Résolution de problème au CP : rôle du langage, des schémas et des manipulations.

Caroline Poisard

RÉSOLUTION DE PROBLÈME AU CP : RÔLE DU LANGAGE, DES SCHÉMAS ET DES MANIPULATIONS

Caroline POISARD
Maître de conférences, IUFM DE BRETAGNE / UBO
Laboratoire du CREAD
caroline.poisard@bretagne.iufm.fr

Résumé
Cette communication présente les travaux du groupe Lemme (langages et manipulations en mathématiques à l'école) de l'IREM de Brest. Notre étude s'est construite à partir du travail de Rebière (2002) sur le rôle des pratiques langagières dans les apprentissages mathématiques dans lequel l'analyse de l'auteur porte sur la transcription d'une séance ordinaire de résolution de problème au CP. À partir de ce problème (que nous appelons le « problème des sucres »), nous avons construit une séance qui a été filmée. Nous présentons l'analyse des savoirs en jeu dans cette séance, les choix professionnels ainsi que l'activité mathématique des élèves. En particulier, les schémas réalisés par les élèves pour résoudre le problème permettent de voir l'évolution du raisonnement de ceux-ci. Les schémas sont envisagés comme des écrits de savoir (Laparra & Margolinas, 2009) et en référence aux ostensifs (Chevallard, 1993, Bosch & Chevallard, 1999).

L'étude présentée ici a été menée par le groupe Lemme[1] de l'IREM de Brest. Le travail de ce groupe porte sur les langages et les manipulations en mathématiques à l'école. Le terme langage est pensé dans un sens large : discours oral, discours écrit, écrits, schématisations, langage naturelle, langage mathématique, etc. Les manipulations peuvent être matérielles c'est-à-dire avec des objets matériels, ou bien virtuelles avec un logiciel. Pour cette communication, nous ne ferons références qu'à des manipulations d'objets matériels. Tout d'abord, nous présenterons les références théoriques qui ont alimenté ce travail puis l'analyse d'un problème en CP. Ce travail s'est engagé à partir de la lecture d'un article sur les pratiques langagières en mathématiques (Rebière 2002) qui comporte la transcription d'une séance de résolution de problème en CP sur un problème que nous appelons « problème des sucres ». Cette séance a été reproduite deux fois en classe de CP par le même professeur en 2011 puis 2012. Pour compléter l'analyse en termes de pratiques langagières, il nous est apparu important d'analyser les schémas produits par les élèves lors de ces séances en référence à la notion d'ostensif (Chevallard 1993, Bosch & Chevallard 1999) et à celle d'écrit de savoir (Laparra & Margolinas 2009). Concernant l'analyse du « problème des sucres », nous présentons l'analyse des savoirs en jeu, la présentation des trames des trois séances, ainsi que l'analyse de schémas d'élèves. Nous montrons que les statuts et les rôles du langage, des schémas et des manipulations sont interdépendants pendant les séances de classe. Notre hypothèse est que l'analyse doit croiser ces trois dimensions pour rendre compte des choix des professeurs et de l'apprentissage des élèves.

[1] Le groupe Lemme est composé de Delphine D'hondt, Anne Henry, Caroline Poisard, Gwenaëlle Riou-Azou et Nathalie Vigot (en 2010/11 et 2011/12).

