentes, leur chronologie révèle des dynamiques différentes entre le cours et les exercices, exercices qui sont parfois des problèmes qui visent l'introduction du nouveau savoir. Madame Germain pose d'entrée de jeu la question à ses élèves : « Comment calculer le produit de deux décimaux ? » Elle les laisse produire des règles efficaces sur certains cas particuliers. À la fin de la séquence seulement, toutes ces règles étudiées conduiront les élèves à l'élaboration de la technique usuelle. Monsieur Bombelli commence par exposer la technique opératoire qu'il justifie à l'aide d'opérateurs multiplicatifs, puis il propose des exercices d'application. Madame Agnesi commence par des problèmes de prix de marchandises, les produits de facteurs décimaux peuvent se calculer en effectuant des conversions. Les exemples ainsi fournis permettent d'induire la technique opératoire. Le reste de la séquence est consacré à des exercices d'application et à l'examen systématique des propriétés de la multiplication. Madame Theano introduit le calcul du produit de deux décimaux en utilisant les ordres de grandeurs, la méthode permet d'induire la technique opératoire. Les élèves contrôlent leurs conjectures avec la calculatrice. Suivent des exercices d'application et de calcul mental dont certains viennent interroger la technique opératoire.

Les phases d'institutionnalisation du savoir sont également nettement contrastées. Madame Germain est le seul des quatre professeurs à n'utiliser que le mode bilan. Au contraire Monsieur Bombelli n'utilise que le mode déclaration. Entre ces deux pôles, Mesdames Agnesi et Theano institutionnalisent avec le mode bilan les savoirs directement liés à leurs stratégies d'enseignement et changent de mode pour les autres savoirs.

Il apparaît finalement une grande homogénéité quant aux contenus enseignés et une certaine diversité quant à aux dynamiques entre la construction du nouveau savoir, son institutionnalisation et sa mise en œuvre pour résoudre des problèmes. Qu'en est-il alors précisément des tâches proposées aux élèves ? C'est l'objet du paragraphe suivant.

2. Analyse des scénarios selon la deuxième dimension des pratiques

Les tâches proposées ont été distinguées suivant qu'elles introduisent le nouveau savoir ou que les activités potentielles qui s'en déduisent visent son apprentissage par des applications, des questionnements ou l'étude de situations multiplicatives.

Tâches proposées	Mme Germain	M. Bombelli	Mme Agnesi	Mme Theano
Introduction du nouveau savoir				
Situation adidactique				
Cadres mobilisés	Numérique	Numérique	Numérique	Numérique
La multiplication est un objet de savoir	✓	✓	✓	✓
La multiplication est un outil				
Problème (multiplication contextualisée)			✓	
Activités potentielles				
Détermination d'un produit	75%	71%	50%	64%
<i>Par calcul posé ou instrumenté</i>	17%	14%	17%	09%
<i>Par calcul mental, réfléchi ou approché</i>	58%	57%	33%	55%
Questionnement théorique	25%	29%	33%	18%
Problème (multiplication contextualisée)	00%	00%	17%	18%

Tableau n°2. Les tâches proposées aux élèves

L'analyse des tâches proposées aux élèves confirme les choix communs des professeurs concernant l'introduction du nouveau savoir : pas de situation adidactique, pas de changement de cadre, pas de dialectique outil / objet. Seule Madame Agnesi propose des problèmes reposant sur une situation multiplicative. Mais la technique n'est pas construite en référence à cette situation.

On remarque également une certaine homogénéité concernant les exercices proposés aux élèves, bien qu'elle ne puisse être établie statistiquement en raison

Des pratiques enseignantes à la fois contraintes et personnelles...

des valeurs trop faibles des effectifs correspondant à certains de ces pourcentages. Une grande partie d'entre eux (50 à 75%) induit une activité potentielle de calcul du produit de deux décimaux, mais les applications techniques (9 à 17%) sont très minoritaires devant le calcul mental, réfléchi ou approché (33 à 58%). Les autres exercices conduisent à des questionnements théoriques (18 à 33%) ou à la résolution de problèmes issus de situations multiplicatives (0 à 18%).

