HAL
open science

La prise de décision risquée en situation incertaine : élément pour une séquence didactique visant l'acquisition du raisonnement statistique

Jean-Claude Regnier

To cite this version:

Jean-Claude Regnier. La prise de décision risquée en situation incertaine : élément pour une séquence didactique visant l'acquisition du raisonnement statistique. Enseigner la Statistique du CM à la Seconde Pourquoi? Comment ?, IREM de Lyon Université Lyon1, pp.189-201, 1998. halshs-00406126

HAL Id: halshs-00406126

https://shs.hal.science/halshs-00406126

Submitted on 23 Jul 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

enseignement & apprentissage du raisonnement statistique
pp. 189-201

La prise de décision risquée en situation incertaine : élément pour une séquence didactique visant l'acquisition du raisonnement statistique

Jean-Claude Régnier
et une équipe[1] d'étudiants

En proposant une situation didactique implicant une prise de décision en situation incertaine, nous souhaitions voir comment, dans le but d'une initiation précoce au raisonnement statistique, on peut, dès la classe de 4ème de collège, par le tâtonnement expérimental, aborder des notions telles que celles de sondage, d'échantillon, de statistique, de risque, d'estimation et de test d'hypothèse.

Pour ce faire, nous avons construit une situation problème centrée sur la détermination de la proportion d'un certain type de billes dans une urne matériellement mise à la disposition des élèves dans le dispositif. La séquence didactique a fait l'objet d'une première mise à l'épreuve le 12 décembre 1996 dans la classe de 4ème de René Thomas dans le cadre du cours de mathématiques au collège Jean Dasté à Saint Etienne. Une observation contrôlée a été conduite par l'équipe des cinq étudiants de Sciences de l'Education de l'Université LYON II et leur professeur, Jean-Claude Régnier, et du professeur de mathématiques de la classe, René Thomas. La séquence, préalablement construite et discutée par l'équipe, s'est déroulée en plusieurs étapes que nous allons rapporter plus loin. En ce que concerne les résultats des analyses des données recueillies, nous nous restreignons à ceux qui nous semblent les plus utiles pour poursuivre les investigations.

Présentation de la séquence didactique

Un test, concernant les connaissances des notions de proportionnalité, a permis préalablement de former 4 groupes de 6 élèves, dont l'homogénéité

---

[1] Cette équipe était constituée de Corinne Appercel, Christophe Chirio, Isabelle Durieux-Rousselet, Nadège Reboullet, étudiants de licence de sciences de l'éducation dans le cadre d'un travail de recherche lié au cours de didactique des mathématiques et de la statistique, ainsi que de Bernard Coutanson, étudiant de maîtrise dont le thème du travail de recherche en vue du mémoire de maîtrise porte sur la statistique, ses représentations, ses usages, son apprentissage et son enseignement à l'école primaire.

était construite autour des compétences mathématiques, de l'âge et du sexe. Cette démarche paraissait mieux adaptée aux circonstances que celle de s'en remettre au tirage au sort. Chaque groupe est accompagné par un étudiant dont le rôle est d'animer le travail et de recueillir des observations. Le cinquième étudiant est chargé de conduire une observation plus globale. Le matériel utilisé comprenait cinq urnes représentées par cinq sacs opaques que nous désignerons par U_1, U_2, U_3, U_4 et U_5, contenant des billes bleues et des billes rouges. Globalement nous disposions de 260 billes de chaque couleur.

Trois étapes se sont succédées :

- la première est fondée sur un travail individuel,
- la seconde, sur une activité "intra-groupale"
- la troisième, sur une activité "inter-groupale"

Pour faire adhérer les élèves au "défi statistique" qui allait suivre et leur transmettre la problématique, il a été conclu d'introduire un enjeu : le *coût de l'information* avec un critère de réussite : *le groupe vainqueur sera celui qui à l'issue de la 3ème étape aura conservé le plus de crédit-bille, tout en se rapprochant le plus de la répartition réelle des billes dans l'urne de référence.* La notion de *risque* est ainsi introduite par le *coût*. Dans les phases 1 et 2, chaque élève avait un crédit initial de 50 points qu'il débitera selon sa gourmandise en information ! Un point pour avoir la possibilité de tirer une bille de l'urne à laquelle il avait accès. Dans la phase 3, c'est le groupe qui possède un crédit-bille. Cette contrainte est conçue comme un des leviers pour instaurer une situation de conflit socio-cognitif. Chaque urne contient un nombre important de billes (100) pour éviter que les élèves soient tentés de toutes les extraire lors des étapes suivantes. La durée de la séquence est fixée a priori à 2 heures.