I - RÉFÉRENCES THÉORIQUES

1 Les pratiques langagières en mathématiques

Rebière (2002) analyse les pratiques langagières pour l'apprentissage des mathématiques à partir de la transcription d'une séance ordinaire de résolution de problème au CP. Pour l'auteur, l'apprentissage de la langue est lié aux apprentissages disciplinaires. En classe, les discours oral et écrit sont imbriqués alors que peu de travaux existent actuellement sur l'oralité en classe. Pour Rebière, d'un point de vue de linguiste, l'apprentissage des mathématiques à l'école est caractérisé par des pratiques et des discours. En effet : « chaque sphère d'activité développe les pratiques qui lui sont propres, génératrices des savoirs qui la caractérisent, ainsi que les discours qui en permettent l'élaboration et la communication » (Ibid, p.37). L'auteur développe la notion de genre (genre premier, genre second et « secondarisation ») pour rendre compte de la diversité des pratiques langagières ; chaque sphère d'activité produit ses genres. L'hypothèse est que « les ruptures, les distorsions, les dysfonctionnements des discours des élèves s'expliquent moins par des manques linguistiques que par des difficultés qu'ils éprouvent à s'inscrire en tant qu'acteurs efficaces (ayant construit un point de vue homogène et pertinent sur l'activité) dans un champ disciplinaire donné » (Ibid, p.37). Il nous semble que ces questions sont sous une autre forme à l'étude dans le champ de la didactique des mathématiques et que les notions d'institution (Chevallard 1985), de contrat didactique et de milieu (Brousseau 1998) peuvent aussi apporter des pistes d'analyses. Rebière développe la notion de « secondarisation » des genres du discours qui permet de repérer des apprentissages en classe. Le genre du discours premier façonne « les échanges spontanés qui régulent la vie de tous les jours » (Ibid p.38), alors que le genre du discours second se retrouve « dans les échanges culturels plus élaborés, affranchis de l'urgence temporelle de l'action (roman, théâtre, conférence, débat scientifique…). Ils permettent de mettre à distance, d'objectiver, de reconfigurer. » (Ibid p.39). En classe, le genre premier et second se côtoient, le propos n'est pas ici de repérer les deux. La secondarisation en classe permet de repérer si un élève s'est approprié un outil culturel scolaire. L'école doit permettre aux élèves un « travail cognitif et langagier de secondarisation des pratiques langagières initiales des élèves et la construction de positions énonciatives favorisant les déplacements. » (Ibid p.39). La secondarisation ne repère pas une dichotomie entre le niveau de la classe et celui de la noosphère (c'est-à-dire les mathématiciens, Chevallard 1985). Elle permet d'identifier comment les élèves s'approprient des objets mathématiques transposés dans le milieu de la classe et qui sont des objets d'apprentissage. Rebière analyse ensuite un exemple de travail langagier avec le « problème des sucres au CP » en montrant en quoi l'activité langagière peut être le lieu de la secondarisation des pratiques langagières, et « comment l'enfant s'y prend pour 'travailler' les concepts en jeu, en quoi le langage témoigne de ce travail, mais aussi agit sur leur construction ». (Ibid p.40). En particulier, elle étudie la construction d'une position énonciative pertinente pour les élèves (spécification-généralisation, concret-abstrait, contextualisation-décontextualisation, catégorisation). Elle caractérise les discours mathématiques scolaires par des « emboîtements des contextes, garant des opérations de mise à distance, d'objectivation, mais aussi de conceptualisation, emboîtements à la fois signalés ET provoqués par le langage » (Ibid, p.45) et introduit le terme de « jungle langagière » pour préciser ces discours mathématiques qui sont autant d'obstacles aux apprentissages. Le travail du langage est décrit au travers des reformulations, des introducteurs de changement de contexte, et des formulations flous.

2 La notion d'ostensif

Pour compléter l'analyse de Rebière, nous présentons les notions de praxéologie et d'ostensifs (Chevallard 1993, Bosch & Chevallard 2009) qui nous permettent de caractériser l'activité mathématique des élèves pour l'étude du « problème des sucres ». En théorie anthropologique du didactique (Chevallard 2007), dans une institution donnée, le système didactique étudie le fonctionnement de trois pôles : le professeur, l'élève et le savoir. L'évolution du rapport au savoir des élèves permet de caractériser les apprentissages qui sont effectifs quand le rapport personnel à un savoir donné tend au rapport institutionnel attendu. L'évolution du rapport au savoir se décrit par les différents « manières de faire » appelées techniques. Pour le « problème des sucres », la tâche donnée aux élèves est de résoudre un problème de partage en CP. L'analyse des praxéologies propose de décrire la pratique (technique) et le discours (technologie) pour une tâche donnée. Les techniques disponibles pour les élèves (c'est-à-dire la mise en œuvre) et les technologies associées (c'est-à-dire le discours sur la technique) pour le « problème des sucres » sont analysées au paragraphe II.1.