Les projets des professeurs observés sont finalement convergents quant aux contenus abordés et aux tâches prescrites, mais se distinguent en partie par la stratégie d'enseignement (organisation chronologique de la séquence et mode d'intégration des phases d'institutionnalisation). Ce bilan contrasté laisse supposer des activités différentes des élèves malgré la proximité des tâches, notamment en ce qui concerne la construction des connaissances. L'analyse des déroulements permettra de conclure quant à cette supposition.

IV. DES DÉROULEMENTS SENSIBLEMENT DIFFÉRENTS

L'étude des déroulements comporte deux parties, l'analyse des activités effectives des élèves et celle des aides apportées par les professeurs.

1. Des tâches proposées aux activités effectives des élèves

Avant d'aborder l'analyse des déroulements, il est important de préciser que les séquences observées ont duré de 2h30 à 5h00, évaluation non comprise. La durée estimée à partir des programmes a été donc respectée, vraisemblablement aucun professeur n'a surinvesti l'enseignement de la multiplication du fait de la recherche.

Des activités effectives plus variées que les activités potentielles

Le passage des activités potentielles aux activités effectives demande quelques explications méthodologiques. Lorsqu'un exercice pose une difficulté aux élèves, par exemple « Placez la virgule manquante : $1,35 \times 42 = 5,67$ », le professeur peut proposer des aides successives qui conduisent à plusieurs étapes

dans le travail des élèves qui ne sont pas forcément identiques. Le professeur qui demande de poser l'opération $1,35 \times 42$ provoquera une activité technique à l'issue de laquelle les élèves obtiendront le produit 56,70 ; il pourra alors relancer l'activité des élèves qui mèneront cette fois un calcul raisonné pour en déduire que $1,35 \times 4,2 = 5,67$. L'activité potentielle qui consiste à raisonner avec les ordres de grandeur permet d'obtenir directement la même réponse. Les activités effectives sont donc à la fois plus nombreuses et différentes des activités potentielles, c'est l'effet professeur sur cette transformation que nous cherchons évaluer et à interpréter ici.

Les résultats obtenus sont indiqués dans le tableau ci-dessous où sont rappelés ceux concernant les tâches proposées afin de faciliter la comparaison.

Des tâches aux activités effectives	Mme Germain	M. Bombelli	Mme Agnesi	Mme Theano
Activités potentielles				
Calcul posé ou instrumenté	17%	14%	17%	09%
Calcul mental, réfléchi ou approché	58%	57%	33%	55%
Questionnement théorique	25%	29%	33%	18%
Problème (multiplication contextualisée)	00%	00%	17%	18%
Activités effectives				
Calcul posé ou instrumenté	9%	62%	27%	40%
Calcul mental, réfléchi ou approché	58%	25%	50%	44%
Questionnement théorique	33%	13%	16%	13%
Problème (multiplication contextualisée)	00%	00%	07%	03%

Tableau n°3. Des activités potentielles aux activités effectives

Le tableau montre des différences, pour chaque professeur entre le scénario et son déroulement, et entre les déroulements des quatre professeurs. La référence à la stratégie d'enseignement permet d'interpréter ces résultats.

La stratégie de Madame Germain est de laisser les élèves élaborer des règles pour faciliter le calcul de certains produits, ces règles devant les conduire à la technique opératoire. Les exercices techniques sont souvent enrichis de questions complémentaires favorisant les démarches raisonnées ou le questionnement des élèves si bien que les activités effectives de calcul mental,

réfléchi ou approché et de questionnement théorique, sont valorisées par rapport aux activités potentielles du même type.

La stratégie de Monsieur Bombelli est de présenter la technique opératoire et de la faire appliquer. On remarque que contrairement à Madame Germain, ce professeur induit une sur-valorisation très importante des activités effectives de calcul posé ou instrumenté au détriment des activités de calcul mental, réfléchi ou approché et des questionnements théoriques. De nombreux incidents, comme ceux qui ont été présentés avec les interventions des élèves Maud et Raphaël, sont en effet rabattus à la technique opératoire, le professeur prenant à sa charge le reste de la réalisation de la tâche.