Etape	Idée générale & Problème	Type d'action	Organisation matérielle	Consignes
N°1	Estimation d'une proportion déterminer la proportion des billes bleues contenues dans l'urne présentée.	Individuelle	proportion de billes bleues U_1 : 30% U_2 : 70% U_3 : 30% U_4 : 70%	Chaque élève effectue un ou plusieurs tirages avec ou sans remise à son entière initiative (aucune explication ou directive ne sera donnée). Chaque tirage s'accompagne d'une amputation du crédit-bille. Chaque élève fournit discrètement son estimation à l'observateur du groupe. *Question posée* : quelle est la proportion des billes bleues dans cette urne ?

N°2a	Constitution d'une estimation par confrontation d'estimations individuelles	Collective "intra-groupale"	Mêmes dispositions que pour le n°1	Au sein de chaque groupe, les élèves mettent en commun leurs résultats individuels, les confrontent. Ils doivent, après négociation, prendre une décision relative à une valeur de la proportion admise par tous les membres du groupe Il reste la possibilité de tirages supplémentaires; dans ce cas, c'est le groupe entier qui vide son "crédit-bille" reconstitué *Question posée* : quelle est la proportion des billes bleues dans cette urne ?
N°2b	Tester l'égalité d'une proportion à une valeur fournie a priori Comparaison d'une proportion estimée à celle fournie par la fiche technique du constructeur de l'urne.	Collective "intra-groupale"	Mêmes dispositions que pour le n°1	Confrontation de l'estimation collective de la proportion avec la proportion officielle fournie par le constructeur. *Question posée* : Etes-vous d'accord avec ce qu'affirme ce dernier ?

N°3	Test d'égalité de 2 proportions Comparaison de la proportion des billes bleues de l'urne du groupe avec celle de l'urne U5	Collective "intra-groupale" puis "inter-groupale"	proportion de billes bleues U_1 : 50% U_2 : 45% U_3 : 30% U_4 : 70% et l'urne de référence : U_5 : 50%	Chaque groupe possède un crédit-bille de 100 pour déterminer les composition des deux urnes. Les groupes sont avertis que l'un d'entre eux possède une urne identique à U_5. Chaque groupe évalue collectivement la composition de son urne. Puis par une démarche inter-groupale, les élèves devront définir la composition de l'urne U_5, discuter la validité des proportions avancées par les quatre groupes et enfin après discussion chaque groupe devra décider si leur urne identique ou non à U_5.

Dans les faits, les phases n°1 et n°2 se sont déroulées comme prévues. Mais la phase n°3, par manque de temps, fut modifiée et réduite en une comparaison de la proportion estimée du contenu de l'urne de chaque groupe avec celle du contenu de l'urne de référence U_5. Le travail ainsi défini revient de nouveau à une comparaison intra-groupale de deux estimations intra-groupales. La mise en commun des résultats pour déterminer le groupe vainqueur n'a pu être vraiment exploitée. L'objectif était de mettre à l'épreuve la conjecture suivante :

Les élèves auront intériorisé quelque-chose du raisonnement statistique inférentiel si des protestations surgissent contre l'objectivité du principe pour établir le groupe victorieux à savoir donner un résultat aussi proche que possible de la vraie valeur qui est ici accessible par comptage direct, en ayant dépensé le moins possible. En effet selon la théorie des sondages et celle des échantillonnages d'une proportion, une démarche rigoureuse et logiquement exacte peut conduire à un résultat faux obtenu à partir de la valeur empirique de la proportion calculée sur un échantillon représentatif, au sens d'obtenu aléatoirement avec ou sans remise.

Nous tenions cette réaction comme un point clé d'un débat qui, fondé sur un *tâtonnement expérimental* préalable des élèves pour résoudre les problèmes posés, pourrait engendrer les apprentissages que nous visons en statistique.

Quelques données issues des observations...