Pour décrire plus précisément l'activité mathématique, nous utilisons les notions d'ostensif et de non-ostensif (Chevallard 1993, Bosch & Chevallard 2009). Les objets ostensifs c'est-à-dire sensibles, ont la caractéristique de pouvoir être manipulés dans une égalité ou une équation par exemple. Les ostensifs peuvent être oraux, gestuels, discursifs ou langagiers, graphiques, scripturaux, matériels, etc. Les objets non-ostensifs ne peuvent pas être manipulés comme les notions ou les définitions. Toute technique suppose l'activation d'ostensifs et de non-ostensifs. Par exemple, l'égalité « 2 + 2 = 4 » manipule les écritures chiffrées de deux et de quatre ainsi que les signes plus et égal, ce sont des ostensifs qui permettent de décrire un raisonnement mathématique. La définition de l'addition ou la notion d'égalité - que les élèves doivent connaître pour produire l'écriture « 2 + 2 = 4 »- sont des objets non–ostensifs. Un objet ostensif possède deux fonctions : une fonction instrumentale « qui permet d'agir, de travailler » (Chevallard 1993, p.7-8) et une fonction sémiotique « qui permet de voir, d'apprécier de manière sensible le travail fait, le travail en train de se faire, et d'envisager le travail à faire » (Ibid). Pour une technique donnée, les ostensifs et les non-ostensifs sont spécifiques. Pour notre analyse du « problème des sucres », nous regardons le schéma qui pourrait être associé à une égalité. Les schémas sont des objets communs de l'activité mathématique au cycle 2 alors que les élèves entrent dans l'écrit. Notre hypothèse est que le schéma est un ostensif qui possède une valeur instrumentale et une valeur sémiotique et qu'il est associé à une technique donnée. Nous développons cet aspect au paragraphe II.3.

3 Le schéma comme écrit de savoir

Laparra & Margolinas (2009), dans une analyse conjointe en didactique du français et des mathématiques, décrivent le schéma comme un écrit de savoir. L'exemple étudié est dans le cadre de la résolution de problèmes arithmétiques au CP, pour un problème de partie/tout à résoudre. Les spécificités de ces écrits de savoir sont présentées pour introduire l'étude de schémas :

« - ils ne donnent pas à lire le discours sur le monde, mais ils donnent à voir une activité réflexive sur des objets du monde, et au travers d'eux sur des relations entre des nombres, puisqu'il s'agit de schémas représentant la résolution d'un problème mathématique ;

- ils ont été produits et sont utilisés par de jeunes élèves qui ne sont ni des lecteurs ni des scripteurs confirmés puisqu'ils sont au CP » (Laparra & Margolinas 2009, p.51)

Le schéma est un écrit (non langagier) qui nécessite un apprentissage spécifique et est « particulièrement approprié pour rendre les élèves sensibles aux ressources cognitives que procure l'écrit » (Ibid, p.78). L'analyse comporte cinq axes : ce que sont les schémas pour le maître (discours et actions en situations), ce que font les élèves, le problème que pose l'interprétation d'un schéma, les raisons pour lesquelles le schéma n'est pas pensé comme un objet d'apprentissage, et des propositions pour l'enseignement des schémas. L'étude s'intéresse donc au système didactique professeur, élève et savoirs, et propose une réflexion sur la formation des enseignants (et donc des élèves) sur le rôle et la place du schéma en classe de mathématiques. Nous présentons les aspects que nous avons observés en classe, qui nous sont apparus importants et qui nous semblent rejoindre l'analyse de Laparra et Margolinas. Le schéma est associé à une action, c'est la manière d'entrer dans la résolution du problème. Pour le professeur, il est pensé comme une aide mais du côté des élèves le schéma peut provoquer des difficultés en particulier avec la confusion entre les données du problème et le résultat cherché. L'interprétation d'un schéma est délicate pour le professeur, la procédure sous-jacente est parfois difficilement accessible avec le schéma seul. Pour Laparra & Margolinas, le schéma n'est pas pensé comme un objet d'apprentissage par la communauté enseignante, il est soit un écrit intermédiaire pour soi ou pour la classe (brouillon), soit un outil méthodologique transversal, soit un objet à regarder (évidence). Les auteurs décrivent des fonctionnalités à envisager pour le schéma : pour fixer les données d'un problème, comme moyen de réduction de la complexité du problème, comme substitution de la manipulation (peu sûre), comme moyen de preuve, comme moyen de s'affranchir des contraintes de la temporalité discursive, l'importance de la légende d'un schéma, shématisations et classes de problèmes.