Les répartitions de Mesdames Agnesi et Theano sont très proches avec une sur-valorisation des activités de calcul posé ou instrumenté et une sous-valorisation des activités de questionnement théorique et de résolution de problème. Elles se distinguent principalement par les activités de calcul posé ou instrumenté. La stratégie d'enseignement explique cette différence : celle de Madame Agnesi est d'introduire la technique opératoire par des problèmes de prix de marchandises, ce qui aboutit à une sur-valorisation du calcul réfléchi, alors que Madame Theano fait placer la virgule en déterminant l'ordre de grandeur du produit, puis contrôler la position de la virgule avec la calculatrice, ce qui engendre une sur-valorisation du calcul instrumenté.

Les résultats bruts qui conduisent au tableau de la distribution des fréquences des activités effectives permettent de confirmer statistiquement la différence constatée entre les séquences : le test du khi-deux d'indépendance confirme² l'effet professeur sur les activités effectives avec un degré de signification inférieur à 1%.

Pour conclure l'analyse, on retiendra que les activités effectives des élèves témoignent d'une bien plus grande variabilité des pratiques des professeurs que

² À condition de négliger la condition sur les effectifs théoriques des activités de résolution de problème qui sont inférieures à 5.

les activités potentielles ne le laissent prévoir. Le travail du professeur en classe est donc déterminant sur l'activité des élèves : pendant le déroulement, il modifie sensiblement les tâches proposées de manière à renforcer la stratégie d'enseignement qu'il a élaborée en concevant le scénario.

Le cas des activités de construction des savoirs

Une question reste posée quant aux activités de construction des savoirs : nous avons remarqué une variabilité importante des modes d'intégration des phases d'institutionnalisation qui laissait supposer, entre les séquences, des différences concernant ces activités.

Nous avons donc regroupé, d'une part les activités pour lesquelles les élèves doivent appliquer une technique apprise et, d'autre part, celles qui les conduisent à enrichir le stock de leurs connaissances, soit parce qu'ils découvrent de nouvelles propriétés de la multiplication, soit parce qu'ils sont confrontés à un problème pour lequel ils ne disposent pas de méthode de résolution déjà établie.

	Mme Germain	M. Bombelli	Mme Agnesi	Mme Theano
Construction de connaissances	80%	20%	53%	44%
Application de connaissances	20%	80%	47%	56%

Tableau 4. Activité de construction ou d'application des savoirs

Les résultats obtenus valident donc l'hypothèse : 80% d'activités de construction dans la séquence de Madame Germain contre 20% dans celle de Monsieur Bombelli ; environ 50% dans les séquences de Madame Agnesi et Madame Theano. L'effet professeur sur la répartition des activités de construction ou d'application des connaissances, est confirmé par le test du khi-deux d'indépendance avec un degré de signification inférieur à 1%, et cela malgré la proximité des résultats concernant Madame Agnesi et Madame Theano.

Les séquences de Madame Germain et de Monsieur Bombelli constituent deux pôles opposés d'un axe où la classe est soit un lieu de construction du

savoir, soit un lieu d'exposition et d'application du savoir. Les séquences de Mesdames Agnesi et Theano occupent des positions médianes sur cet axe.

2. Les incidents didactiques et les aides des professeurs

La troisième dimension des pratiques enseignantes prend en compte la « nature » des activités des élèves, ce que nous avons étudié précédemment ; elle prend aussi en compte leurs conditions de travail qui conditionnent la « qualité » de leurs activités. Nous avons retenu la gestion des incidents didactiques par les professeurs comme indicateur de leurs pratiques par rapport aux conditions de travail des élèves. Les analyses ont porté sur l'effectif et la répartition des incidents didactiques et de leur gestion.