L'objectif de cette séance était, rappelons-le, de cerner la démarche utilisée par des enfants de 4ème pour traiter des données statistiques et fonder une décision. Analysons maintenant étape par étape les actions et réflexions engagées par les élèves.

Etude de l'étape n°1 : *Quelle est la proportion des billes bleues dans l'urne dont tu disposes ?*

Plusieurs hésitations ont été perçues lors du tirage des billes. Est-ce dû : à une consigne de travail floue, à la crainte de perdre du crédit-bille, ou tout simplement par manque de stratégie ?

Nombre d'enfants abordent ce problème avec des idées préétablies sur chaque tirage (ex : sur 5 billes, j'aurais 3 bleues et 2 rouges), sur le contenu de chaque urne : il y a mélange, "on est sûr" car les adultes l'ont affirmé et dans le cas contraire, il n'y aurait pas jeu. Les élèves paraissent avoir idée préalable de la proportion de billes bleues dans l'urne. La stratégie utilisée ne mentionne jamais le choix par les enfants d'un tirage "avec remise". Pour certains, le pourcentage de billes bleues s'impose comme une vision préétablie, par automatisme. D'autres utilisent des tableaux pour mémoriser les données du problème. On constate que beaucoup d'enfants privilégient des tirages par paquet de billes : leur représentation du contenu de l'urne se fonde plus sur la taille de l'échantillon que sur le nombre de tirages. Les élèves semblent agir par seuil de représentativité : rien ne serait suggéré par le tirage si celui-ci était faible et n'atteignait pas un nombre magique, déclencheur (souvent "10") et qu'il paraît inutile de reproduire, de dépasser La notion de pourcentage porte à réflexion. Peu d'enfants ont effectué un calcul pour préciser le pourcentage de l'urne en transposant celui de l'échantillon. Aucun non plus n'a eu le réflexe d'utiliser une calculatrice.

En conclusion, on semble plus dans une démarche d'affirmation que de recherche, de représentation spontanée plutôt que de construction mentale.

Etude de l'étape n°2 : *Le constructeur de l'urne affirme que la proportion de billes est de 100p % : êtes-vous d'accord ?*

Pour plus de clarté et d'efficacité, mettons en parallèle les démarches des quatre groupes.

	groupe n°1	**Groupe n°2**	**Groupe n°3**	**Groupe n°4**
Prise en compte des résultats individuels	Acceptation de tous les résultats bien qu'ils fussent "devinés"	Vérification de la validité de chaque résultat	Acceptation de tous les résultats	Acceptation de tous les résultats individuels
Décision n°1 fondée sur :	Un tirage supplémentaire de tout le groupe	La fréquence d'apparition des résultats	La moyenne des résultats individuels	Une intuition collective
Question intermédiaire		Que faire des pourcentages minoritaires et éloignés ?		
Décision n° 1 validée par :	Effet de proximité	Le calcul de la moyenne des résultats	Le résultat donné par le calcul de la moyenne	Acceptation de la validité d'une intuition collective
Nombre de résultats obtenus	1 30%	2 (en tenant compte ou en écartant le résultat minoritaire)	1 (qui sera ensuite mis en doute) 30%	1 70%
Décision n°2 fondée sur :		Un tirage collectif	Un tirage collectif	
Décision n°2 validée par		Proximité entre les résultats précédents et la proportion du dernier tirage		
Question intermédiaire		Comment présenter un pourcentage : avec beaucoup de décimales ou arrondi ?	Quelle décision prendre : le résultat du tirage est différent de la moyenne !	