II - ÉTUDE DU « PROBLÈME DES SUCRES »

Nous présentons le « problème des sucres » comme cela a été fait en classe de CP dans la séance qui sert d'exemple à l'analyse de Rebière (2002) (figure 1).

Au tableau

12 sucres
2 sucres par verre
Combien faut-il de verres ?

Figure 1 : Trace écrite au tableau en début de la séance sur le « problème des sucres » (Rebière 2002)

On dispose de 12 sucres et il faut répartir deux sucres par verre. Combien faut-il de verres? À notre niveau, on peut résoudre le problème en pensant que 12=6×2 donc il faut 6 verres. Nous allons maintenant étudier les différentes techniques disponibles en CP pour résoudre ce problème ainsi que les technologies associées. Ensuite, nous présenterons les trames et les choix professionnels des professeurs pour les trois séances qui nous servent d'analyse : la séance S0 (Rebière 2002), la séance S1 réalisée en 2011 et la séance S2 réalisée en 2012. Enfin, nous analyserons des schémas d'élèves en montrant les savoirs associés. À chaque séance, les élèves ne sont pas les mêmes mais le professeur est le même en S1 et en S2.

1 L'analyse des savoirs en jeu dans le « problème des sucres »

La tâche proposée aux élèves de CP consiste donc à résoudre un problème de partage. Nous présentons les techniques disponibles en dissociant celles pour le schéma, et celles pour le calcul à effectuer.

- Les techniques disponibles pour produire le schéma (figure 2) :

Il y a deux temporalités possibles. Certains élèves dessinent 12 sucres puis dessinent les verres qui contiennent deux sucres. D'autres dessinent les verres en premier : un verre puis mettent deux sucres dedans et répètent l'opération. On voit ici que le schéma est fortement lié à une manipulation réelle possible. Dans les séances observées, on voit bien que pour les élèves de CP, ces deux techniques sont considérées comme différentes et il semble nécessaire que le professeur mette à jour ces deux techniques.

XX	XX	XX	XX	XX	XX
2	2	2	2	2	2

Figure 2 : Schématisation possible du problème des sucres

- Les techniques et technologies pour trouver le nombre de verres :

Raisonnements de type additif :

- Compter de deux en deux (2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10 ; 12) ou décompter de deux en deux (12 ; 10 ; 8 ; 6 ; 4 ; 2) puis dénombrer le nombre de verres. En général, le comptage est associé au schéma sucres puis verres alors que le décomptage est associé au schéma verre puis sucres.
- Produire la décomposition additive de 12 (12 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2) puis compter le nombre de « 2 ». Ceci apparaît pour les schémas où l'association au chiffre deux est faite pour chaque verre (figure 2) et la décomposition du 12 en découle alors. Pour les trois séances, c'est l'un des objectifs du professeur,de produire cette décomposition écrite.