Des incidents nombreux, inégalement répartis suivant les séquences

Le nombre d'incidents par heure de cours varie suivant les professeurs. Ils sont cependant très nombreux : un incident toutes les trois minutes en moyenne dans la séquence de Monsieur Bombelli qui en rencontre le moins, et le double dans celle de Madame Agnesi qui en rencontre le plus.

	Ensemble	Mme Germain	M. Bombelli	Mme Agnesi	Mme Theano
Erreur	25%	27%	28%	21%	26%
Question	18%	16%	32%	15%	20%
Réponse incomplète	38%	36%	16%	49%	36%
Silence	9%	12%	8%	6%	7%
Hors de portée	4%	1%	0%	4%	11%
Désaccord	6%	7%	16%	5%	0%

Tableau n°5. Répartition des incidents dans les séquences observées

Bien que l'effet professeur sur la répartition des incidents didactiques ne soit pas significatif, on constate quelques valeurs atypiques. Dans la classe de Monsieur Bombelli, les questions sont plus nombreuses et les réponses incomplètes sont plus rares. En revanche, elles sont plus nombreuses dans la classe de Madame Agnesi. Cette différence montre une divergence pédagogique : les élèves de Monsieur Bombelli doivent formuler des réponses

plus abouties que ceux de Madame Agnesi, quand ils ne savent pas, au lieu de répondre de façon incomplète, ils se taisent (ce qui explique le plus faible nombre d'incidents) ou ils questionnent leur professeur. Cette exigence conduit aussi à de fréquents désaccords entre élèves alors que personne n'a tort car ils ne sont jamais sûrs de la forme ou de la démarche attendue par le professeur. Madame Agnesi au contraire sollicite énormément la participation des élèves, quitte à obtenir des réponses moins abouties qu'ils ne pourraient en produire. Les questions hors de portée des élèves sont importantes chez Madame Theano qui utilise beaucoup les ordres de grandeur alors que cette notion pose de nombreux problèmes théoriques³. On retiendra donc, pour deux professeurs, une influence sur les incidents qui émergent durant leur séquence liée à leur conception de l'enseignement des mathématiques.

Par la gestion des incidents, les professeurs aident très différemment les élèves

L'étude des modes de gestion des incidents comporte une analyse de leur répartition puis une analyse croisée avec la nature de l'incident, et avec la nature de l'activité au moment de l'incident.

Le tableau suivant montre, pour chaque professeur, la répartition des modes de gestion des incidents, entre ceux qui relancent l'activité des élèves et ceux qui ne la relancent pas.

	Mme Germain	M. Bombelli	Mme Agnesi	Mme Theano
Relance l'activité des élèves	72%	21%	42%	50%
Ne relance pas l'activité des élèves	28%	79%	58%	50%

Tableau 6. Gestion des incidents par les professeurs

La gestion de Madame Germain relance l'activité des élèves dans plus de 70% des cas ; à l'opposé Monsieur Bombelli, près de 80 fois sur 100, préfère ne pas la relancer et finit par réaliser lui-même la tâche proposée aux élèves. Entre ces deux pôles qui ont déjà été identifiés, se situent les gestions de Mesdames

³ On pourra consulter à ce sujet l'article de Roditi (2000).

Des pratiques enseignantes à la fois contraintes et personnelles...

Agnesi et Theano. Le mode de gestion des incidents apparaît comme un élément personnel et peu contraint de la pratique d'un enseignant. Ce constat est confirmé par le test du khi-deux d'indépendance qui montre un effet professeur sur la gestion des incidents avec un degré de signification inférieur à 1%.

Les professeurs modifient-ils la gestion des incidents en fonction de la nature des incidents ou en fonction des activités des élèves ? Les réponses sont très variables. Monsieur Bombelli ne modifie pas sa gestion en fonction de la nature de l'incident. Madame Agnesi et Madame Theano l'adaptent mais elles effectuent des choix opposés : Madame Agnesi relance davantage après des réponses incomplètes, alors que Madame Theano relance davantage après des erreurs. Madame Germain, quant à elle, relance davantage pour gérer les réponses incomplètes et les erreurs. Madame Agnesi et Madame Theano ne modifient pas leur gestion des incidents suivant les activités des élèves. En revanche, les deux autres professeurs radicalisent leur gestion durant les activités les plus fondamentales au regard de la stratégie prévue : celle de Monsieur Bombelli est encore plus directive, et celle de Madame Germain est encore plus ouverte.