	groupe n°1	**Groupe n°2**	**Groupe n°3**	**Groupe n°4**
Nombre de résultats obtenus		1 70 %		
Décision n°3 fondée sur :			La moyenne des résultats	
Question intermédiaire			Quelle moyenne? 1) entre m_1 et le résultat du tirage : m_2 2) entre les choix individuels et le résultat du tirage : m_3	
Décision n°3 fondée sur :			La moyenne m_4 de ces deux moyennes possibles (m_2 et m_3)	
Décision n°3 validée par :			Le résultat précédent :m_4	
Nombre de résultats obtenus			1 38 %	
Données de la fiche technique du constructeur.	30 %	70 %	60 %	60 %
Position du groupe par rapport à la fiche technique.	Accord	Accord	Désaccord	Désaccord
Choix supplémentaire				Nouveau tirage collectif
Décision finale validée par :	La proximité et la concordance des résultats	La proximité et la concordance des résultats	*Eloignement des résultats *Toutes les moyennes étaient regroupées autour de 30	La proximité de leur estimation et le résultat du dernier tirage
Conclusion : * la proportion de billes bleues est : * les indications du fabricant sont	30 % confirmées	70 % confirmées	30 % refusées	70 % refusées
Dans la réalité	U1 : 30 %	U2 : 70 %	U3 : 70 %	U4 : 70 %
Bilan des résultats	Exact	Exact	Exact	Exact

Etude de l'étape n°3 : *Votre urne contient-elle ou non une proportion de billes bleues identique à celle des billes bleues contenues dans l'urne U5 ?*

	groupe n°1	**Groupe n°2**	**Groupe n°3**	**Groupe n°4**
Selon quel ordre la stratégie se développe-t-elle ?	1) Estimation de U_1 2)Estimation de U_5 3) Comparaison	Comparaison immédiate de U_2 et U_5	Comparaison immédiate de U_3 et U_5	1) Estimation de U_4 2) Estimation de U_5 3) Comparaison
Décision n°1 fondée sur :	6 tirages de 4 billes dans les deux cas	1 tirage de 15 billes dans chaque urne	6 tirages de 3 billes et un de 2 billes dans chaque urne	1 tirage de 7 billes dans chaque urne
Décision n°1 validée par	Intuition et rapprochement des deux séries de résultats	Egalité des résultats	Calcul sur les pourcentages	Calcul sur les pourcentages
Résultat	U_1 : 50 % U_5 : 60 %	U_2 : 55 % U_5 : 55 %	U_3 : 30 % (erreur de calcul / 20 %) U_5 : 50 % erreur de calcul /45 %)	U_4 : 71 % (résultat exact : 71,43 %) U_5 : 28,5 % (résultat exact : 28,57 %)
Conclusion immédiate	oui U_1 ? U_5_	Non, c'est "le hasard", il faut une autre preuve	oui U_3 ? U_5	oui U_4 ?U_5
Décision n°2 fondée sur :		Tirage simultané de 3 billes dans chaque urne		
Décision validée par		Egalité des résultats et influence du dernier tirage		
Conclusion n°2		$U_2 = U_5$ (53%)		
Dans la réalité	U_1=50 % ; U_5=50% U1=U5	U_2=45 % ; U_5=50% U_2?U_5	U_3=30 % ; U_5=50% U_3?U_5	U_1=50 % ; U_5=50% U_4?U_5
Bilan des estimations	U_1 : exacte U_5 : proche	U_2 : proche U_5 : très proche	U_3 : exacte U_5 : exacte	U_4 quasi exacte U_5 : différente
Bilan des comparaisons	Différent	Différent	Exact	Exact

Pour ces deux étapes, les élèves ont engagé des démarches variées : les tirages supplémentaires par le groupe ou par ajout de tirages personnels, l'étude comparative de fréquences, le calcul de moyennes, ou ils se fient à leur intuition. La décision se fonde sur des effets de proximité, d'intuition,

plus que sur le résultat de calculs comme la moyenne. Notons aussi le poids surestimé du dernier résultat par rapport aux autres.

Dans chaque groupe, des résultats faux mais répétés et proches ont plus de poids dans la décision prise que ceux qui sont justes mais isolés. Le poids des estimations est proportionnel à la taille des échantillons tirés.

Tous les élèves paraissent convaincus qu'un grand nombre de tirages favorise le rapprochement de la réalité. En revanche, outre le risque d'épuisement du crédit-billes, s'ajoute le risque de s'écarter à nouveau de l'idée que l'on s'en est déjà fait ! Ce qui obligerait à renouveler les démarches.