Raisonnements de type multiplicatif :

- La moitié de 12 c'est six, il faut donc deux fois moins de verres que de sucres. Cette technique n'a pas été observée en CP, mais certaines explications d'élèves laissent pointer un début de raisonnement de ce type (en S0).
- Raisonnement du type 12 = 6 fois 2 (ou 12 = 6 × 2). Les élèves de CP sont majoritairement dans un raisonnement de type additif, mais selon la période de l'année scolaire, en particulier plutôt sur la fin d'année un raisonnement de type multiplicatif peut apparaître. C'est ce que nous avons constaté en S2.

Comme nous le verrons plus loin, pour dénombrer le nombre de verres certains élèves produisent l'opération 3 + 3 = 6.

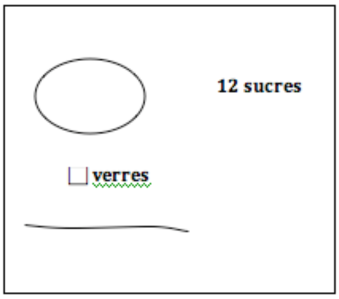
Les dysfonctionnements prévisibles de la séance portent en particulier sur la schématisation proposée par le professeur. En particulier, le schéma proposé dans l'énoncé du problème en S0 porte à confusion pour les élèves : le schéma ne possède que trois sucres, est-ce la réponse souhaitée ? De plus, on observe que les élèves ont des difficultés à dessiner les sucres en forme de parallélépipède, ce qui déplace l'objet d'enseignement de la séance.

Les variables didactiques concernent le nombre de verres, le nombre de sucres, et le fait ou non que le nombre de sucres divise le nombre de verres (c'est-à-dire y-a-t-il un reste ?). Ces variables ont été utilisées par les professeurs. En S0, le problème de trois sucres par verre (pour 12 sucres) a été proposé en réinvestissement. En S2, le professeur a proposé deux sucres par verres pour 8 sucres au total, puis pour 13 sucres (dans ce cas, le nombre de sucres ne divise pas le nombre de verres).

2 Trame des trois séances et choix professionnels des professeurs

Notre analyse porte sur trois séances réalisées en classe : S0, S1 et S2. S0 est la séance décrite dans l'article de Rebière (2002), et les séances S1 et S2 ont été effectuées par Annie dans sa classe de CP en février 2011 (S1) et en mai 2012 (S2). Annie a une classe multi-niveaux de la maternelle au CP depuis plusieurs années.

La séance S0 dure 45 minutes et possède quatre phases : la mise au travail des élèves, le travail en binômes avec la production d'affiches, la correction collective par le professeur (où l'institutionnalisation consiste en la trace écrite 12 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2), et le travail sur un autre problème du même type (12 sucres et 3 sucres par verre). Concernant les choix du professeur, un schéma où les sucres ne sont pas représentés est noté au tableau (figure 1) avant la mise au travail des élèves et le matériel (sucres et verres) est évoqué en début de séance mais n'est pas manipulé. Pendant la séance, on observe des difficultés pour les élèves à dessiner des sucres comme des parallélépipèdes ce qui peut s'expliquer par le schéma proposé par le professeur.



12 sucres
2 par verre
Combien de verres ?
- - - - verres réponse
calcul

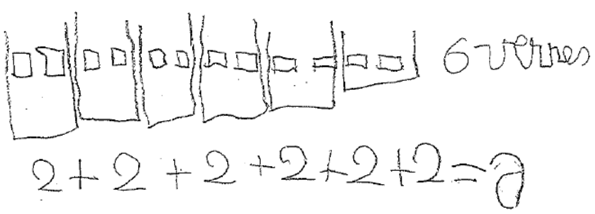
Figure 3 : Traces écrites au tableau d'Annie. « Schéma, calcul et résultat » en début de S1 (gauche) et « aide pour la rédaction » en fin de S2 (droite)