En conclusion des deux derniers paragraphes, il apparaît que les scénarios sont globalement contraints, mais qu'il reste une marge de manœuvre investie par les professeurs pour élaborer une stratégie d'enseignement et gérer les interactions professeurs/élèves conformément à leurs conceptions de l'enseignement et de l'apprentissage.

V. DES PRATIQUES SOCIALES, PERSONNELLES ET COHÉRENTES

La variabilité des pratiques enseignantes se traduit dans les déroulements par la diversité des aides apportées par les professeurs, ainsi que par l'effet sur les activités effectives des élèves et sur l'émergence des incidents didactiques. Cette diversité est surprenante quand on la compare à la grande convergence des scénarios au niveau global. L'approche ergonomique, en considérant les

pratiques des professeurs comme étant à la fois personnelles et partie prenante d'un milieu professionnel, permet d'avancer quelques hypothèses.

1. Entre scénario et déroulement, des résultats sous forme d'hypothèse

Chaque fois que les professeurs ont effectué des choix convergents pour élaborer leur projet, nous nous sommes demandé à quelles nécessités professionnelles cela répondait. Nous avons obtenu quelques résultats qui ont été validés par les professeurs. Ces hypothèses ont été appelées *principes* car tout se passe comme si des principes de nécessité professionnelle étaient respectés par les professeurs.

Trois principes pour délimiter le champ mathématique

Les professeurs observés respectent le contenu du programme, ils en respectent aussi le rythme. Ce *principe de conformité aux programmes officiels* assure une légitimité professionnelle face aux élèves et à leurs parents, aux collègues qui prennent en charge les élèves l'année suivante et qui utilisent cette référence pour programmer la progression des enseignements, aux inspecteurs enfin qui sont garants de la mise en œuvre des consignes ministérielles et en particulier des programmes d'enseignement.

Deux autres principes permettent de mieux comprendre les choix convergents des professeurs pour délimiter le champ mathématique. Le *principe d'efficacité pédagogique* traduit le fait que les professeurs n'aient pas abordé les contenus mathématiques avec lesquels les élèves éprouvent des difficultés et qui ne sont pas « indispensables » à la séquence. Ainsi, les fractions et les aires de rectangles ont été écartés. En outre, le principe de *clôture du champ mathématique* conduit les professeurs à ne pas intégrer au champ mathématique les contenus liés à ceux qui en ont été écartés. Ainsi, les objets mathématiques qui restent dans le champ de la séquence sont reliés entre eux mais ne dépendent pas (ou peu) de ceux qui n'y ont pas été intégrés. De tels principes sont surprenants puisqu'ils conduisent apparemment à écarter de l'enseignement ce qui pose le plus de difficultés aux élèves ! En fait, plus

Des pratiques enseignantes à la fois contraintes et personnelles...

précisément, ces deux principes conduisent à hiérarchiser les contenus et à éviter ceux qui risquent de poser des difficultés que le professeur ne pourra pas traiter, sauf à être dévié de l'itinéraire prévu et à risquer d'engendrer une confusion peu propice à l'apprentissage. Le professeur garantit ainsi une ligne directrice forte. Elle lui permettra de rester dans ce que Janine Rogalski (2003) appelle « *l'enveloppe des trajectoires acceptables du déroulement* ».

Deux principes pour élaborer une stratégie d'enseignement

Deux autres principes aident à comprendre certains choix effectués par les professeurs pour élaborer leur stratégie d'enseignement.