Dans l'étape n°2, beaucoup d'enfants ont du mal à mettre en doute le caractère officiel des données du fabricant. Dans cette idée, la pochette raturée a été refusée car il paraissait impossible de modifier un caractère officiel! Une belle réflexion mathématique a été engagée par le groupe n°2 sur la constitution d'une moyenne. Quel poids donner à un élément supplémentaire à introduire dans une moyenne déjà établie ? Faut-il bâtir un calcul sur la première moyenne ou revenir aux données initiales ? De plus, une moyenne de 2 moyennes apporte-t-elle plus de clarté que les deux moyennes données ? Les élèves se sont aussi interrogés sur les pourcentages : était-ce important de laisser figurer des décimales ? Comment arrondir les résultats ? Comment faire si le résultat se présente sous la forme 0,5 ? Pour certains, l'idée de pourcentage ne peut être émise que sur un échantillon de taille "100" !

Les représentations de la statistique :

L'objet de la recherche était aussi d'essayer de cerner les représentations de la statistique dans cette classe de 4ème. et de tenter d'évaluer le poids de la représentation pour les élèves des trois mots sélectionnés : "sondage", échantillon" et "statistique". Nous avons aussi chercher à repérer, pour ces enfants de 4ème, les principales sources de connaissance de ces termes

Un questionnaire à réponse écrite a été soumis à chaque élève dès le début de la séance. Voici ce qu'il en ressort :

As-tu déjà entendu parler des mots ... ?

jamais (J) un peu (UP) souvent (S) très souvent (TS)

Tableau récapitulatif des réponses individuels :

Les élèves	Sexe	Âge	"Sondage"	"Echantillon"	"Statistique"
a)Jessica	F	13	TS	UP	UP
b)Sandrine	F	13	S	UP	UP
c)Dahbia	F	13	S	S	UP
d)Bahiria	F	13	S	S	UP
e)Betty	F	13	S	S	UP
f)Leslie	F	13	UP	S	J

Les élèves	Sexe	Âge	"Sondage"	"Echantillon"	"Statistique"
g)Adeline	F	14,5	UP	S	UP
h)Tha	F	15	UP	UP	UP
i)Ikrane	F	13	UP	S	UP
j)Lydia	F	14,5	S	TS	UP
k)Elodie	F	13	S	UP	UP
l)Rachel	F	13	TS	S	UP
m)Karina	F	13	S	TS	UP
n)Elodie	F	13	S	UP	UP
o)Emilie	F	13,5	S	UP	UP
p)Nelly	F	14	S	UP	UP
q)Hélène	F	15	TS	TS	S
r)Isabelle	F	13	UP	UP	UP
s)Tonio	M	14	S	UP	UP
t)Najim	M	15	S	TS	UP
u)Jocelyn	M	13	UP	UP	S
v)Saïd	M	13	S	TS	UP
w)Abdelghani	M	13	TS	TS	UP

Termes	**"Sondage"**				**"Echantillon”**				**"Statistique"**			
modalités	J	UP	S	TS	J	UP	S	TS	J	UP	S	TS
Totaux	0	6	13	4	0	10	7	6	1	20	2	0

Tous les élèves à une seule exception près pour le mot "statistique", ont entendu parler des trois termes. Toutefois le mot "statistique" suscite une évocation nettement moins fréquente que les deux autres.

Quant aux sources évoquées pour "sondage", "échantillon" et "statistique" : la consigne était de “Mettre une croix dans la case correspondante sans obtenir plus de trois croix par colonne".

A la télévision(TV) , Dans un magazine (MZ); Dans un livre scolaire (LS); A l’occasion d’une discussion entre amis ou en famille (DI); A ‘école primaire (EP); Au collège (CO); Dans un magasin (MG); Dans la rue (RU) ; Autre (Au)

Le but était d'obliger les élèves à se positionner en fonction des sources répertoriées. Dans les faits, les enfants ont coché les lignes qui leur paraissaient explicites et ignoré les autres.