Pour les séances S1 et S2, regardons tout d'abord ce qui est commun à ces deux séances produites par le même professeur Annie, sur deux années scolaires différentes donc avec des élèves différents. La contextualisation du problème est faite en lien avec l'expérience de l'après-midi en physique qui servira à faire du sirop. Les séances possèdent des phases de manipulation où le matériel (cubes et verres) est utilisé comme aide à la compréhension par le professeur. Annie propose à certains élèves de manipuler le matériel lors des pauses. Le matériel est donc envisagé pour la différenciation des apprentissages. Les élèves réalisent deux productions sur papier lors de chaque séance avec un schéma, une ligne de calcul (égalité) et le résultat demandé par le professeur (figure 3). Lors des deux séances, les élèves rencontrent des difficultés pour exprimer le calcul (12 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2) en lien avec le résultat (qui est 6). Les séances S1 et S2 divergent sur certains points. La séance S1 réalisée en janvier 2011 dure 1h20 avec six élèves. Le professeur a réalisé l'ensemble de la séance sur le même domaine numérique (12 sucres et 2 verres par sucre). En début de séance, la schématisation a été institutionnalisée : X pour les sucres et □ pour les verres. La séance S2 réalisée en mai 2012 dure 50 minutes avec 12 élèves. Le champ numérique du problème a été élargi à 8 sucres puis 13 sucres avec toujours 2 sucres par verres. Pour les 13 sucres, il y a une difficulté supplémentaire car on a 6 verres et il reste un sucre « tout seul ». Pour ces changements numériques, Annie demande le calcul directement sans le schéma, la schématisation est alors envisagée comme une aide à la compréhension. Pour corriger le problème avec 13 sucres, Annie choisi de rentrer dans le domaine multiplicatif et écrit au tableau « 6 fois 2 = 12 et 7 fois 2 = 14 ». Ceci peut s'expliquer par la période de l'année où le problème a été proposé : en février pour la S1 et en mai pour la S2 ce qui fait la différence en classe de CP. D'ailleurs Annie a introduit le signe multiplié (×) quelques jours après la S2 et dans le prolongement de cette séance.

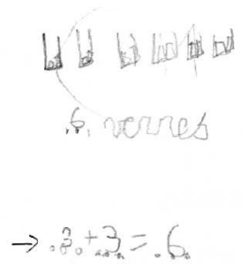
3 Analyse de schémas d'élèves

Pour les séances S1 et S2, nous avons recueilli les productions des élèves, une première production individuelle (P1) puis une seconde (P2) après une phase de discussion en classe. En S1, nous avons donc 6×2 productions et 12×2 en S2. Nous présentons tout d'abord, grâce à l'analyse des schémas, l'obstacle rencontré par les élèves pour faire apparaître le 6 dans le résultat. Ensuite, nous analysons une étude de cas : les schémas de Karim, des ostensifs.

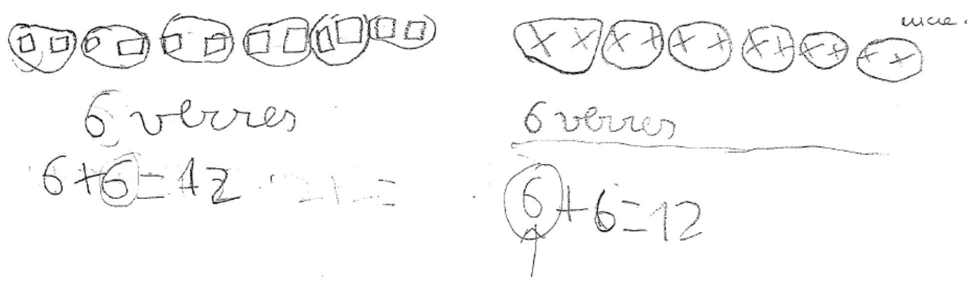
Tout d'abord, regardons si les élèves produisent l'écriture 12 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 attendue par le professeur. En S1, 4 élèves (sur les 6) écrivent l'égalité attendue et un élève écrit 10 + 2 = 12 en P1. En S2, en P1, trois élèves écrivent la réponse attendue, et un élève écrit aussi 10 + 2 = 12. Puis, en P2, 8 élèves (sur 12) produisent 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 (avant ou sans = 12). Le problème consiste à distribuer 12 sucres avec 2 sucres par verre. Combien faut-il de verres ? La réponse au problème est 6 sucres. Le raisonnement est principalement additif en CP: 12 = 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2, et ne fait pas apparaître le résultat qui est 6, ce que certains élèves cherchent en écrivant 12 = 6 + 6 ou 3 + 3 = 6 dans la ligne de calcul (figure 4). Ceci semble constituer un obstacle important au travail d'écriture du calcul (associé éventuellement à un schéma) et ce, même si la réponse 6 a été fournie par les élèves. Avec un raisonnement de type multiplicatif, c'est-à-dire « 12 c'est 2 fois 6 » ou 12 = 2 × 6, l'obstacle peut être résolu.