Le principe de *nécessité de succès d'étape* explique que les professeurs segmentent leur enseignement de manière à mettre régulièrement l'élève en activité d'application de ce qui vient d'être enseigné. Les professeurs ne disposent d'aucun modèle précis et complet de la dynamique propre des apprentissages ni de l'impact de l'intervention didactique. Ils utiliseraient les tâches techniques simples et isolées pour évaluer au fur et à mesure du déroulement et à très court terme l'impact de leur enseignement. Cela leur permet d'adapter leur activité aux réactions des élèves et de garantir ainsi la confiance et la sérénité de la classe.

Les étapes de travail autonome des élèves sont courtes. On peut penser que pour gagner du temps ou par conviction pédagogique, les professeurs préfèrent montrer l'exemple plutôt que laisser les élèves réaliser les tâches proposées avec parfois des détours, des erreurs, des méthodes plus lourdes que celles que le professeur veut enseigner. On peut penser aussi qu'après une certaine durée de recherche infructueuse, les élèves attendraient du professeur qu'il expose et qu'il explique ce qu'ils n'ont pas su trouver seuls. On peut facilement supposer que les pratiques des enseignants conditionnent celles des élèves. Il semble néanmoins difficile de déroger : Madame Germain l'a fait, une fois, une seule dans toute la séquence, elle a dû répéter maintes fois qu'elle savait qu'elle faisait « souffrir » ses élèves, comme pour leur montrer qu'elle était convaincue

de l'utilité de cette recherche prolongée, comme pour ne pas altérer le sentiment de réussite et de progrès dans l'apprentissage qui assure un climat suffisamment serein pour permettre à la classe de fonctionner. Qui fixe cette durée ? peut-elle être prolongée au bénéfice de l'apprentissage ? La question est ouverte mais ce principe de *respect de l'attente des élèves* montre le caractère social, partagé, des pratiques enseignantes.

Les projets élaborés par les professeurs sont soumis à des contraintes institutionnelles et ils obéissent à des principes de fonctionnement, socialement partagés par les professionnels ; cela semble expliquer la convergence des scénarios des professeurs observés, malgré les différences constatées dans les stratégies d'enseignement et dans les déroulements.

2. Quelle cohérence des pratiques d'enseignement ?

Le constat simultané de régularité et de variabilité des pratiques d'enseignement qui sont à la fois personnelles et inscrites dans un contexte professionnel, social, pose la question de leur cohérence, pour chaque professeur. Des analyses de chaque séquence, effectuées en croisant les différents résultats recueillis, ont permis de repérer des niveaux de cohérence des pratiques. Une telle affirmation peut sembler imprudente en s'appuyant sur seulement quatre exemples de pratiques, mais nous choisissons de les indiquer car les recherches menées dans l'équipe DIDIREM sur les pratiques des professeurs de mathématiques dans le second degré confirment ces résultats.

On a remarqué souvent l'opposition entre la séquence de Monsieur Bombelli et celle de Madame Germain. Ce qui oppose ces professeurs semble tenir à leur conception de la classe : un *lieu d'exposition et d'application du savoir* pour Monsieur Bombelli ou bien, pour Madame Germain, un *lieu de construction du savoir* par les élèves. Chaque conception donne une cohérence aux pratiques. Dans une classe conçue comme un lieu d'exposition et d'application du savoir, l'exposition des savoirs a lieu très tôt, les activités effectives sont surtout des applications, les incidents sont plutôt des questions

ou des erreurs, et leur gestion relance rarement l'activité des élèves. Dans une classe conçue comme un lieu de construction du savoir, le savoir est institutionnalisé assez tard, comme un bilan, les activités de recherche dominant, et la gestion des incidents relance l'activité des élèves, surtout quand ces activités sont importantes dans la stratégie d'enseignement.

La classe de Madame Agnesi se distingue par le nombre beaucoup plus important d'incidents que dans les classes de ses collègues. Cette professeure souhaite que ses élèves s'expriment facilement, elle cherche à en impliquer le maximum dans le déroulement des séances et favoriser ainsi leur activité. Ses conceptions de l'enseignement et de l'apprentissage font qu'elle attend de sa classe qu'elle soit d'abord un *lieu d'échange entre le professeur et les élèves*. Et les élèves répondent à son attente : le nombre d'incidents didactiques est important et particulièrement celui des réponses incomplètes dont la fréquence est nettement supérieure à celle qui est constatée dans les autres classes. Néanmoins, ces incidents prennent beaucoup de temps, Madame Agnesi les gère donc de manière à obtenir assez rapidement les réponses aux problèmes posés.