élèves		a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	
	TV	1			1	1		1	1	1	1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	19
Sondage	MZ		1	1		1	1				1								1		1				7
	LS			1		1									1	1			1	1		1			7
	DI				1		1			1				1									1		5
	EP								1								1								2
	CO		1	1			1	1		1	1	1	1	1	1	1	1			1	1	1			15
	MG				1															1					2
	RU			1		1			1					1											4
	AU																								0
Echantillon	TV		1	1											1	1			1	1		1			7
	MZ		1	1		1		1	1	1	1	1	1	1	1	1		1		1	1	1		1	17
	LS					1																			1
	DI	1					1			1							1		1	1					6
	EP					1		1						1									1		4
	CO																								0
	MG		1		1	1		1		1	1		1	1	1	1	1	1	1		1		1	1	16
	RU																							1	1
	AU																								0
Statistique	TV						1		1			1			1	1		1		1	1	1	1		10
	MZ			1															1						2
	LS		1	1	1	1	1	1	1	1		1	1	1		1	1		1				1		15
	DI				1						1								1						3
	EP						1			1															2
	CO	1		1	1		1			1					1		1				1			1	9
	MG					1																			1
	RU							1			1														2
	AU									1			1	1											3

Le mot "échantillon" a pour support, pour résonance les magazines et les magasins. Il évoque pour les élèves une image profondément médiatique.

"Statistique" fait référence à "livre scolaire" et "collège". Cette représentation demeure très scolaire.

"Sondage, quant à lui, fait allusion à la "TV" et dans une moindre mesure à "collège". C'est un appel partagé aux domaines scolaire et médiatique.

Comme on peut le constater, l'enseignement de la statistique ne pourra ignorer le support médiatique. Il devra également relier les espaces définis

par les trois termes évoqués et harmoniser la confrontation des univers scolaires et extrascolaires.

Quelques observations issue des réactions des élèves au sein du groupe n°3 :

Dans ce groupe, 3/6 affirment avoir très souvent entendu parler du mot *échantillon*, mais pour tous, ce mot évoque “un produit remis gratuitement pour pouvoir l’essayer avant de l’acheter”. Aucun ne se souvient d’en avoir entendu parler au collège ou dans leurs manuels scolaires.

5/6 annoncent avoir entendu parler souvent ou très souvent du terme *sondage* qui évoque “une enquête qui concernerait la totalité de la population”. Les 6 élèves disent avoir entendu ce mot au collège et à la télévision.

5/6 avouent n’avoir que peu entendu parler du mot *statistique*. Les endroits où ils ont rencontré ce mot sont la télévision, les livres scolaires et la calculatrice.

Dans la phase n°1, chaque élève devait, en présence de l’observateur, fournir une estimation de la proportion des billes bleues contenues dans l’urne qui lui était présentée. Il lui avait été demandé en préalable de formuler par écrit dans le questionnaire initial comment il comptait s’y prendre pour résoudre ce problème. 3 élèves ont répondu qu’ils allaient tirer 10 billes. 1 élève répond en donnant le pourcentage 50% !

En présence directe de l’observateur, l’élève était invité de mettre par écrit le déroulement de l’action tel qu’il l’envisage. Cette tâche a été plus ou moins bien accomplie. Après quoi, il passait à l’acte.

Un élève écrit cependant “ Je vais tirer 5 boules, 3 bleues et 2 rouges” comme si il avait décidé du nombre et de la couleur qu’il allait tirer, sachant bien qu’il ne pouvait pas ni voir les boules dans l’urne, ni les choisir !

Ainsi une autre élève a procédé de la façon suivante : elle tire 5 billes simultanément. Toutes sont de couleur rouge. Aussitôt elle répond qu’il y a 20% de billes bleues ! . Après discussion, il s’est avéré qu’elle avait raisonné ainsi : je me doute bien qu’il y a des billes bleues, or l’échantillon extrait n’en contient aucune, donc il y a peu de billes bleues...ce qui peut être traduit par une proportion de 20% !

Les autres élèves ont procédé à un tirage de 10 billes et ont conclu en calculant la proportion sans trop de difficulté.

élèves	1	2	3	4	5	6
estimation proposée	20%	40%	30%	15%	40%	40%

Dans la seconde phase, il s'agissait de mettre en commun les informations précédemment recueillies. Après un tour de table pour échanger ces informations, la question *comment faire pour obtenir le résultat ?* a surgi. Un élève propose de faire la moyenne des résultats. Chacun prend part à ce calcul qui les conduit à obtenir 30.8% Rappelons que le pourcentage réel inconnu est de 30%. Cependant ce résultat ne les a pas satisfaits. Pour plus certitude (!), après un débat contradictoire lié non à l'idée de certitude mais à celle de diminution du crédit-bille, ils décidèrent de procéder à un tirage supplémentaire de 10 billes. Ce dernier conduit à un pourcentage différent : 50% de billes bleues. Que faire ? Le recours à la procédure "moyenne" continue à être avancé sans discussion. Toutefois un débat apparaît pour choisir entre les deux stratégies :