Production P1 de Louis (S2)



Production P1 de Marc (S2)

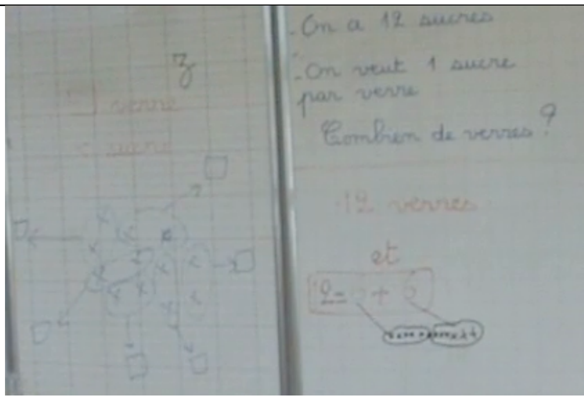


Productions P1 et P2 de Lucie (S1)

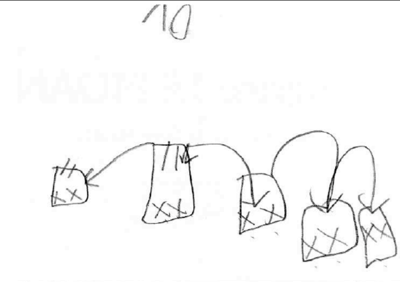
Figure 4 : Exemples de travaux d'élèves dans les classes d'Annie

Regardons plus spécifiquement les productions où les élèves semblent chercher à produire un six dans le résultat. En séance S1, deux productions sur les 12 comprennent un 6 dans le calcul : les premières productions de Marc : « 3 + 3 = 6 », et de Karim : « 6 + 6 » (0 en P2). En séance S2, en premières productions Louis écrit « 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 6 » (6 écrit à l'envers) ainsi que Minnie et Leo qui écrivent « 3 + 3 = 6». Lucille produit la même chose en P1 et P2 : « 6 + 6 = 12 », et Corentin « 3 + 3 = 6 » en P2 (pas de production P1). Pour analyser la production « 3 + 3 = 6 », on peut faire l'hypothèse que les élèves ont compté 1, 2, 3 verres puis écrit 3, reproduit le raisonnement une deuxième fois et enfin effectué l'addition qui donne 6. Cette égalité peut donc être le reflet de leur raisonnement pour compter le nombre de verres lorsque les sucres ont été distribués. Pour l'écriture de « 6 + 6 = 12 », on peut pointer un problème de contrat didactique : « en mathématiques, on produit une égalité (souvent une addition au CP) et le résultat peut se lire dans l'égalité », ce qui n'est pas le cas dans ce problème… Avec le « 6 + 6 = 12 », on répond même doublement au contrat car il y a deux six dans cette égalité !