Avant de conclure, signalons que la recherche montre un effet de la pression du temps sur les pratiques de certains enseignants. Mesdames Agnesi et Germain ont les séquences les plus longues, leurs conceptions de la classe comme un lieu d'échange ou comme un lieu de construction du savoir demandent du temps. Pour respecter le rythme qu'impose le principe de conformité aux programmes, les professeurs accélèrent le rythme quand le temps vient à manquer, et leur gestion se ferme une fois passée la première moitié de la séquence.

CONCLUSION

Cette étude des pratiques des professeurs de mathématiques est une étude de type clinique. Les résultats portent sur le travail de seulement quatre professeurs, ce qui en limite la portée, néanmoins ils ne sont pas infirmés par

les autres recherches. Certains niveaux d'analyse des pratiques, notamment le niveau psychologique et le niveau sociologique, ne sont pas pris en compte.

Les régularités constatées montrent que l'institution scolaire, en fixant le savoir à enseigner et la durée de l'enseignement, contraint les pratiques enseignantes, depuis la préparation des cours jusqu'à leur déroulement en classe avec les élèves. En outre, les conditions d'exercice du métier conduisent les professeurs à partager quelques principes généraux, et par conséquent des choix globalement analogues quant aux contenus et à l'organisation adoptée pour les transmettre. Ces invariants délimitent une enveloppe au sein de laquelle s'inscrivent les enseignements observés, et qui ne contient pas tous les scénarios envisageables *a priori* avec seulement des critères liés à l'apprentissage des élèves. De tels résultats ont sûrement des conséquences importantes pour la formation des enseignants.

Néanmoins les pratiques sont variées, les professeurs investissent les marges de manœuvre qui existent par delà les contraintes, et la palette des différences constatées couvre aussi bien les activités induites en classe chez les élèves que les aides proposées par les professeurs. La diversité observée s'explique par la composante personnelle des pratiques, dont le rapport avec les conceptions de l'enseignement et de l'apprentissage a été montré ici. Des recherches comme celle de Nathalie Sayac (2006) montrent le poids d'autres paramètres personnels qui ont des conséquences sur les pratiques. Ainsi tout ne semble pas possible pour un même enseignant, et les choix nombreux qu'il effectue semblent s'articuler autour d'une logique déterminée.

Sur l'exemple de l'enseignement d'un contenu précis, cette recherche a finalement permis de dégager des éléments qui tiennent aux personnes et qui font que les pratiques des professeurs sont variées, de dégager aussi des éléments partagés qui homogénéisent les pratiques, des éléments qui tiennent aux contraintes mais sans doute aussi, plus largement, au métier.