- faire la moyenne de la proportion moyenne 30.8% avec la proportion 50% estimée par ce tirage supplémentaire, ce qui conduit à donner 40.8%

- faire la moyenne des 7 estimations, ce qui conduit à donner 35.6%

Face à ce dilemme, le groupe décide de faire la moyenne de ces deux résultats et s'accorde pour décider que la proportion des billes bleues de leur urne est de 38% !

Le groupe est alors confronté à la seconde question :

Le constructeur affirme que l'urne contient 60% de billes bleues, a-t-il raison ?

Sans aucune hésitation, les 6 élèves affirment que le constructeur s'est trompé car aucun des tirages ne valide l'hypothèse. Tous les tirages se situent dans une échelle qui paraît exclure 60%

Après quoi, le groupe est autorisé à procéder à la vérification directe en comptant les billes de l'urne. Le constat est que l'urne contient 200 billes dont 60 billes bleues et 140 billes rouges. L'opération 60/200 conduit rapidement et sans aucune difficulté à 30%.

La réaction des élèves révèle une certaine excitation quand ils se rendent compte que ce résultat est proche du premier résultat commun. Ils en déduisent que le tirage supplémentaire de validation n'était pas représentatif, que certains tirages se rapprochent de la réalité alors que d'autres s'en éloignent. Ils disent que finalement un tirage isolé ne veut rien

dire, ne peut pas être représentatif car l'échantillon est trop petit. Mais quand on leur demande combien de tirages seraient nécessaires pour avoir un résultat représentatif, ils répondent qu'il ne faut pas trop en faire car on pourrait s'éloigner de la réalité.

Pour ce qui est de la dernière phase, celle-ci à partir d'un nouvelle urne (dont la composition inconnue du groupe correspondait à 30% de billes bleues) était centrée sur la question :

votre nouvelle urne a-t-elle ou non la même proportion de billes bleues que l'urne U5 ?

Chacun a successivement tiré 3 billes sans les remettre dans l'urne. Le groupe a ainsi obtenu un échantillon de 18 billes, 14 rouges et 4 bleues. Pour faciliter les calculs, le groupe décide de tirer deux boules supplémentaires pour avoir un "nombre rond". Là le groupe est face à un échantillon de 20 billes dont 16 rouges et 4 bleues.

Un des membres du groupe est désigné pour aller procéder à un tirage de 20 billes dans l'urne U5 qui contient 50% de billes bleues et 50% de billes rouges. Il rapporte le résultat suivant : 11 billes rouges et 9 billes bleues.

Dès lors les élèves concluent que les deux urnes n'ont pas la même composition sans grande discussion. Pour eux, l'échantillon est assez grand pour être représentatif de l'urne qu'ils ont d'ailleurs pris soin de bien mélanger au cours du tirage.

La vérification est faite à partir d'un comptage direct.

Poursuivre l'investigation vers une radiographie de la prise de décision pour un usage précoce adapté des outils de la statistique :

L'objectif fixé était de recueillir des informations sur les procédures mises en place par les collégiens pour fonder une prise de décision en lien avec les outils du domaine de la statistique. Sur quelles informations s'appuient-ils ? Quelle dimension donnent-ils à la taille d'échantillon de référence ? Quels processus cognitifs ont-ils utilisés pour traiter le problème ? Comment se caractérise le "seuil" de conviction et le cheminement qui y conduit ? Comment font-ils usage de prénotions statistiques ?

A cette étape de travail, nous avons mis en évidence la possibilité de la séquence et sa richesse. Un travail doit être poursuivi pour l'exploiter didactiquement plus efficacement. Ainsi en particulier, l'examen des

observations recueillies dans le groupe n°3 montre combien un travail minutieux de recherche est à conduire pour une progressive explicitation des opérations mentales mises en jeu dans la prise de décision, dans le cadre d'une situation didactique, et la place que doivent tenir les théories et les modèles de la statistique comme une sorte de réservoir d'*amplificateurs culturels* ou de *béquilles de la pensée*.