Karim P1 (S1)



Au tableau en S1. Professeur (gauche) et Karim (droite)



Karim P2 (S1)

Figure 5 : Les schémas de Karim (S1)

Regardons maintenant l'évolution du travail effectué par Karim en S1 (figure 5). En première production, Karim a dessiné des sucres, les a reliés deux par deux en dessinant un verre à chaque fois. Son schéma est très lié à l'action de mettre des sucres dans des verres. Karim donne le résultat juste : 6 verres et écrit 6 + 6 qui ne reflète pas le raisonnement sur le schéma. Ensuite, pendant la séance, Annie demande à Karim d'expliquer pourquoi il propose le calcul « 12 = 6 + 6 ». Cette phase questionne l'élève sur la validité de sa réponse : « Est-ce que j'ai juste ? » demande-t-il à son professeur. Karim dessine au tableau deux paquets de six sucres sous chaque six de l'égalité. Ensuite en deuxième production, Karim schématise les sucres selon l'attente du professeur (X), mais son résultat devient faux : 10 verres. Karim répond au contrat didactique de la schématisation, mais ne fournit plus le résultat juste. On voit ici une difficulté majeure de l'analyse de schémas d'élèves : la valeur sémiotique des schémas (la technique dans l'action) est différente de la valeur sémiotique du calcul (la technique du calcul). Les schémas ont donc une valeur sémiotique qui complète leur valeur instrumentale ce qui selon Bosch et Chevallard (1999) permet de qualifier le schéma d'ostensif.

III - CONCLUSION ET PROLONGEMENTS

Pour nous, le schéma est un écrit de savoir qui peut permettre de repérer une « secondarisation » du discours oral et écrit en classe. En effet, le schéma permet de repérer comment les élèves s'approprient les objets mathématiques de la classe. La schématisation (les choix des professeurs et les productions des élèves) fait partie intégrante du travail mathématique à l'école.

Plus précisément, le schéma peut être considéré comme un ostensif avec une valeur instrumentale et une valeur sémiotique qui reflète -en partie- une technique. Le schéma reflète une technique (un raisonnement, une manière de faire, une procédure, etc.) qui elle-même se rattache à une technologie (le savoir associé à cette technique). Avec l'exemple du travail de Karim, nous montrons ici que le schéma est marqué par une temporalité difficile à saisir au niveau « personnel » (c'est-à-dire la suite du raisonnement de l'élève) ainsi qu'au niveau « public » (c'est-à-dire ce qui est montré à la classe). Il en résulte donc un travail d'analyse du professeur tout aussi complexe à mener en classe.

Enfin, il semble nécessaire que l'analyse des schémas des élèves puisse être faite à la lumière du discours oral et écrit de l'élève (et du professeur), ainsi que d'éventuelles manipulations matérielles ou virtuelles. Les trois dimensions : discours, schémas et manipulations sont en relations étroites et reflètent le raisonnement des élèves. Le travail et les choix du professeur doivent aussi prendre en compte ces trois dimensions afin que le schéma puisse servir dans l'analyse du travail effectif des élèves.

IV - BIBLIOGRAPHIE

BOSCH, M. & CHEVALLARD, Y. (1999) La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. *Recherche en Didactique des Mathématiques*, **19**, 77-124.

BROUSSEAU, G. (1998) *Théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

CHEVALLARD, Y. (1985) *La transposition didactique : du savoir savant au savoir enseigné*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

CHEVALLARD, Y. (1993) *Ostensifs et non-ostensifs dans l'activité mathématique*. Actes du séminaire national de didactique des mathématiques.

CHEVALLARD, Y. (2007) Passé et présent de la théorie anthropologique du didactique. In L. Ruiz-Higueras, A. Estepa, & F. Javier García (Éd.), Sociedad, Escuela y Mathemáticas. Aportaciones de la Teoría Antropológica de la Didáctico, Universidad de Jaén, 2007, 705-746.

LAPARRA, M. & MARGOLINAS, C. (2009) Le schéma : un écrit de savoir ? *Pratiques*, **143/144**, 51-82.

REBIÈRE, M. (2002) *Quelques remarques pour réfléchir au rôle des pratiques langagières dans les apprentissages mathématiques*. Actes du 29ème colloque Inter-IREM des formateurs et professeurs chargés de la formation des maîtres. p.35-55.