BIBLIOGRAPHIE

- APMEP, *Évaluation du programme de mathématiques de Sixième*, Paris : APMEP.
- BOLON J. (1996), *Comment les enseignants tirent-ils parti des recherches faites en didactique des mathématiques ? Le cas de l'enseignement des décimaux à la charnière École - Collège*, Thèse de didactique des mathématiques de l'Université de Paris 5.
- BROUSSEAU G. & BROUSSEAU N. (1987), *Rationnels et décimaux dans la scolarité obligatoire*, Bordeaux : IREM de Bordeaux.
- BROUSSEAU G. (1998), *Théorie des situations didactiques*, Grenoble : La pensée sauvage éditions.
- BUTLEN D. & PEZARD M. (1996), *Rapports entre habileté calculatoire et « prise de sens » dans la résolution de problèmes numériques, étude d'un exemple : impact d'une pratique régulière de calcul mental sur les procédures et performances des élèves de l'école élémentaire*, Cahier de DIDIREM n°27, Paris : IREM de Paris 7.
- BUTLEN D. (1985), *Introductions de la multiplication à l'école primaire : histoire, analyses didactiques, manuels actuels*, Cahier de didactique des mathématiques n°19, Paris : IREM de Paris 7.
- CHEVALLARD Y. (1994), Les processus de transposition didactique et leur théorisation, In Arzac et al. (Eds) *La transposition didactique à l'épreuve* (pp. 135-180), Grenoble : La pensée sauvage éditions.
- DEP, DP&D ou DEPP, *Évaluation CE 2 - 6ème - Résultats nationaux*, Paris : Ministère de l'Éducation nationale, de l'Enseignement supérieur et de la Recherche.
- DOUADY R. & PERRIN M.-J. (1986), *Liaison École - Collège : Nombres décimaux*, Brochure n°62, Paris : IREM de Paris 7.
- HACHE C. & ROBERT A. (1997), Analyse de pratiques effectives en classe de seconde, *Recherches en didactique des mathématiques* 17/3 (103-150), Grenoble : La Pensée sauvage éditions.
- LEPLAT J. (1997), *Regard sur l'activité en situation de travail - Contribution à la psychologie ergonomique*, Paris : PUF.
- PERRIN M.-J. (1984), *Représentation des fractions et des nombres décimaux chez des élèves de CM2 et du collège*, Cahier de didactique des mathématiques n°24, Paris : IREM de Paris 7.
- ROBERT A. (2000), Recherches sur les pratiques des enseignants de mathématiques du secondaire : imbrication du point de vue de l'apprentissage des élèves et du point de vue de l'exercice du métier d'enseignant, in *Actes du Séminaire National de Didactique des Mathématiques*, Paris : ARDM.
- ROBERT A. (2001), Recherches sur les pratiques des enseignants et les contraintes de l'exercice du métier d'enseignant, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol 21/1-2 (pp. 57-80).
- ROBERT A. (1998), Outils d'analyse des contenus mathématiques à enseigner au Lycée et à l'Université, *Recherches en didactiques des mathématiques* 18/2 (pp. 139-190).
- ROBERT A. (1999), Pratique des enseignants de mathématiques, in : *Didaskalia* n°15 (pp. 123-157).
- RODITI E. (2000), Ordre de grandeur et multiplication des décimaux, in *Bulletin APMEP* n°431 (pp. 719-727).
- RODITI E. (2001), *L'enseignement de la multiplication des nombres décimaux en sixième, étude de pratiques ordinaires*, Thèse de doctorat de l'Université de Paris 7.
- RODITI E. (2005), *Les pratiques enseignantes en mathématiques*, Paris : L'Harmattan.
- ROGALSKI J (2000), Approche de psychologie ergonomique de l'activité de l'enseignant, in : *Actes du XXVI^e colloque COPIRELEM* (pp. 45-66). Limoges : IREM.
- ROGALSKI J (2003), Y a-t-il un pilote dans la classe ? Une analyse de l'activité de l'enseignant comme gestion d'un environnement dynamique ouvert, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol 23/3, (pp.343-388).
- ROGALSKI J. (1985), *Acquisition de la bidimensionnalité*, Thèse d'État.

La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants

- SAYAC N. (2006) Étude a grande échelle sur les pratiques des professeurs de mathématiques de lycée: résultats liés a des variables spécifiques et typologie sommaire. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. Vol 26 (3) pp 231-278.
- VERGNAUD G. (1981), L'enfant, la mathématique et la réalité, Berne : Peter Lang.
- VERGNAUD G., ROUCHIER A., RICCO G., MARTHE P., METREGISTE R., GIACCOBBE J. (1979), *Acquisition des « structures multiplicatives »*, IREM d'Orléans et Centre d'études des processus cognitifs et du langage, Paris : EHESS-CNRS.
- VERGNAUD G. (1983), Multiplicatives structures, in R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of Mathematics : Concepts and processes*. New York : Academic Press.
- VERGNAUD G. (1990), La théorie des champs conceptuels, *Recherches en didactique des mathématiques*. Vol 10 (2.3) pp. 133-170).